

ANNALES CRPE · MATHÉMATIQUES · 2022

Corrigé détaillé

CRPE 2022 – Mathématiques – Groupement 2

Épreuve écrite disciplinaire de mathématiques (2e épreuve d'admissibilité)

Durée : 3 heures

20 points

Exercice 1

Exercice 2

Exercice 3

Exercice 4

Exercice 5

Pour chaque question : **rappel de l'énoncé**, **corrigé** rédigé, puis « **Pour comprendre en détail** » (méthode, rappels de cours, erreurs fréquentes). À utiliser avec le sujet officiel (documents, tableaux et figures).

Sujet : Ministère de l'Éducation nationale – session 2022. Corrigé rédigé par Campus XYZ – campusxyz.fr. Tous droits réservés.

Exercice 1

1.a Un élève choisit un nombre et lance les dés. Quelles sont les différentes sommes qu'il peut obtenir ?

Corrigé

Construisons le tableau des sommes en distinguant les deux faces « 1 » du premier dé et les deux faces « 5 » du second dé.

Somme	Dé 2 : 1	Dé 2 : 2	Dé 2 : 3	Dé 2 : 4	Dé 2 : 5	Dé 2 : 5
Dé 1 : 1	2	3	4	5	6	6
Dé 1 : 1	2	3	4	5	6	6
Dé 1 : 2	3	4	5	6	7	7
Dé 1 : 3	4	5	6	7	8	8
Dé 1 : 4	5	6	7	8	9	9
Dé 1 : 5	6	7	8	9	10	10

Les différentes sommes possibles sont donc : 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10.

Pour comprendre en détail

Pour cette question, on pouvait aussi raisonner directement : la plus petite somme est $1 + 1 = 2$, la plus grande est $5 + 5 = 10$, et comme chaque dé possède les nombres de 1 à 5, toutes les sommes entières intermédiaires sont atteintes.

À retenir : avec des dés, même si plusieurs faces portent le même nombre, chaque face est une issue distincte ; on distingue donc les deux faces « 1 » et les deux faces « 5 » dans le dénombrement.

Attention : le tableau montre que les sommes n'apparaissent pas toutes le même nombre de fois : elles ne sont donc pas équiprobables, mais cela n'empêche pas de les lister ici.

1.b Montrer que la probabilité qu'il obtienne 8 est égale à $\frac{4}{36}$.

Corrigé

Il y a $6 \times 6 = 36$ issues possibles, toutes équiprobables.

Les issues qui donnent une somme égale à 8 sont :

- (3 ; 5) avec la première face 5 du second dé,
- (3 ; 5) avec la seconde face 5 du second dé,
- (4 ; 4),
- (5 ; 3).

Il y a donc 4 issues favorables. La probabilité d'obtenir 8 est égale à $\frac{4}{36}$, soit $\frac{1}{9}$.

Pour comprendre en détail

La probabilité se calcule par dénombrement car les 36 couples de faces sont équiprobables.

Attention : le second dé possède deux faces marquées 5. L'issue (3 ; 5) doit donc être comptée deux fois, sinon on obtient à tort $\frac{3}{36}$.

On peut aussi visualiser la situation dans un tableau à double entrée en listant les six faces de chaque dé : les cases de somme 8 y apparaissent clairement au nombre de quatre.

2.a *Un autre élève choisit le nombre 6 et lance les dés. Quelle est la probabilité qu'il gagne une patte pour sa fourmi dès son premier lancer ?*

Corrigé

Les dés sont équilibrés : les 36 issues (une face du premier dé, une face du second dé) sont équiprobables.

Les couples donnant une somme égale à 6 sont :

- (1 ; 5) : le dé 1 a deux faces « 1 » et le dé 2 a deux faces « 5 », donc $2 \times 2 = 4$ issues ;
- (2 ; 4) : 1 issue ;
- (3 ; 3) : 1 issue ;
- (4 ; 2) : 1 issue ;
- (5 ; 1) : 1 issue.

Il y a donc $4 + 1 + 1 + 1 + 1 = 8$ issues favorables.

La probabilité d'obtenir une somme égale à 6 est :

$$P(\text{somme } 6) = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}.$$

La probabilité qu'il gagne une patte dès son premier lancer est $\frac{2}{9}$.

Pour comprendre en détail

À retenir : Quand les issues sont équiprobables, la probabilité d'un événement est
$$\frac{\text{nombre d'issues favorables}}{\text{nombre total d'issues}}.$$

Attention : Ne pas oublier que le premier dé possède deux faces « 1 » et que le deuxième possède deux faces « 5 ». Compter seulement les valeurs distinctes (comme s'il y avait 25 issues) serait faux car les issues ne seraient pas équiprobables.

On peut aussi construire un tableau à double entrée 6×6 des sommes pour vérifier le total.

2.b Quelle est la probabilité qu'il gagne deux pattes pour sa fourmi en 2 lancers ?

Corrigé

D'après la question 2.a, la probabilité qu'il gagne une patte lors d'un lancer est $\frac{2}{9}$.

Les deux lancers sont indépendants : le résultat du premier lancer n'influence pas celui du second.

La probabilité de gagner deux pattes en deux lancers est donc :

$$P = \left(\frac{2}{9}\right)^2 = \frac{4}{81}$$

La probabilité qu'il gagne deux pattes en deux lancers est $\frac{4}{81}$.

Pour comprendre en détail

Pour gagner deux pattes en deux lancers, il doit réussir son premier lancer (probabilité $\frac{2}{9}$) puis relancer et réussir son second lancer (encore $\frac{2}{9}$). On multiplie les probabilités car les lancers sont identiques et indépendants.

À retenir : Si deux événements A et B sont indépendants, alors $P(A \text{ et } B) = P(A) \times P(B)$.

Attention : Le corrigé officiel annonce $\frac{4}{9} \times \frac{4}{9} = \frac{16}{81}$, ce qui est incohérent avec la probabilité $P(\text{somme} = 6) = \frac{2}{9}$ calculée en 2.a. La valeur correcte est donc bien $\frac{4}{81}$.

3.a Eden et Axelle commencent une partie. Eden choisit le nombre 6 et Axelle choisit un autre nombre. Qui a le plus de chance de gagner la partie ? Justifier.

Corrigé

Les deux dés étant équilibrés, les 36 issues $(d_1 ; d_2)$ sont équiprobables.

En tenant compte des répétitions de faces, le nombre d'issues favorables à chaque somme est :

Somme	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre d'issues	2	3	4	5	8	5	4	3	2

Les probabilités sont donc $\frac{2}{36}, \frac{3}{36}, \frac{4}{36}, \frac{5}{36}, \frac{8}{36}, \frac{5}{36}, \frac{4}{36}, \frac{3}{36}$ et $\frac{2}{36}$.

