

ANNALES CRPE · MATHÉMATIQUES · 2025

Corrigé détaillé

CRPE 2025 – Mathématiques – Groupement 2

Épreuve écrite disciplinaire de mathématiques (2e épreuve d'admissibilité)

Durée : 3 heures

20 points

Exercice 1

Exercice 2

Exercice 3

Exercice 4

Exercice 5

Pour chaque question : **rappel de l'énoncé**, **corrigé** rédigé, puis « **Pour comprendre en détail** » (méthode, rappels de cours, erreurs fréquentes). À utiliser avec le sujet officiel (documents, tableaux et figures).

Sujet : Ministère de l'Éducation nationale – session 2025 (EST MAT 2). Corrigé rédigé par Campus XYZ – campusxyz.fr. Tous droits réservés.

Exercice 1

1 Affirmation 1 : $\frac{35}{7}$ n'est pas un nombre décimal.

Corrigé

$\frac{35}{7} = 5$, qui est un nombre entier, donc un nombre décimal.

L'affirmation est **fausse**.

Pour comprendre en détail

Un nombre décimal est un nombre qui s'écrit avec un nombre fini de chiffres après la virgule ; tout entier est décimal ($5 = 5,0$). Une fraction n'est pas forcément « non décimale » parce qu'elle s'écrit avec une barre de fraction.

2 Affirmation 2 : 22,9 est un nombre rationnel.

Corrigé

$22,9 = \frac{229}{10}$: quotient de deux entiers, donc rationnel.

L'affirmation est **vraie**.

Pour comprendre en détail

À retenir : tout décimal est rationnel ($\mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$) : on l'écrit avec une puissance de 10 au dénominateur.

3 Affirmation 3 : la somme de sept nombres entiers consécutifs est un multiple de 7.

Corrigé

Soit n le plus petit des sept entiers. La somme vaut :

$$n + (n + 1) + \dots + (n + 6) = 7n + (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) = 7n + 21 = 7(n + 3).$$

C'est un multiple de 7 : l'affirmation est **vraie**.

Pour comprendre en détail

Autre façon : en prenant l'entier central m , les sept entiers sont $m - 3, \dots, m + 3$; les termes opposés s'annulent et la somme vaut $7m$.

Un exemple ($1 + 2 + \dots + 7 = 28 = 7 \times 4$) ne prouve rien ; la démonstration avec une lettre est nécessaire.

- 4** *Un nombre entier positif est parfait signifie qu'il est égal à la somme de ses diviseurs positifs stricts (tout diviseur hormis lui-même). Par exemple, 6 est un nombre parfait car $6 = 1 + 2 + 3$.*

Affirmation 4 : 496 est un nombre parfait.

Corrigé

$496 = 2^4 \times 31$. Ses diviseurs sont 1, 2, 4, 8, 16 et 31, 62, 124, 248, 496.

Somme des diviseurs stricts : $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 31 + 62 + 124 + 248 = 496$.

496 est égal à la somme de ses diviseurs stricts : l'affirmation est **vraie**.

Pour comprendre en détail

Regroupement : $1 + 2 + 4 + 8 + 16 = 31$ et $31 \times (1 + 2 + 4 + 8 + 16) = 31 \times 31 = 961$ donnent la somme de *tous* les diviseurs $31 \times 32 = 992 = 2 \times 496$; en retirant 496 lui-même il reste 496 ✓.

Les premiers nombres parfaits sont 6, 28, 496, 8 128.

- 5** **Affirmation 5 :** quel que soit le nombre réel positif x , la racine carrée de x est inférieure ou égale à x .

Corrigé

Contre-exemple : $x = 0,25$. On a $\sqrt{0,25} = 0,5$ et $0,5 > 0,25$.

L'affirmation est **fausse**.

Pour comprendre en détail

En fait $\sqrt{x} \leq x$ seulement pour $x = 0$ ou $x \geq 1$. Entre 0 et 1, la racine carrée d'un nombre est plus grande que lui ($\sqrt{0,01} = 0,1$).

- 6** **Affirmation 6 :** tout rectangle a pour axes de symétrie ses diagonales.

Corrigé

Contre-exemple : un rectangle non carré, de longueur 4 et de largeur 2. Dans la symétrie d'axe une diagonale, le sommet voisin d'une extrémité de la diagonale n'a pas pour image un sommet du rectangle (les côtés 4 et 2 ne se correspondent pas).

L'affirmation est **fausse**.

Pour comprendre en détail

Les axes de symétrie d'un rectangle sont les deux médianes (droites passant par les milieux de côtés opposés). Les diagonales ne sont des axes de symétrie que pour un carré, ou plus généralement pour un losange.

