

ANNALES CRPE · MATHÉMATIQUES · 2023

Corrigé détaillé

CRPE 2023 – Mathématiques – Groupement 1

Épreuve écrite disciplinaire de mathématiques (2e épreuve d'admissibilité)

Durée : 3 heures

20 points

Exercice 1

Exercice 2

Exercice 3

Exercice 4

Exercice 5

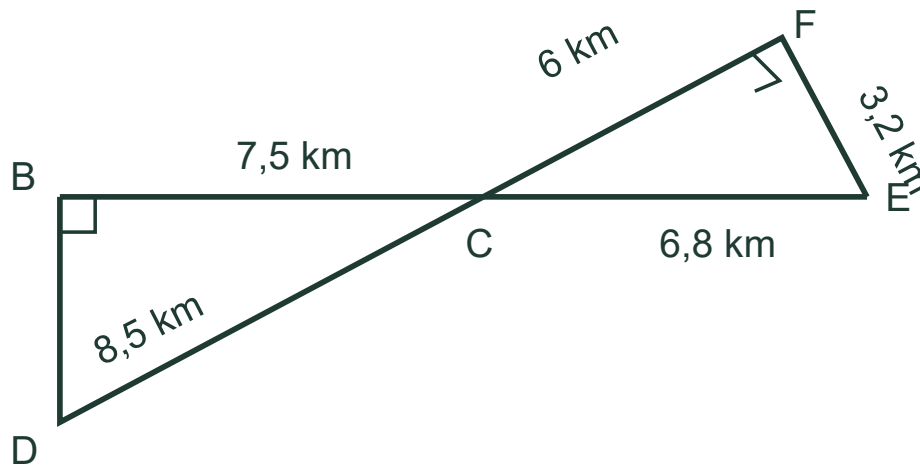
Exercice 6

Pour chaque question : **rappel de l'énoncé**, **corrigé** rédigé, puis « **Pour comprendre en détail** » (méthode, rappels de cours, erreurs fréquentes). À utiliser avec le sujet officiel (documents, tableaux et figures).

Sujet : Ministère de l'Éducation nationale – session 2023. Corrigé rédigé par Campus XYZ – campusxyz.fr. Tous droits réservés.

Exercice 1

- 1 Montrer que l'angle $\widehat{CFE}$ est droit.



Corrigé

Dans le triangle CFE, le plus grand côté est [CE] : $CE^2 = 6,8^2 = 46,24$.

$$CF^2 + FE^2 = 6^2 + 3,2^2 = 36 + 10,24 = 46,24.$$

$CE^2 = CF^2 + FE^2$: d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle CFE est rectangle en F : l'angle $\widehat{CFE}$ est droit.

Pour comprendre en détail

On calcule séparément les deux membres de l'égalité, puis on les compare : on n'écrit pas « $CE^2 = CF^2 + FE^2$ » avant de l'avoir vérifié. Les longueurs (6 ; 3,2 ; 6,8) sont proportionnelles à (15 ; 8 ; 17), triplet pythagoricien.

- 2 Déterminer la longueur totale du parcours.

Corrigé

Le triangle BCD est rectangle en B : $CD^2 = BC^2 + BD^2$, donc $BD^2 = 8,5^2 - 7,5^2 = 72,25 - 56,25 = 16$ et $BD = 4$ km.

Longueur du parcours : $BC + CE + EF + FC + CD + DB = 7,5 + 6,8 + 3,2 + 6 + 8,5 + 4 = 36$ km.

Pour comprendre en détail

Le parcours BCEFCDB passe par les segments [BC], [CE], [EF], [FC], [CD] et [DB]. Aucun n'est répété : on les additionne tous une fois.

- 3** Sachant que la vitesse moyenne du groupe est de **14 km/h**, la classe fera-t-elle le parcours en moins de **2 h 45 min** ? Justifier la réponse.

Corrigé

$$t = \frac{d}{v} = \frac{36}{14} \approx 2,571 \text{ h.}$$

$$0,571 \text{ h} \approx 0,571 \times 60 \approx 34,3 \text{ min} : t \approx 2 \text{ h } 34 \text{ min.}$$

2 h 34 min < **2 h 45 min** : **oui**, la classe fera le parcours en moins de **2 h 45 min**.