La somme 6 a la probabilité la plus grande, $\frac{8}{36}$. Eden ayant choisi 6 et Axelle un autre nombre, **Eden a le plus de chances de gagner la partie.**

Pour comprendre en détail

À retenir : Avec deux dés équilibrés, les 36 couples de faces sont équiprobables. Pour compter les issues favorables, on doit tenir compte de toutes les faces, y compris celles qui sont répétées.

Attention : Ne pas oublier que le premier dé possède deux faces **1** et que le second dé possède deux faces **5** ; cela augmente le nombre d'issues favorables à certaines sommes.

Ici, la comparaison des probabilités d'obtenir une patte lors d'un lancer suffit pour conclure : comme les deux joueurs jouent dans les mêmes conditions, celui dont la somme est la plus probable atteindra plus vite les six pattes.

3.b *Eden est-il sûr de gagner la partie ? Justifier.*

Corrigé

Non. « Eden est sûr de gagner » signifierait que sa victoire est un événement certain, c'est-à-dire de probabilité **1**. Or Axelle peut gagner : par exemple, elle peut obtenir sa somme lors de ses six premiers lancers, avant qu'Eden n'obtienne la somme **6**. Cet événement est possible, même s'il est peu probable. La probabilité qu'Eden gagne est donc strictement inférieure à **1** ; Eden n'est pas sûr de gagner.

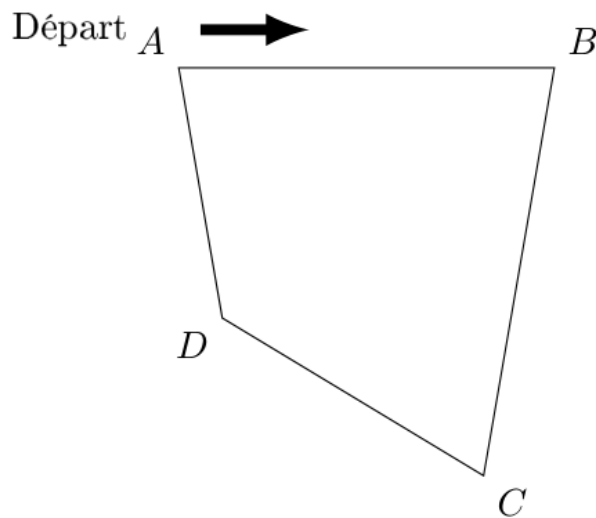
Pour comprendre en détail

À retenir : Un événement est certain lorsque sa probabilité est égale à **1**. Dès qu'il existe au moins une issue où l'événement ne se réalise pas, sa probabilité est strictement inférieure à **1**.

Attention : « Avoir plus de chances de gagner » ne signifie pas « gagner à coup sûr ». Eden peut être favori sans être certain de gagner.

Exercice 2

- 1 Montrer que le parcours a pour longueur 3 450 m.



Corrigé

Le parcours est composé des quatre tronçons AB, BC, CD et DA.

On convertit la longueur BC en mètres : $1,05 \text{ km} = 1\,050 \text{ m}$.

La longueur totale du parcours est donc :

$$AB + BC + CD + DA = 960 + 1\,050 + 780 + 660 = 3\,450.$$

Le parcours a pour longueur 3 450 m.

Pour comprendre en détail

À retenir : Pour additionner des longueurs, il faut les exprimer dans la même unité. Ici, on convertit les kilomètres en mètres : $1 \text{ km} = 1\,000 \text{ m}$.

Attention : Une erreur fréquente est d'ajouter directement 1,05 aux autres nombres (ce qui donnerait 2 400,05 m, un résultat faux). Il faut d'abord convertir 1,05 km en 1 050 m.

- 2.a Durant l'épreuve, Léo a réalisé, en 48 minutes, 2 tours complets et un tiers de tour du parcours. Déterminer la distance parcourue par Léo.

Corrigé

Le parcours mesure 3 450 m. Léo a parcouru 2 tours complets et $\frac{1}{3}$ de tour.

Distance parcourue : $2 \times 3\,450 + \frac{3\,450}{3} = 6\,900 + 1\,150 = 8\,050 \text{ m}$.

Léo a parcouru 8 050 m.

Pour comprendre en détail

À retenir : Pour prendre une fraction d'une quantité, on multiplie la quantité par la fraction : un tiers de tour correspond à la longueur d'un tour divisée par 3.

On peut aussi additionner les fractions de tour : $2 + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$, puis multiplier directement la longueur d'un tour par $\frac{7}{3}$.

Attention : Il ne faut pas mélanger les unités. La longueur du tour est exprimée en mètres, on peut donc garder toute la distance en mètres.

2.b Donner la vitesse moyenne de Léo en km/h.

Corrigé

Léo a parcouru $2 + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$ tours.

La distance parcourue est donc $D = 3\,450 \times \frac{7}{3} = 8\,050 \text{ m} = 8,05 \text{ km}$.

La durée est $t = 48 \text{ min} = \frac{48}{60} = 0,8 \text{ h}$.

On applique la formule $v = \frac{d}{t}$: $v = \frac{8,05}{0,8} = 10,0625$.

La vitesse moyenne de Léo est donc 10,0625 km/h.

Pour comprendre en détail

À retenir : la vitesse moyenne est donnée par $v = \frac{d}{t}$. Pour obtenir des km/h, on exprime la distance en kilomètres et la durée en heures.

Attention : utiliser la durée 48 directement dans la formule donnerait une vitesse en km/min, pas en km/h. Il faut d'abord convertir les minutes en heures.

On peut aussi calculer la vitesse en m/min puis convertir en km/h en multipliant par 0,06.

2.c En gardant la même vitesse moyenne, Léo aura-t-il parcouru 15 km en moins d'une heure et demie ? Justifier.

Corrigé

D'après la question 2.b, Léo a une vitesse moyenne de 10,0625 km/h.

Temps nécessaire pour parcourir 15 km : $t = \frac{15}{10,0625} \approx 1,4907 \text{ h}$.

Comme $1,4907 < 1,5$, Léo aura bien parcouru 15 km en moins d'une heure et demie.

Vérification : en 1,5 h, il parcourt $10,0625 \times 1,5 = 15,09375 \text{ km}$, soit plus de 15 km.

Pour comprendre en détail

On peut comparer soit le temps nécessaire pour parcourir 15 km, soit la distance parcourue en 1,5 h ; les deux méthodes sont correctes.

À retenir : $v = \frac{d}{t}$, donc $t = \frac{d}{v}$ et $d = v \times t$, avec d en km, t en h et v en km/h.

Attention : une heure et demie correspond à 1,5 h, soit 90 min, et non à 1 h 50 min.

- 3** Une épreuve en relais est ensuite proposée. Tara parcourt les distances AB et BC à une vitesse moyenne de 10 km/h et Kevin parcourt les distances CD et DA à une vitesse moyenne de 6 km/h. Quelle est la vitesse moyenne de ce binôme sur l'ensemble du parcours ? Justifier.