Exercice 2

- 1 La transformation du lait en crème entraîne une réduction du volume. Montrer que cette réduction est de 87,5 %.

Corrigé

8 L de lait donnent 1 L de crème : le volume passe de 8 à 1.

$$\frac{1-8}{8} = -\frac{7}{8} = -0,875 : \text{le volume diminue de } 87,5 \%$$

Pour comprendre en détail

Autre lecture : la crème représente $\frac{1}{8} = 12,5\%$ du volume de lait, donc on perd $100 - 12,5 = 87,5\%$.

- 2 Déterminer la masse de beurre, en kilogrammes, que peut espérer fabriquer Claire chaque jour, si elle utilise la totalité du lait produit par ses vaches.

Corrigé

Lait : $248 \times 30 = 7\,440$ L par jour.

$$\text{Crème : } \frac{7\,440}{8} = 930 \text{ L.}$$

$$\text{Beurre : } \frac{930}{3} = 310 \text{ kg.}$$

Claire peut fabriquer **310 kg de beurre** par jour.

Pour comprendre en détail

Vérification en sens inverse : 310 kg de beurre demandent $310 \times 3 = 930$ L de crème, soit $930 \times 8 = 7\,440$ L de lait ✓.

- 3.a Claire décide de vendre son beurre en plaquette de 250 g. Chaque plaquette a une forme pouvant être assimilée à un pavé droit dont les dimensions sont 10 cm de longueur, 6,5 cm de largeur et 3,5 cm de hauteur. Déterminer le volume d'une plaquette de beurre. On exprimera le résultat en cm^3 .

Corrigé

$$V = 10 \times 6,5 \times 3,5 = 227,5 \text{ cm}^3.$$

3.b

On donne la formule permettant de calculer la masse volumique ρ du beurre, $\rho = \frac{m}{V}$ avec m la masse du beurre et V son volume. La masse volumique du lait est de **1,03 kg/L**. Comparer la masse volumique du beurre avec celle du lait.

Corrigé

$m = 250 \text{ g} = 0,25 \text{ kg}$ et $V = 227,5 \text{ cm}^3 = 0,2275 \text{ L}$.

$$\rho = \frac{0,25}{0,2275} \approx 1,10 \text{ kg/L}.$$

$1,10 > 1,03$: la masse volumique du beurre (d'après ces données) est **supérieure** à celle du lait.

Pour comprendre en détail

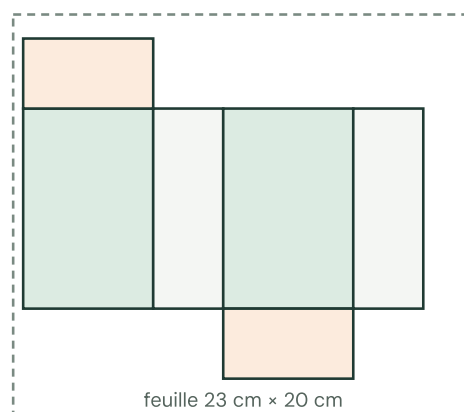
En g/cm^3 , le résultat est le même : $\frac{250}{227,5} \approx 1,10 \text{ g/cm}^3$, car $1 \text{ kg/L} = 1 \text{ g/cm}^3$. C'est la cohérence des unités qui compte : il faut comparer à une grandeur exprimée dans la même unité que **1,03 kg/L**.

4.a Pour emballer chaque plaquette de beurre, Claire utilise une feuille rectangulaire de papier alimentaire de dimensions **23 cm** et **20 cm**. Montrer qu'il est possible d'emballer une plaquette de beurre dans le papier alimentaire choisi par Claire. Une réponse sous la forme d'un schéma sera acceptée.

Corrigé

Le patron du pavé en « croix » se compose d'une bande de quatre faces autour de la plaquette, de longueur $6,5 + 3,5 + 6,5 + 3,5 = 20 \text{ cm}$ et de hauteur **10 cm**, avec deux faces de $6,5 \times 3,5 \text{ cm}$ collées au-dessus et au-dessous de la bande.

Ce patron tient dans un rectangle de **20 cm** sur $10 + 3,5 + 3,5 = 17 \text{ cm}$, qui est contenu dans la feuille de **23 cm** sur **20 cm**. Il est donc possible d'emballer la plaquette.



Patron du pavé dans la feuille (échelle 1 cm → 10 px)

Pour comprendre en détail

On peut aussi justifier sans patron : en enrollant la feuille autour du pavé dans le sens de la largeur de **23 cm**, il faut couvrir le tour de la section $6,5 \times 3,5$, soit $20 \text{ cm} \leq 23 \text{ cm}$; dans l'autre sens, **20 cm** couvrent les **10 cm** de longueur plus les rabats de chaque extrémité ($10 + 3,5 + 3,5 = 17 \leq 20$).