Pour comprendre en détail

Autre comparaison sans conversion : **2 h 45 min** = **2,75 h**, et $\frac{36}{14} \approx 2,57 < 2,75 \checkmark$. À **14 km/h** pendant **2,75 h**, on parcourt **38,5 km**, plus que les **36 km** du parcours.

Attention : **2,57 h** n'est pas **2 h 57 min**. La partie décimale d'une heure se convertit en minutes en multipliant par **60**.

Exercice 2

Question 1

1.a Déterminer la proportion que représente c par rapport à la somme totale.

Corrigé

Part de A et B : $\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{3+4}{12} = \frac{7}{12}$. Il reste $1 - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}$ de la somme.

C et D se la partagent à parts égales : $c = \frac{1}{2} \times \frac{5}{12} = \frac{5}{24}$ de la somme totale.

Pour comprendre en détail

Vérification : $\frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{5}{24} + \frac{5}{24} = \frac{6+8+5+5}{24} = 1 \checkmark$.

1.b D reçoit 55 €. Déterminer les valeurs de a , b et c .

Corrigé

$c = d = 55$ €, soit $\frac{5}{24}$ de la somme totale S : $S = 55 \times \frac{24}{5} = 264$ €.

$a = \frac{1}{4} \times 264 = 66$ € ; $b = \frac{1}{3} \times 264 = 88$ € ; $c = 55$ €.

Pour comprendre en détail

Vérification : $66 + 88 + 55 + 55 = 264 \checkmark$.

Question 2

2 Exprimer la part de chacun en fonction de s .

Corrigé

$g + h = \frac{s}{3}$ et $g = h$: $g = h = \frac{s}{6}$.

$e + f = s - \frac{s}{3} = \frac{2s}{3}$ avec $e = 3f$: $4f = \frac{2s}{3}$, donc $f = \frac{s}{6}$ et $e = 3f = \frac{s}{2}$.

Parts : $e = \frac{s}{2}$, $f = \frac{s}{6}$, $g = \frac{s}{6}$, $h = \frac{s}{6}$.

Pour comprendre en détail

Vérification : $\frac{s}{2} + \frac{s}{6} + \frac{s}{6} + \frac{s}{6} = \frac{3s + s + s + s}{6} = s \checkmark$. F, G et H reçoivent la même part, E en reçoit trois fois plus.

Exercice 3

- 1.a** *L'utilisateur clique sur le drapeau. Répondre sans justifier : quelles sont les coordonnées du point de départ du tracé ?*

Corrigé

Le point de départ est $(-75 ; 50)$.

- 1.b** *Combien de triangles sont dessinés par le script ?*

Corrigé

La boucle s'exécute **5** fois et appelle le bloc « Triangle » à chaque tour : **5 triangles**.

- 1.c** *Quelle est la nature des triangles dessinés ?*

Corrigé

Le bloc répète **3** fois « avancer de côté, tourner de **120°** » : trois côtés égaux et des angles de **60°** (angle extérieur de **120°**) : ce sont des triangles **équilatéraux**.

Pour comprendre en détail

Le lutin tourne de l'angle extérieur (**120°**), et l'angle intérieur d'un triangle équilatéral vaut **$180 - 120 = 60^\circ$** . Contrôle : **$3 \times 120 = 360$** , tour complet.

- 1.d** *Quelle est la longueur (en pas) d'un côté du deuxième triangle tracé ?*

Corrigé

Le premier triangle a pour côté **100** ; ensuite « ajouter **-20** à côté » donne **80** : le deuxième triangle a pour côté **80 pas**.

Pour comprendre en détail

Les cinq triangles ont pour côtés **100, 80, 60, 40, 20 pas**.

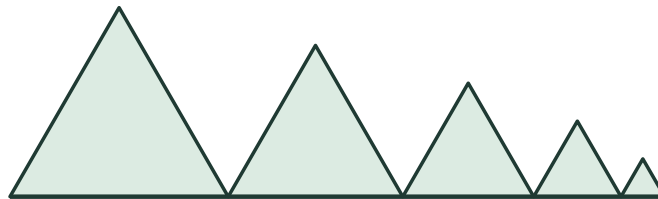
2 Tracer le dessin obtenu par ce programme en prenant comme échelle 1 cm pour 20 pas.

Corrigé

À l'échelle 1 cm pour 20 pas, les côtés valent 5, 4, 3, 2 et 1 cm.