Corrigé

Distance parcourue par Tara : $AB + BC = 960 \text{ m} + 1,05 \text{ km} = 0,96 \text{ km} + 1,05 \text{ km} = 2,01 \text{ km}$.

Temps mis par Tara : $t_T = \frac{2,01}{10} = 0,201 \text{ h}$.

Distance parcourue par Kevin : $CD + DA = 780 \text{ m} + 660 \text{ m} = 1\,440 \text{ m} = 1,44 \text{ km}$.

Temps mis par Kevin : $t_K = \frac{1,44}{6} = 0,24 \text{ h}$.

Durée totale : $t = 0,201 + 0,24 = 0,441 \text{ h}$.

Distance totale : 3,45 km.

Vitesse moyenne : $v = \frac{3,45}{0,441} \approx 7,82 \text{ km/h}$.

La vitesse moyenne du binôme sur l'ensemble du parcours est donc d'environ 7,82 km/h.

Pour comprendre en détail

À retenir : La vitesse moyenne sur un parcours est toujours $\frac{\text{distance totale}}{\text{temps total}}$, jamais la moyenne des vitesses si les temps de parcours sont différents.

Attention : Ici, faire $\frac{10 + 6}{2} = 8 \text{ km/h}$ serait faux, car Tara et Kevin ne roulent pas pendant la même durée ni sur la même distance.

Autre méthode : convertir les temps en minutes (12,06 min et 14,4 min, soit 26,46 min au total), puis utiliser $v = \frac{3,45}{26,46/60} \approx 7,82 \text{ km/h}$.

- 4.a** La diagonale [BD] mesure 1,05 km. Représenter le parcours à l'échelle $\frac{1}{20\,000}$.

Corrigé

L'échelle $\frac{1}{20\,000}$ signifie que 1 cm sur le plan représente 20 000 cm, soit 200 m.

On convertit donc les dimensions du parcours :

$$AB = 960 \text{ m} \rightarrow 4,8 \text{ cm} ;$$

$$BC = BD = 1\,050 \text{ m} \rightarrow 5,25 \text{ cm} ;$$

$$CD = 780 \text{ m} \rightarrow 3,9 \text{ cm} ;$$

$$AD = 660 \text{ m} \rightarrow 3,3 \text{ cm}.$$

Tracé : on place A et B distants de 4,8 cm. On trace un arc de cercle de centre A et de rayon 3,3 cm et un arc de cercle de centre B et de rayon 5,25 cm : leur intersection est le point D. On trace un arc de cercle de centre B et de rayon 5,25 cm et un arc de cercle de centre D et de rayon 3,9 cm, du côté opposé à A par rapport à (BD) : leur intersection est le point C. On relie A, B, C et D pour obtenir le parcours.

Pour comprendre en détail

À retenir : Une échelle $\frac{1}{e}$ signifie que 1 cm sur le plan correspond à e cm en réalité. Ici $e = 20\,000$, donc 1 cm représente $20\,000 \text{ cm} = 200 \text{ m}$.

Attention : Avant de diviser par 200, il faut convertir toutes les longueurs dans la même unité : $1,05 \text{ km} = 1\,050 \text{ m}$. La figure de l'énoncé n'est pas à l'échelle ; on ne peut donc pas se contenter de la reproduire en mesurant ses côtés.

La donnée de la diagonale [BD] est indispensable : sans elle, plusieurs quadrilatères différents ayant les mêmes quatre côtés pourraient être construits. On construit d'abord le triangle ABD à l'aide de ses trois côtés, puis le triangle BCD de l'autre côté de [BD].

4.b Amina a roulé à vélo pendant 25 minutes à une vitesse moyenne de 11,5 km/h. Placer sur la figure tracée à la question 4.a. le point S à l'endroit où se trouve Amina au bout de sa course. Justifier.

Corrigé

$$25 \text{ min} = \frac{25}{60} \text{ h} = \frac{5}{12} \text{ h}.$$

Distance parcourue par Amina : $11,5 \times \frac{25}{60} \approx 4,7917 \text{ km}$, soit $4\,791,7 \text{ m}$.

Un tour mesure $3\,450 \text{ m}$. Après un tour complet, il reste $4\,791,7 - 3\,450 = 1\,341,7 \text{ m}$.

Le tronçon AB mesurant 960 m , il reste ensuite $1\,341,7 - 960 = 381,7 \text{ m}$ à parcourir sur le tronçon [BC]. Or $BC = 1,05 \text{ km} = 1\,050 \text{ m}$, donc le point S est bien sur [BC].

À l'échelle $\frac{1}{20\,000}$, 1 cm représente 200 m. Donc $381,7 \text{ m}$ sont représentés par $\frac{381,7}{200} \approx 1,9$ cm.

On place donc le point S sur le segment [BC], à environ 1,9 cm du point B en direction de C.

Pour comprendre en détail

À retenir : $d = v \times t$, avec une vitesse en km/h et un temps en h. À l'échelle $\frac{1}{20\,000}$, 1 cm sur le plan représente 200 m sur le terrain.

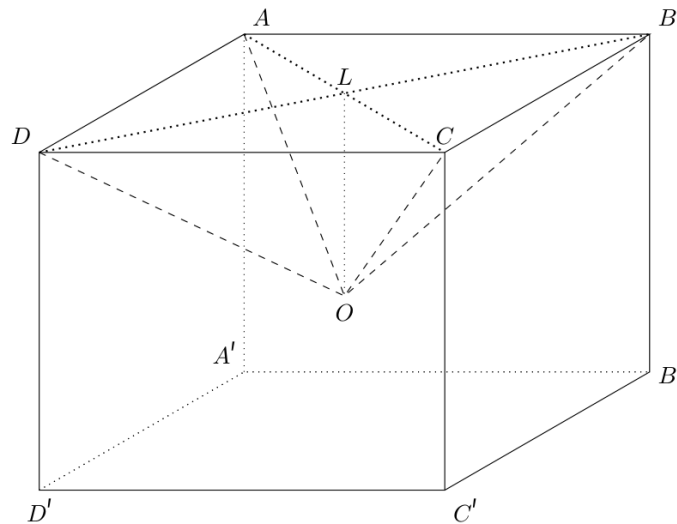
Attention : on oublie souvent de convertir les minutes en heures ; **25** min ne donne pas **25** mais $\frac{25}{60}$ h. Autre erreur fréquente : après avoir calculé la distance totale, il faut enlever un tour complet avant de reporter la distance restante sur le parcours.

On peut vérifier la cohérence du placement : la distance restante sur [BC] après le tronçon AB est inférieure à la longueur totale de BC, donc le point S est bien avant le point C.

Exercice 3

Partie A

A.1 Montrer que $AL \approx 4,6$ cm.



Corrigé

Dans le triangle ADC rectangle en D , d'après le théorème de Pythagore :

$$AC^2 = AD^2 + DC^2 = 7^2 + 6^2 = 49 + 36 = 85, \text{ donc } AC = \sqrt{85} \text{ cm.}$$

Or $ABCD$ est un rectangle, donc ses diagonales $[AC]$ et $[BD]$ se coupent en leur milieu. Ainsi, L est le milieu de $[AC]$.