Le lutin trace un triangle équilatéral de 5 cm au-dessus de sa ligne de départ (rotations à gauche), puis avance de 5 cm le long de la base (stylo toujours baissé), puis trace un triangle de 4 cm, etc.

On obtient cinq triangles équilatéraux de côtés 5, 4, 3, 2, 1 cm, côte à côte sur une même base horizontale de $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$ cm.



Dessin à l'échelle (1 cm pour 20 pas, schéma réduit)

Pour comprendre en détail

Un triangle équilatéral de côté c a pour hauteur $\frac{\sqrt{3}}{2}c : \approx 4,3$ cm pour $c = 5$ cm.

3 Si au lieu de triangles on voulait obtenir des hexagones réguliers, que devrait-on changer dans les instructions du bloc triangle ?

Corrigé

Il faut répéter **6 fois** (au lieu de 3) et tourner de 60° (au lieu de 120°), puisque $\frac{360}{6} = 60$.

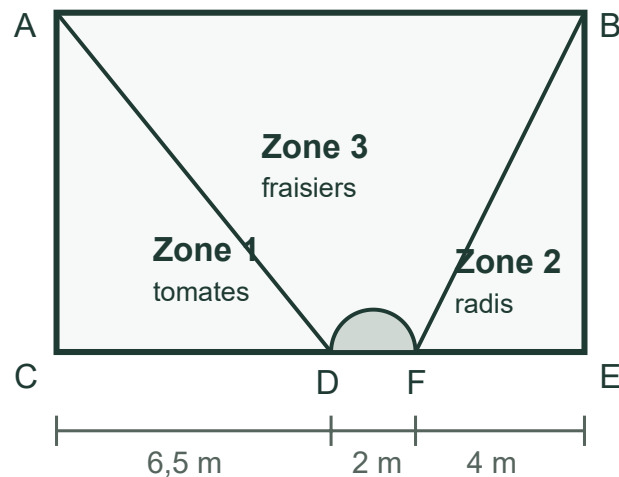
Pour comprendre en détail

Pour un triangle : $\frac{360}{3} = 120$; pour un hexagone : $\frac{360}{6} = 60$; pour un carré : $\frac{360}{4} = 90$.

Exercice 4

Partie A

A.1 Justifier que la largeur du terrain correspondant au segment $[CA]$ est égale à 8 m.



Corrigé

$$CE = 6,5 + 2 + 4 = 12,5 \text{ m.}$$

$$\text{Aire du rectangle : } CE \times CA = 100, \text{ donc } CA = \frac{100}{12,5} = 8 \text{ m.}$$

Pour comprendre en détail

$$\text{Vérification : } 12,5 \times 8 = 100 \checkmark.$$

A.2 Tracer un plan du terrain avec les différentes zones à l'échelle 1 : 80.

Corrigé

À l'échelle 1 : 80, 1 cm représente 0,8 m. Longueurs sur le plan :

Segment	Réel	Plan
CE	12,5 m	15,625 cm
CA = EB	8 m	10 cm
CD	6,5 m	8,125 cm
DF	2 m	2,5 cm
FE	4 m	5 cm

On trace le rectangle de **15,625 cm** (soit **15,6 cm** au tracé) sur **10 cm**, on place D et F sur [CE], on trace [AD] et [BF], et le demi-cercle de diamètre [DF] (rayon **1,25 cm**) à l'intérieur du terrain.

Pour comprendre en détail

$$\frac{12,5}{0,8} = 15,625 \text{ cm, arrondi à } 15,6 \text{ cm pour le tracé.}$$

A.3.a Le directeur de l'école veut installer une bordure sur les trois côtés autour de la zone 1 où on plante des tomates. Montrer que $AD = \sqrt{106,25} \text{ m}$.

Corrigé

ACD est rectangle en C : $AD^2 = CA^2 + CD^2 = 8^2 + 6,5^2 = 64 + 42,25 = 106,25$.

$$AD = \sqrt{106,25} \text{ m.}$$

A.3.b Déterminer la longueur de la bordure qu'il doit acheter. On donnera le résultat en mètre, arrondi à l'unité.

Corrigé

Périmètre de la zone 1 : $CA + CD + AD = 8 + 6,5 + \sqrt{106,25} \approx 14,5 + 10,31 = 24,81 \text{ m}$.

Le directeur doit acheter environ **25 m** de bordure.

Pour comprendre en détail

On arrondit à **25 m** (par excès) : avec **24 m**, il manquerait presque **1 m** de bordure.

A.3.c Les bordures sont vendues par rouleaux de **4 mètres**. Déterminer le nombre de rouleaux nécessaire pour entourer la zone 1.

Corrigé

$$\frac{24,81}{4} \approx 6,2 : \text{il faut } \mathbf{7 \text{ rouleaux.}}$$

Pour comprendre en détail

Avec **6** rouleaux, on aurait **24 m**, insuffisant pour **24,81 m**.

A.4.a On veut déterminer l'aire de chacune des zones. Calculer l'aire de la zone 1, en mètre carré.

Corrigé

$$\mathcal{A}_1 = \frac{CD \times CA}{2} = \frac{6,5 \times 8}{2} = 26 \text{ m}^2.$$

A.4.b Calculer l'aire de la zone 2, où on plante des radis, en mètre carré.

Corrigé

$$\mathcal{A}_2 = \frac{FE \times EB}{2} = \frac{4 \times 8}{2} = 16 \text{ m}^2.$$

A.4.c En déduire l'aire de la zone 3, où on plante des fraisiers (sans la zone « Entrée » hachurée sur la figure), en mètre carré. Donner la valeur exacte puis la valeur arrondie au dixième.

Corrigé

Aire de l'entrée : demi-disque de rayon 1 m : $\frac{\pi \times 1^2}{2} = \frac{\pi}{2} \text{ m}^2$.

$$\mathcal{A}_3 = 100 - 26 - 16 - \frac{\pi}{2} = 58 - \frac{\pi}{2} \text{ m}^2 \text{ (valeur exacte)} \approx 56,43, \text{ soit environ } 56,4 \text{ m}^2.$$

Pour comprendre en détail

Les trois aires $26 + 16 + (58 - \frac{\pi}{2}) + \frac{\pi}{2} = 100$ retrouvent l'aire du terrain ✓.

A.5 On s'intéresse à la culture des fraisiers. Sachant qu'on peut planter 6 pieds de fraisiers par m^2 et qu'un pied de fraisier produit en moyenne 650 grammes de fraises par année, quelle masse de fraises les élèves peuvent-ils espérer récolter ? On donnera le résultat en kilogramme, arrondi à l'unité.

Corrigé

Nombre de pieds : $6 \times 56,43 \approx 338$ pieds.

Masse de fraises : $338 \times 0,65 \approx 219,7$ kg, soit environ 220 kg.

Pour comprendre en détail

En gardant les valeurs exactes : $6 \left(58 - \frac{\pi}{2} \right) \times 0,65 = (348 - 3\pi) \times 0,65 \approx 220,1$ kg : même arrondi à l'unité.

Partie B

B.1 La recette de confiture de fraise dit que la quantité de sucre nécessaire doit correspondre à 55% de la masse totale avant cuisson. Quelle masse de sucre, arrondie au kilogramme, le directeur doit-il acheter

pour respecter cette recette ?

Corrigé

Soit m_T la masse totale avant cuisson (fraises + sucre). Les fraises en représentent $100 - 55 = 45\%$: $0,45 m_T = 25$, donc $m_T = \frac{25}{0,45} \approx 55,56$ kg.

Masse de sucre : $0,55 \times 55,56 \approx 30,56$ kg, soit environ **31 kg**.

Pour comprendre en détail

Autre calcul : $m_s = m_T - 25 \approx 30,56$ kg. Le sucre et les fraises sont dans le rapport $\frac{55}{45} = \frac{11}{9}$, donc $m_s = 25 \times \frac{11}{9} \approx 30,56$.

Interprétation : « 55 % de la masse totale » se rapporte au mélange fraises + sucre. Calculer 55 % de 25 kg (13,75 kg) serait une erreur de lecture.

B.2 *Sachant que 3 kg de fraises permettent de réaliser 4,8 L de confiture, combien de litres de confiture peut-on réaliser ?*

Corrigé

$\frac{4,8}{3} = 1,6$ L par kilogramme de fraises, donc $25 \times 1,6 = 40$ L.

On peut réaliser **40 L** de confiture.

Pour comprendre en détail

Produit en croix : $\frac{25 \times 4,8}{3} = \frac{120}{3} = 40$.