On a donc :

$$AL = \frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{85}}{2} \approx 4,61 \text{ cm, soit environ } 4,6 \text{ cm.}$$

Pour comprendre en détail

À retenir : Dans un rectangle, les diagonales se coupent en leur milieu. Ici, L est donc le milieu de $[AC]$.

Attention : On cherche la moitié de la diagonale de la face supérieure, pas la hauteur $OL = 4$ cm de la pyramide. Conserver $\sqrt{85}$ sous forme exacte jusqu'à la division finale évite les erreurs d'arrondi.

A.2 Construire le triangle ALO en vraie grandeur.

Corrigé

La droite (OL) est perpendiculaire au plan de la face $ABCD$. En particulier, (OL) est perpendiculaire à (AL) , donc le triangle ALO est rectangle en L .

- Tracer un segment $[AL]$ de longueur **4,6** cm.
- En L , tracer la droite perpendiculaire à (AL) .
- Sur cette perpendiculaire, placer le point O à **4** cm de L .
- Tracer le segment $[AO]$.

Vérification : $AO = \sqrt{AL^2 + OL^2} \approx \sqrt{4,6^2 + 4^2} \approx 6,1$ cm.

Pour comprendre en détail

À retenir : Si une droite est perpendiculaire à un plan, elle est perpendiculaire à toute droite de ce plan passant par son point d'intersection avec le plan.

Attention : Ne pas confondre $OL = 4$ cm avec la hauteur du pavé $DD' = 5$ cm : ici on place O à 4 cm de L , pas à 5 cm.

La construction utilise la valeur approchée $AL \approx 4,6$ cm obtenue à la question A.1 ; la précision de la figure dépend de cette mesure. Placer $[AL]$ horizontalement est pratique mais non obligatoire ; l'essentiel est de respecter l'angle droit en L .

A.3.a Calculer le volume de la pyramide $OABCD$. On rappelle que le volume d'une pyramide est égal au tiers du produit de l'aire de sa base par sa hauteur.

Corrigé

La base de la pyramide $OABCD$ est le rectangle $ABCD$, donc :

$$A_{ABCD} = DA \times DC = 7 \times 6 = 42 \text{ cm}^2.$$

La hauteur de la pyramide est $OL = 4$ cm.

D'après la formule du volume d'une pyramide :

$$V = \frac{1}{3} \times A_{ABCD} \times OL = \frac{1}{3} \times 42 \times 4 = 56.$$

Le volume de la pyramide $OABCD$ est donc **56 cm³**.

Pour comprendre en détail

À retenir : Le volume d'une pyramide est $V = \frac{1}{3} \times \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$. La hauteur est la distance du sommet au plan de la base, mesurée perpendiculairement à cette base.

Attention : Ici, la hauteur est OL , donnée dans l'énoncé, et non une arête latérale comme OA , OB , OC ou OD .

A.3.b Calculer le volume du pavé creusé.

Corrigé

Volume du pavé droit ABCDA'B'C'D' :

$$V_{\text{pavé}} = DD' \times DC \times DA = 5 \times 6 \times 7 = 210 \text{ cm}^3.$$

Le volume de la pyramide OABCD a été calculé en A.3.a : $V_{\text{pyramide}} = 56 \text{ cm}^3$.

Volume du pavé creusé :

$$V_{\text{creusé}} = V_{\text{pavé}} - V_{\text{pyramide}} = 210 - 56 = 154 \text{ cm}^3.$$

Le volume du pavé creusé est donc 154 cm^3 .

Pour comprendre en détail

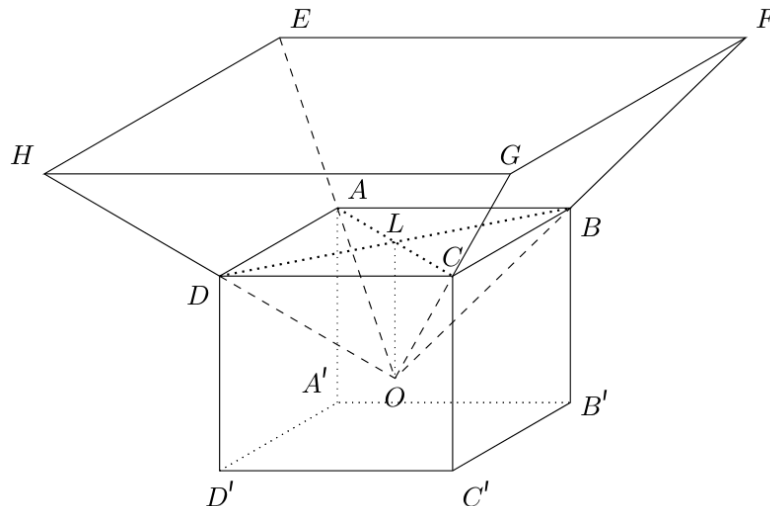
À retenir : Le volume d'un pavé droit est le produit de ses trois dimensions : $V = L \times l \times h$.

Le pavé creusé est un solide obtenu par soustraction du volume de la pyramide à celui du pavé initial. Une erreur fréquente consiste à additionner les volumes ou à recalculer celui de la pyramide alors qu'il a déjà été déterminé.

On peut vérifier que le volume restant ajouté à celui de la pyramide redonne bien le volume total du pavé.

Partie B

B.1 Exprimer le volume de la pyramide OABCD en fonction de x .



Corrigé

La base ABCD est un rectangle de dimensions $DA = 7 \text{ cm}$ et $DC = 6 \text{ cm}$, donc :

$$A_{\text{ABCD}} = 7 \times 6 = 42 \text{ cm}^2.$$

La hauteur de la pyramide OABCD est $[OL]$ avec $OL = x$, donc :

$$V_{\text{OABCD}} = \frac{1}{3} \times A_{\text{ABCD}} \times OL = \frac{1}{3} \times 42 \times x = 14x.$$

Ainsi, le volume de la pyramide OABCD est $14x \text{ cm}^3$.

Pour comprendre en détail

À retenir : Le volume d'une pyramide est $V = \frac{1}{3} \times \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$. Ici, $[OL]$ est bien la hauteur car le pavé est droit.

Attention : Ne remplace pas x par 5 cm : la hauteur de la pyramide est x , qui varie entre 0 et 5. N'oublie pas le facteur $\frac{1}{3}$ et exprime le résultat en cm^3 .

La base étant fixe, le volume est proportionnel à la hauteur x . Tu peux vérifier la cohérence avec la partie A en prenant $x = 4$.

B.2 Montrer que le volume du socle en bois est $210 - 14x$.