B.3 *Il décide de conditionner cette confiture dans des pots cylindriques dont la base est un disque de diamètre 8,4 cm et dont la hauteur mesure 11 cm. Sachant que les pots ne peuvent être remplis qu'au $\frac{8}{9}$ de leur capacité maximale, déterminer le nombre de pots de confiture qu'il devrait réaliser.*

Corrigé

Capacité d'un pot : $V = \pi \times 4,2^2 \times 11 = 194,04 \pi \approx 609,6$ cm³.

Volume de confiture par pot : $\frac{8}{9} \times 194,04 \pi = 172,48 \pi \approx 541,9$ cm³ $\approx 0,542$ L.

$\frac{40}{0,5419} \approx 73,8$: il faudra **74 pots**.

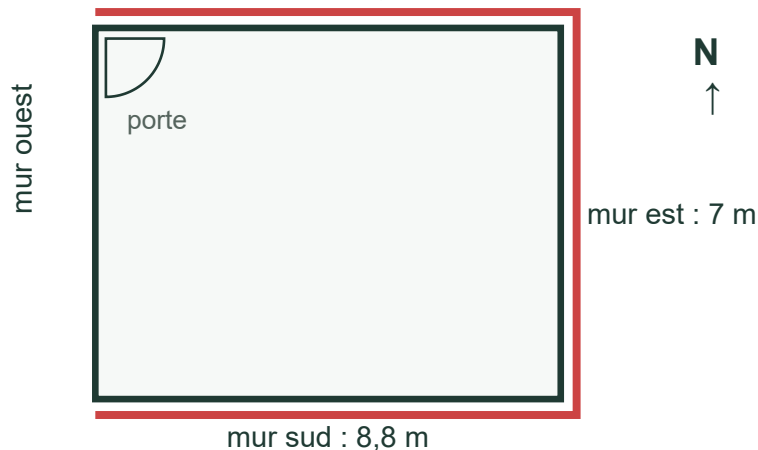
Pour comprendre en détail

Arrondi : 73,8 s'arrondit à l'entier supérieur : avec **73** pots, il resterait de la confiture ($\approx 0,43$ L) qu'on ne saurait pas où mettre.

Exercice 5

- 1 Pour effectuer cette frise l'enseignant prévoit d'assembler bord à bord des feuilles de format A4 ($21 \times 29,7$ cm) dans le sens de la longueur. Montrer qu'il faudra 83 feuilles pour réaliser la frise.

départ de la frise : coin nord-ouest, puis sens des aiguilles d'une mon
mur nord : 8,8 m



Corrigé

Longueur de la frise : $8,8 + 7 + 8,8 = 24,6$ m = 2 460 cm.

$\frac{2\,460}{29,7} \approx 82,8$: il faut 83 feuilles pour couvrir toute la frise (82 feuilles ne suffisent pas).

Pour comprendre en détail

Contrôle : $82 \times 29,7 = 2\,435,4$ cm < 2 460 cm et $83 \times 29,7 = 2\,465,1$ cm $\geq$ 2 460 cm ✓.

- 2 Par combien de centimètres est représentée une année sur cette frise chronologique ? Arrondir au millimètre près.

Corrigé

Longueur de la frise : $83 \times 29,7 = 2\,465,1$ cm. Durée représentée : $2\,023 - 476 = 1\,547$ ans.

$\frac{2\,465,1}{1\,547} \approx 1,59$ cm par an, soit environ 1,6 cm par année.

Pour comprendre en détail

Avec 2 460 cm (longueur exacte des murs), on trouve 1,59 cm aussi : même arrondi 1,6 cm.

- 3.a** L'enseignant a répertorié dans une feuille de calcul automatisé des dates importantes qu'il aimerait faire figurer sur cette frise.

	A	B	C	D
1		Année	Nombre de cm du début de la frise	
2	Fin de l'antiquité / Début du Moyen-Âge	476	0	1
3	Fin du Moyen-Âge / Début de l'époque moderne	1492		
4	Fin de l'époque moderne / Début de l'époque contemporaine	1789		

Proposer une formule à valider dans la cellule C2, pouvant être étirée vers le bas afin de trouver tous les résultats de la colonne C.

Corrigé

En C2 : $=(B2-476)*1,6$

Pour comprendre en détail

Recopiée vers le bas, la formule devient $=(B3-476)*1,6$, etc. : la référence à la ligne s'adapte, le **476** et le **1,6** restent des constantes. Pour la ligne **2**, on obtient bien **0** (cohérent avec l'affichage).