Corrigé

Le volume du pavé droit est :

$$V_{\text{pavé}} = 7 \times 6 \times 5 = 210 \text{ cm}^3.$$

La base ABCD de la pyramide est un rectangle de dimensions 7 cm et 6 cm, donc :

$$\mathcal{A}_{ABCD} = 7 \times 6 = 42 \text{ cm}^2.$$

La hauteur de la pyramide OABCD est $OL = x$, donc :

$$V_{\text{pyramide}} = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{ABCD} \times OL = \frac{1}{3} \times 42 \times x = 14x \text{ cm}^3.$$

Le socle en bois est le pavé creusé de la pyramide, donc :

$$V_{\text{socle}} = V_{\text{pavé}} - V_{\text{pyramide}} = 210 - 14x.$$

Ainsi, le volume du socle en bois est bien $210 - 14x \text{ cm}^3$.

Pour comprendre en détail

À retenir : Le volume d'une pyramide vaut $\frac{1}{3} \times \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$.

Attention : La hauteur de la pyramide est $OL = x$, et non la hauteur du pavé qui est 5 cm. De plus, il ne faut pas oublier le facteur $\frac{1}{3}$.

On peut vérifier la cohérence avec la partie A : pour $x = 4$ cm, on obtient $210 - 14 \times 4 = 154 \text{ cm}^3$, ce qui correspond au volume du pavé creusé calculé en A.3.b.

B.3 Montrer que le volume de la pyramide en verre OEFGH est $112x$.

Corrigé

La pyramide OEFGH est un agrandissement de la pyramide OABCD de rapport 2.

Lors d'un agrandissement de rapport k , les volumes sont multipliés par k^3 . Ici $k = 2$, donc les volumes sont multipliés par $2^3 = 8$.

D'après la question B.1, le volume de la pyramide OABCD est $V_{\text{OABCD}} = 14x \text{ cm}^3$.

Donc le volume de la pyramide OEFGH est :

$$V_{\text{OEFGH}} = 8 \times 14x = 112x \text{ cm}^3.$$

Le volume de la pyramide en verre OEFGH est donc bien $112x \text{ cm}^3$.

Pour comprendre en détail

À retenir : Lors d'un agrandissement ou d'une réduction de rapport k , les longueurs sont multipliées par k , les aires par k^2 et les volumes par k^3 .

Attention : Une erreur fréquente est de multiplier le volume par 2, ou seulement par 4 comme pour une aire. Ici, toutes les dimensions de la pyramide, y compris sa hauteur, sont multipliées par 2, donc le volume est bien multiplié par $2^3 = 8$.

Le résultat est en cm^3 car x est exprimé en centimètres et $14x$ correspond déjà à un volume en cm^3 .

B.4 Quelle valeur choisir pour x , pour que le volume de la pyramide en verre soit égal au double du volume du socle en bois ?

Corrigé

On cherche x tel que le volume de la pyramide en verre soit le double de celui du socle en bois.

D'après les questions B.2 et B.3 : $112x = 2(210 - 14x)$.

$$112x = 420 - 28x$$

$$112x + 28x = 420$$

$$140x = 420$$

$$x = \frac{420}{140} = 3.$$

Vérification : $112 \times 3 = 336$ et $2 \times (210 - 14 \times 3) = 2 \times 168 = 336$.

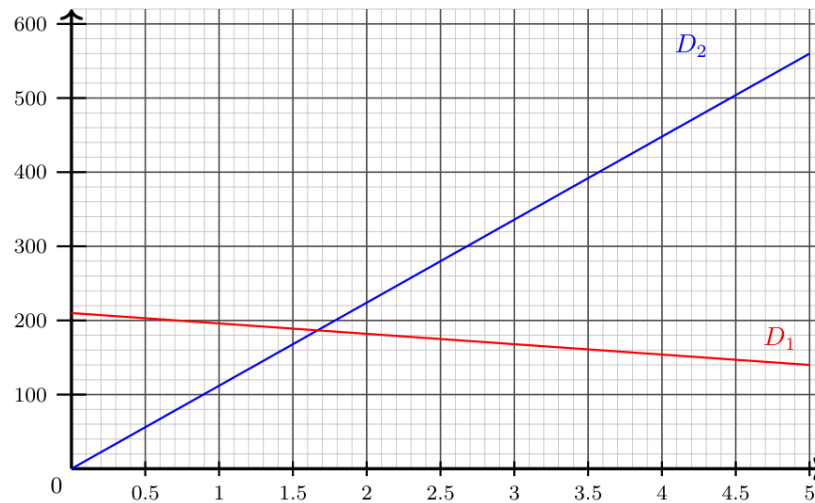
Il faut donc choisir $x = 3 \text{ cm}$.

Pour comprendre en détail

À retenir : Pour résoudre un problème de comparaison de grandeurs, on traduit la phrase par une égalité, puis on isole l'inconnue.

Attention : Ne pas oublier que x doit rester compris entre 0 et 5 ; ici 3 convient. Une erreur fréquente est de prendre la moitié au lieu du double, ce qui conduirait à une équation différente.

B.5.a On considère les fonctions f et g définies pour tout x compris entre 0 et 5 par : $f(x) = 210 - 14x$ et $g(x) = 112x$. On a représenté dans un repère orthogonal ces deux fonctions.



Déterminer quelle fonction (f ou g) est représentée par chacune des droites D_1 et D_2 . Justifier.

Corrigé

$g(x) = 112x$ est une fonction linéaire : sa représentation graphique est donc une droite passant par l'origine. C'est le cas de D_2 , qui passe par $(0; 0)$ et qui est croissante car $112 > 0$. Donc D_2 représente g .

$f(x) = 210 - 14x$ est une fonction affine de coefficient directeur -14 , donc sa représentation est une droite décroissante. De plus $f(0) = 210$, donc elle coupe l'axe des ordonnées en 210, ce qui correspond à D_1 . Donc D_1 représente f .

Conclusion : D_1 est la représentation de f et D_2 est la représentation de g .

Pour comprendre en détail

À retenir : Une fonction linéaire $x \mapsto ax$ est représentée par une droite passant par l'origine ; une fonction affine $x \mapsto ax + b$ coupe l'axe des ordonnées en b .

On peut confirmer en calculant les images de 5 : $f(5) = 210 - 14 \times 5 = 140$ et $g(5) = 112 \times 5 = 560$, ce qui correspond aux points $(5; 140)$ de D_1 et $(5; 560)$ de D_2 .

Attention : $f(0) = 210$, donc la droite représentant f ne passe pas par l'origine ; c'est bien la droite D_1 , et non D_2 .

B.5.b Déterminer avec la précision permise par le graphique les valeurs de x pour lesquelles le volume du socle en bois est inférieur ou égal au volume de la pyramide en verre.

Corrigé

Le volume du socle en bois est $f(x)$ et celui de la pyramide en verre est $g(x)$. On cherche les abscisses x pour lesquelles la droite représentant f est située en dessous ou au même niveau que la droite représentant g .

Sur le graphique, D_1 (socle) et D_2 (pyramide) se coupent en un point d'abscisse environ 1,65. À droite de ce point, D_1 est en dessous de D_2 .

On a donc $f(x) \leq g(x)$ pour $x \geq 1,65$. Comme x est compris entre 0 et 5, les valeurs cherchées sont $x \in [1,65 ; 5]$.

Pour comprendre en détail

Comparer $f(x)$ et $g(x)$ revient graphiquement à comparer les hauteurs des deux droites pour une même abscisse. L'inégalité demandée étant $f(x) \leq g(x)$, on sélectionne la zone où D_1 est **sous** D_2 .

Attention : une lecture trop rapide peut faire conclure $x \leq 1,65$ si l'on inverse la position des deux droites. Vérifiez bien que c'est D_1 qui doit être en dessous de D_2 .

Pour contrôler la lecture graphique, on peut résoudre algébriquement $210 - 14x \leq 112x$, ce qui conduit à $x \geq \frac{210}{126} \approx 1,67$, cohérent avec l'abscisse lue.

B.5.c Retrouver le résultat précédent en posant puis en résolvant une inéquation.

Corrigé

Le volume du socle en bois est $f(x) = 210 - 14x$ et celui de la pyramide en verre est $g(x) = 112x$. On cherche les valeurs de x pour lesquelles le volume du socle est inférieur ou égal au volume de la pyramide, donc :

$$f(x) \leq g(x)$$

$$210 - 14x \leq 112x$$

On ajoute $14x$ aux deux membres :

$$210 \leq 126x$$

On divise par 126, qui est positif, donc l'ordre est conservé :

$$x \geq \frac{210}{126}$$

Or $\frac{210}{126} = \frac{5}{3} \approx 1,67$. De plus x est compris entre 0 et 5, donc :

$$x \in \left[\frac{5}{3} ; 5 \right].$$

Le volume du socle en bois est inférieur ou égal au volume de la pyramide en verre pour x compris entre $\frac{5}{3}$ cm et 5 cm.

Pour comprendre en détail

À retenir : Pour résoudre une inéquation du premier degré, on peut ajouter ou retrancher la même quantité aux deux membres, et multiplier ou diviser les deux membres par un nombre strictement positif sans changer le sens de l'inégalité.

Attention : Ne pas oublier que x est limité à l'intervalle $[0 ; 5]$: la condition $x \geq \frac{5}{3}$ ne suffit pas seule. Ici, comme le coefficient final de x est positif, on ne doit pas inverser le sens de l'inégalité.

Graphiquement, la droite D_2 (représentant g) coupe D_1 (représentant f) en $x = \frac{5}{3}$ puis passe au-dessus de D_1 , ce qui correspond bien à $f(x) \leq g(x)$ à droite de ce point. On peut vérifier par exemple : pour $x = 2$, $f(2) = 182$ et $g(2) = 224$.

Exercice 4

Partie 1 – Le programme d'Adam

1.a Montrer que si le nombre de départ est **3**, le résultat est égal à **9**.

Corrigé

En prenant **3** comme nombre de départ :

- valeur 1 = $2 \times 3 = 6$
- valeur 2 = $6 + 3 = 9$
- valeur 3 = $3 - 2 = 1$
- résultat = $9 \times 1 = 9$

Le programme annonce donc bien « Le résultat du programme est 9 ».

Pour comprendre en détail

Attention : le nombre de départ doit rester **3** jusqu'au calcul de « valeur 3 ». On n'utilise pas « valeur 2 » comme nouveau nombre de départ.

Le résultat final est bien le **produit** de la valeur 2 et de la valeur 3 : c'est ce que fait le bloc « mettre résultat à valeur 2 * valeur 3 ».

1.b Quel est le résultat donné par le programme si le nombre de départ est **2,4** ?

Corrigé

Pour un nombre de départ égal à **2,4** :

- valeur 1 = $2 \times 2,4 = 4,8$;
- valeur 2 = $4,8 + 3 = 7,8$;
- valeur 3 = $2,4 - 2 = 0,4$;
- résultat = valeur 2 $\times$ valeur 3 = $7,8 \times 0,4 = 3,12$.

Le résultat donné par le programme est donc **3,12**.

Pour comprendre en détail

Le programme revient à calculer l'expression $(2x + 3)(x - 2)$. Pour $x = 2,4$, on obtient bien $(7,8) \times (0,4)$.

Attention : multiplier par **0,4** revient à multiplier par 4 puis diviser par 10. Une erreur fréquente est de placer la virgule au mauvais endroit dans $7,8 \times 0,4$, ou de penser que le produit est plus grand que 7,8 alors qu'il est plus petit car on multiplie par un nombre inférieur à 1.

1.c Soit x le nombre de départ. Montrer que le programme d'Adam retourne le nombre $2x^2 - x - 6$.

Corrigé

Soit x le nombre de départ.

- valeur 1 = $2x$;
- valeur 2 = $2x + 3$;
- valeur 3 = $x - 2$.

Le résultat est donc le produit de valeur 2 par valeur 3 :

$$(2x + 3)(x - 2) = 2x \times x + 2x \times (-2) + 3 \times x + 3 \times (-2) \\ = 2x^2 - 4x + 3x - 6 = 2x^2 - x - 6.$$

Le programme d'Adam retourne donc bien $2x^2 - x - 6$.

Pour comprendre en détail

À retenir : Pour développer un produit de deux sommes, on utilise la double distributivité : $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$.

Attention : Lors de la réduction, $-4x + 3x = -x$, pas $-7x$. Une erreur de signe est fréquente.

On peut vérifier la cohérence avec les résultats des questions précédentes : pour $x = 3$, l'expression donne $2 \times 9 - 3 - 6 = 9$; pour $x = 2,4$, elle donne **3,12**.

Partie 2 – Le programme de Pauline

2.a Montrer que si le nombre de départ est **3**, le résultat obtenu est égal à **9**.

Corrigé

Pour un nombre de départ égal à **3** :

- On élève **3** au carré : $3^2 = 9$.
- On soustrait **3** : $9 - 3 = 6$.
- On multiplie par **2** : $6 \times 2 = 12$.
- On soustrait le nombre de départ, c'est-à-dire **3** : $12 - 3 = 9$.

Le résultat obtenu est donc bien **9**.

Pour comprendre en détail

À retenir : Dans un programme de calcul, on applique les opérations une par une, dans l'ordre indiqué, en réutilisant à chaque étape le résultat précédent.

Une vérification possible consiste à écrire l'expression littérale du programme de Pauline : $2(x^2 - 3) - x$. Pour $x = 3$, elle donne bien 9.

2.b Quel est le résultat donné par le programme si le nombre de départ est $\frac{7}{3}$?