- 3.b** Sachant que la formule validée dans la cellule D2 est « $=ENT(C2/29,7)+1$ », déterminer à quoi correspondent les nombres de la colonne D au sein de la salle de classe. On rappelle que « $ENT(x)$ » renvoie la partie entière du nombre x .

Corrigé

$\frac{C2}{29,7}$ est le nombre de feuilles de **29,7** cm placées avant la date ; sa partie entière est le nombre de feuilles *entières* déjà complètement passées ; en ajoutant **1**, on obtient le **numéro de la feuille** sur laquelle se trouve l'événement.

Les nombres de la colonne D donnent donc le numéro de la feuille de la frise (de **1** à **83**) sur laquelle figure chaque événement.

Pour comprendre en détail

Exemple de la ligne **2** : **0** cm $\rightarrow ENT(0) + 1 = 1$: la date **476** est sur la **1^{re}** feuille.

- 4** Sur quel mur de la classe se trouvera l'événement « l'accostage de Christophe Colomb sur le continent américain », marquant la fin du Moyen-Âge, si on le positionne sur la frise ?

Corrigé

Position de **1 492** : $(1\,492 - 476) \times 1,6 = 1\,016 \times 1,6 = 1\,625,6$ cm.

Murs dans l'ordre : nord **880** cm ; est **700** cm, jusqu'à **880 + 700 = 1 580** cm ; sud ensuite.

$1\,625,6 > 1\,580$: l'événement se situe sur le **mur sud**, à **45,6** cm après le coin sud-est.

Pour comprendre en détail

Sur la feuille : $\frac{1\,625,6}{29,7} \approx 54,7$ donc $ENT+1 = 55$: c'est la **55^e** feuille.

Attention à l'ordre : la frise suit le sens des aiguilles d'une montre depuis le coin nord-ouest : nord, puis est, puis sud. On additionne les longueurs des murs dans cet ordre.

Exercice 6

- 1 Reproduire et compléter le tableau suivant : lignes « Nombre de filles », « Nombre de garçons », « Total » ; colonnes « Nombre d'élèves musiciens », « Nombre d'élèves non-musiciens », « Total » (le total général est 150).

Corrigé

Garçons : $150 - 80 = 70$. Musiciens : $0,24 \times 150 = 36$, dont 16 garçons donc $36 - 16 = 20$ filles musiciennes.

	Musiciens	Non-musiciens	Total
Filles	20	60	80
Garçons	16	54	70
Total	36	114	150

Pour comprendre en détail

Les cases se remplissent par différences : $80 - 20 = 60$, $70 - 16 = 54$, $150 - 36 = 114$. Contrôle : $60 + 54 = 114 \checkmark$.

- 2.a Dans cette question, on écrira les résultats sous forme de fractions irréductibles. On interroge un élève au hasard. Quelle est la probabilité pour que ce soit un garçon ?

Corrigé

$$P = \frac{70}{150} = \frac{7}{15}.$$

- 2.b Quelle est la probabilité que ce soit une fille musicienne ?

Corrigé

$$P = \frac{20}{150} = \frac{2}{15}.$$

- 2.c Quelle est la probabilité que ce soit un élève non-musicien ?

Corrigé

$$P = \frac{114}{150} = \frac{19}{25}.$$

Pour comprendre en détail

On vérifie avec l'événement contraire : $1 - \frac{36}{150} = 1 - \frac{6}{25} = \frac{19}{25} \checkmark$.

3 L'élève interrogé est un garçon. Quelle est la probabilité qu'il soit musicien ?

Corrigé

Parmi les **70** garçons, **16** sont musiciens : $P = \frac{16}{70} = \frac{8}{35}$.

Pour comprendre en détail

Attention à l'univers : « l'élève est un garçon » est une information connue : on se restreint aux **70** garçons. $\frac{16}{150}$ serait la probabilité d'être à la fois garçon et musicien.

4 **30 %** des filles musiciennes jouent d'un instrument à vent. Quel pourcentage cela représente-t-il par rapport à l'effectif total de l'école ?

Corrigé

$0,3 \times 20 = 6$ filles jouent d'un instrument à vent.

$\frac{6}{150} = 0,04 = 4\%$ de l'effectif total.

Pour comprendre en détail

Les deux pourcentages ont des références différentes : **30 %** des filles musiciennes (**20** élèves) et **4 %** de l'école (**150** élèves) désignent les mêmes **6** élèves.