Corrigé

On applique le programme de Pauline au nombre $\frac{7}{3}$:

$$\begin{aligned}\left(\frac{7}{3}\right)^2 &= \frac{49}{9} \\ \frac{49}{9} - 3 &= \frac{49}{9} - \frac{27}{9} = \frac{22}{9} \\ \frac{22}{9} \times 2 &= \frac{44}{9} \\ \frac{44}{9} - \frac{7}{3} &= \frac{44}{9} - \frac{21}{9} = \frac{23}{9}\end{aligned}$$

Le résultat donné par le programme est $\frac{23}{9}$.

Pour comprendre en détail

Attention : On applique les opérations dans l'ordre indiqué : élever au carré, puis soustraire 3, puis multiplier par 2, enfin soustraire le nombre de départ. Ne pas soustraire 3 avant d'élever au carré.

Pour effectuer les soustractions, il faut mettre les fractions au même dénominateur : $3 = \frac{27}{9}$ et $\frac{7}{3} = \frac{21}{9}$.

Le programme de Pauline correspond à l'expression $2x^2 - x - 6$; on peut l'utiliser comme vérification en remplaçant x par $\frac{7}{3}$.

3 Montrer que, pour un même nombre de départ, les programmes de calcul d'Adam et Pauline donnent le même résultat.

Corrigé

Pour un nombre de départ x , le programme de Pauline donne successivement :

- x^2
- $x^2 - 3$
- $2(x^2 - 3)$
- $2(x^2 - 3) - x$

En développant : $2(x^2 - 3) - x = 2x^2 - 6 - x = 2x^2 - x - 6$.

Or, d'après la question 1.c, le programme d'Adam retourne également $2x^2 - x - 6$. Les deux programmes donnent donc le même résultat pour un même nombre de départ.

Pour comprendre en détail

À retenir : Pour prouver qu'un programme de calcul donne toujours le même résultat qu'un autre, on utilise une lettre (x) qui représente n'importe quel nombre de départ.

Attention : Dans le programme de Pauline, on soustrait le nombre de départ *après* la multiplication par 2 ; l'expression finale est donc $2(x^2 - 3) - x$, et non $2(x^2 - 3 - x)$.

- 4 Déterminer le ou les nombres de départ possibles pour que les résultats des programmes de calcul soient nuls. Justifier.

Corrigé

D'après la question 1.c, pour un nombre de départ x , le résultat du programme est $2x^2 - x - 6$.

On factorise : $2x^2 - x - 6 = (2x + 3)(x - 2)$.

On résout donc $(2x + 3)(x - 2) = 0$.

D'après la règle du produit nul, un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul :

- $2x + 3 = 0$, donc $x = -\frac{3}{2}$;
- $x - 2 = 0$, donc $x = 2$.

Les nombres de départ possibles pour que le résultat soit nul sont $-\frac{3}{2}$ et 2.

Pour comprendre en détail

À retenir : $A \times B = 0$ équivaut à $A = 0$ ou $B = 0$.

On factorise car l'équation $2x^2 - x - 6 = 0$ n'est pas du premier degré : on ne peut pas isoler x directement.

Attention : de $2x + 3 = 0$, on obtient $x = -\frac{3}{2}$; une erreur fréquente est d'oublier le signe négatif.

- 5 Adam souhaite automatiser les calculs de son programme pour les entiers naturels. Il utilise un tableur dont la copie d'écran est donnée ci-dessous.

	A	B
	Nombre de départ	Résultat du programme
1		
2	1	-5
3	2	0
4	3	9
5	4	22
6	5	39

Quelle formule doit-il saisir dans la case B2 pour qu'il puisse l'étirer vers le bas sur l'ensemble de la colonne ?

Corrigé

En B2, on saisit $=2*A2^2-A2-6$ (ou $=(2*A2+3)*(A2-2)$). Le nombre de départ est dans la cellule A2 ; lorsqu'on étire la formule vers le bas, la référence relative A2 devient A3, A4, etc.

Vérification pour 1 : $2 \times 1^2 - 1 - 6 = -5$, ce qui correspond bien à la valeur affichée en B2.

Pour comprendre en détail

Une formule de tableur commence par = et utilise des références de cellules. On réutilise l'expression $2x^2 - x - 6$ de la question 1.c en remplaçant x par la référence de la cellule A2.

Attention : la multiplication doit être explicite avec * ; 2A2 ne convient pas. La puissance s'écrit avec ^. Saisir une valeur fixe comme $=2*1^2-1-6$ ne permettrait pas d'étirer correctement la formule.

À retenir : par défaut, une référence telle que A2 est relative : lors de l'étirement d'une ligne vers le bas, elle devient A3, puis A4, etc.

Exercice 5

- 1 Donner la valeur du signe « point » et celle du signe « trait » dans l'écriture de 7.

Corrigé

Dans l'écriture maya de 7, on lit un trait surmonté de deux points, donc 7 correspond à un trait plus deux points.

Or $7 = 5 + 1 + 1$.

Ainsi, le point vaut 1 et le trait vaut 5.

Pour comprendre en détail

La numération maya présentée ici est additive : la valeur d'un nombre est la somme des valeurs des signes qui le composent. On peut le vérifier avec d'autres écritures du tableau : trois points valent 3, donc un point vaut 1 ; trois traits valent 15, donc un trait vaut 5.

Attention : dans les écritures à plusieurs étages comme 20 ou 120, la valeur d'un signe dépend de sa position (système vigésimal) ; ici, pour 7, tous les signes sont sur un seul étage, donc on additionne simplement leurs valeurs.

- 2 Le système maya est un système vigésimal (système qui a pour base 20). Donner l'écriture maya du nombre 21.

Corrigé

Le système maya est vigésimal : dans une écriture verticale, l'étage du bas compte les unités et l'étage du dessus compte les vingtaines.

On décompose 21 en base 20 : $21 = 1 \times 20 + 1 \times 1$.

Il y a donc 1 vingtaine et 1 unité.

Le signe « point » vaut 1. On place donc un point à l'étage des vingtaines au-dessus d'un point à l'étage des unités.

L'écriture maya de 21 est : [un point au-dessus d'un point].

Pour comprendre en détail

À retenir : Dans la numération maya, les étages se lisent de bas en haut : le premier étage vaut 1, le deuxième vaut 20, et chaque étage supérieur vaut 20 fois l'étage inférieur. Le point vaut 1, le trait vaut 5, la coquille vaut 0.

Attention : Il ne faut pas écrire deux points côte à côte, car cela représenterait 2. Les deux points doivent être superposés verticalement pour indiquer deux positions différentes.

Autre méthode : le tableau montre que 20 s'écrit un point au-dessus d'une coquille. Pour obtenir 21, il suffit de remplacer la coquille du bas par un point.

3 Justifier l'écriture maya du nombre 37.

Corrigé

Dans le système maya, un nombre s'écrit en étages : l'étage inférieur représente les unités et l'étage supérieur représente les vingtaines.

On décompose 37 en une vingtaine et des unités :

$$37 = 1 \times 20 + 17.$$

Le point de l'étage supérieur vaut donc $1 \times 20 = 20$.

Il reste 17 à écrire dans l'étage inférieur. Or un trait vaut 5 et un point vaut 1, donc :

$$17 = 3 \times 5 + 2 \times 1.$$

Ainsi, l'étage inférieur contient 3 traits et 2 points, ce qui vaut $3 \times 5 + 2 = 17$.

Au total : $20 + 17 = 37$.

L'écriture maya de 37 est donc bien un point à l'étage supérieur, au-dessus de trois traits et deux points à l'étage inférieur.

Pour comprendre en détail

À retenir : Dans l'écriture maya verticale, l'étage du bas compte les unités (de 0 à 19) et l'étage juste au-dessus compte les vingtaines. Chaque trait vaut cinq points ; la coquille sert à marquer un étage vide.

Attention : Un point placé à l'étage supérieur ne vaut pas 1 mais $1 \times 20 = 20$. C'est la position qui change la valeur, comme dans notre système décimal.

4.a Donner l'écriture des deux nombres suivants dans notre système de numération.

a)



Corrigé

Étage du haut : trois points = $3 \times 1 = 3$, donc $3 \times 20 = 60$.

Étage du bas : deux traits et quatre points = $2 \times 5 + 4 \times 1 = 10 + 4 = 14$.

Nombre total : $3 \times 20 + 2 \times 5 + 4 \times 1 = 60 + 14 = 74$.

Ce nombre maya vaut donc **74** dans notre système de numération.

Pour comprendre en détail

Dans le système maya, les étages sont positionnels en base **20** : l'étage inférieur représente les unités (20^0) et l'étage supérieur les vingtaines (20^1). On convertit donc chaque étage en unités, puis on multiplie par la puissance de 20 correspondante.

Attention : ne pas lire les deux étages comme un nombre décimal classique (par exemple **314**) : il faut bien multiplier l'étage supérieur par **20**.

Autre méthode : repérer dans le tableau que trois points correspondent à **3** et que deux traits surmontés de quatre points correspondent à **14**, puis calculer $3 \times 20 + 14 = 74$.

4.b b)



Corrigé

Le nombre maya comporte trois étages, donc on utilise les puissances de 20 : en bas $20^0 = 1$, au milieu $20^1 = 20$, en haut $20^2 = 400$.

- Étage haut : 1 point vaut 1, donc $1 \times 400 = 400$.
- Étage milieu : 2 points et 3 traits donnent $2 \times 1 + 3 \times 5 = 2 + 15 = 17$, donc $17 \times 20 = 340$.
- Étage bas : 1 trait vaut 5, donc $5 \times 1 = 5$.

Total : $400 + 340 + 5 = 745$.

Le nombre représenté est donc **745**.

Pour comprendre en détail

Le système maya est vigésimal : chaque étage correspond à une puissance de 20. Pour lire un nombre de bas en haut, on multiplie la valeur de chaque étage par 20^{n-1} (étage du bas : 20^0 , au-dessus : 20^1 , etc.).

À retenir : le point vaut 1, le trait vaut 5, la coquille vaut 0 ; dans un même étage, les valeurs s'additionnent.

Attention : un même symbole ne vaut pas la même chose selon l'étage : il faut multiplier la valeur de l'étage par la puissance de 20 correspondante.

Le corrigé officiel comporte une coquille de rédaction : « $1 \times 400 + 3 \times 100 + 2 \times 20 + 1 \times 5$ » ne correspond pas au nombre maya, mais le résultat **745** est bien correct.

5.a Donner l'écriture maya du nombre 25.

Corrigé

Le système maya est vigésimal : le premier étage (en bas) compte les unités de 0 à 19, l'étage au-dessus compte les vingtaines.

On a $25 = 1 \times 20 + 5$.

La vingtaine s'écrit avec 1 point au deuxième étage, et les 5 unités s'écrivent avec 1 trait au premier étage (car le trait vaut 5).

L'écriture maya de 25 est donc : **un point au-dessus d'un trait**.

Pour comprendre en détail

À retenir : Dans la numération maya, les nombres de 0 à 19 s'écrivent sur un seul étage : le point vaut 1, le trait vaut 5 et la coquille vaut 0. Pour les nombres plus grands, on empile les étages : le deuxième étage représente des paquets de 20, le troisième des paquets de $20 \times 20 = 400$, etc.

Attention : Ne pas écrire cinq points pour représenter 5 : à partir de 5, on utilise un trait. De même, le trait du bas représente 5 unités, pas 5 vingtaines ; l'ordre vertical est essentiel (les unités en bas, les vingtaines au-dessus).

Vérification : $1 \times 20 + 5 = 25$.

5.b Donner l'écriture maya du nombre 101.

Corrigé

On a $101 = 5 \times 20 + 1$.

Le nombre 5 s'écrit avec un trait ; il se place à l'étage supérieur (les vingtaines).

Le nombre 1 s'écrit avec un point ; il se place à l'étage inférieur (les unités).

L'écriture maya de 101 est donc : un trait en haut et un point en bas.

Pour comprendre en détail

À retenir : Dans le système vigésimal maya, les étages se lisent de bas en haut et valent $20^0 = 1$, $20^1 = 20$, $20^2 = 400$, etc. Pour écrire un nombre, on cherche combien de vingtaines entières il contient : ce nombre se place à l'étage supérieur, et le reste à l'étage inférieur.

Attention : le corrigé officiel qui donne $1 \times 100 + 1 \times 1$ est erroné : il s'agit de vingtaines, pas de centaines. 100 correspond déjà à 5×20 .

5.c

Le système de numération maya est qualifié, tout comme le système de numération que nous utilisons, de système positionnel. Expliquer pourquoi.

Corrigé

Dans le système maya, la valeur d'un signe dépend de l'étage où il est placé : un point vaut 1 au premier étage (en bas), 20 au deuxième étage, 400 au troisième étage. De la même façon, dans notre système décimal, le chiffre 1 vaut 1 dans les unités, 10 dans les dizaines et 100 dans les centaines.

La coquille sert de zéro de position : elle indique qu'un étage est vide, comme le chiffre 0 dans notre système. Le système maya est donc positionnel.

Pour comprendre en détail

À retenir : un système de numération est dit *positionnel* lorsque la valeur d'un symbole dépend de sa position dans l'écriture du nombre, et non seulement du symbole lui-même.

Dans le système maya, chaque étage supérieur vaut 20 fois l'étage inférieur : les positions correspondent aux puissances de 20 ($20^0 = 1$, $20^1 = 20$, $20^2 = 400$). Dans notre système décimal, elles correspondent aux puissances de 10 ($10^0 = 1$, $10^1 = 10$, $10^2 = 100$).

Attention : ne pas confondre « positionnel » et « base 20 » : un système peut être positionnel en base 10, 20 ou autre. De plus, la coquille ne représente pas seulement le nombre zéro ; elle est indispensable pour laisser un étage vide et conserver la position des autres signes.