4.b On note A l'aire totale de la surface du pavé droit représentant la plaquette de beurre. Calculer A en cm^2 .

Corrigé

$$A = 2 \times (10 \times 6,5 + 10 \times 3,5 + 6,5 \times 3,5) = 2 \times (65 + 35 + 22,75) = 2 \times 122,75 = 245,5 \text{ cm}^2.$$

Pour comprendre en détail

Les trois types de faces sont : dessus-dessous ($10 \times 6,5$), côtés ($10 \times 3,5$), bouts ($6,5 \times 3,5$), chacun en double d'où le facteur 2.

4.c Claire pense que l'aire A représente au moins 60 % de l'aire de la feuille de papier alimentaire. A-t-elle raison ?

Corrigé

Aire de la feuille : $23 \times 20 = 460 \text{ cm}^2$.

$$\frac{245,5}{460} \approx 0,534, \text{ soit environ } 53,4 \%, \text{ inférieur à } 60 \%.$$

Claire a tort.

Pour comprendre en détail

Autre contrôle : 60 % de 460 cm^2 font 276 cm^2 , et $245,5 < 276 \checkmark$.

- 5.a** Claire fixe le prix du beurre à 2,5 € la plaquette. Afin de tenir la comptabilité de ses ventes mensuelles de plaquettes de beurre, elle utilise la feuille de calcul ci-dessous.

	A	B	C
1	Ventes mars 2025		
2	Client	Nombre de plaquettes vendues	Prix total
3	Coopérative laitière	18400	
4	Supermarché A	8800	
5	Supermarché B	6100	
6	Épicerie fine	1300	
7	Vendeur marché	1438	
8	Vente à la ferme	327	
9	TOTAL		

Proposer une formule qui peut être saisie dans la cellule B9 pour obtenir le nombre total de plaquettes de beurre vendues en mars 2025. Aucune justification n'est attendue.

Corrigé

En B9 : =SOMME(B3:B8) (ou =B3+B4+B5+B6+B7+B8).

Pour comprendre en détail

Le résultat affiché serait **36 365** plaquettes.

- 5.b** Proposer une formule qui peut être saisie dans la cellule C3 puis recopiée vers le bas pour compléter la colonne C. Aucune justification n'est attendue.

Corrigé

En C3 : =B3*2,5 (avec une virgule décimale dans un tableur en français).

Pour comprendre en détail

Recopiée vers le bas, elle devient =B4*2,5, =B5*2,5... La référence à B s'adapte à chaque ligne, le prix 2,5 reste le même. Pour changer le prix facilement, on pourrait le mettre dans une cellule dédiée (par exemple E1) et écrire =B3*\$E\$1.

Exercice 3

- 1 Déterminer la probabilité que Jean-Baptiste réussisse chacun de ses deux sauts.

Corrigé

Pour un saut, les trois événements « toucher », « dépasser » et « réussir » sont équiprobables et forment toutes les issues possibles : chacun a la probabilité $\frac{1}{3}$.

Les deux sauts étant indépendants : $P = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$.

Pour comprendre en détail

Un arbre pondéré à deux niveaux (réussi $\frac{1}{3}$ / mordu $\frac{2}{3}$ à chaque saut) donne les quatre chemins : RR ($\frac{1}{9}$), RM ($\frac{2}{9}$), MR ($\frac{2}{9}$), MM ($\frac{4}{9}$) ; leur somme vaut 1.

Attention : « mordre » regroupe deux événements (toucher ou dépasser) : $P(\text{mordre}) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$, et non $\frac{1}{3}$.

- 2 Déterminer la probabilité qu'il « morde » au premier saut et qu'il réussisse le second.

Corrigé

$P(\text{mordre au 1}^{\text{er}} \text{ saut}) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ et $P(\text{réussir le 2}^{\text{e}}) = \frac{1}{3}$.

$P = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$.

- 3 Déterminer la probabilité qu'il « morde » exactement une fois.

Corrigé

Deux issues disjointes : mordre puis réussir ($\frac{2}{9}$), ou réussir puis mordre ($\frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$).

$P = \frac{2}{9} + \frac{2}{9} = \frac{4}{9}$.

Pour comprendre en détail

Erreur fréquente : ne compter qu'un seul des deux ordres. « Exactement une fois » comprend « M puis R » et « R puis M ».

4

Déterminer la probabilité qu'il « morde » au moins une fois lors de ses deux sauts.

Corrigé

L'événement contraire est « ne pas mordre du tout », c'est-à-dire « réussir les deux sauts », de probabilité $\frac{1}{9}$.

$$P = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}.$$

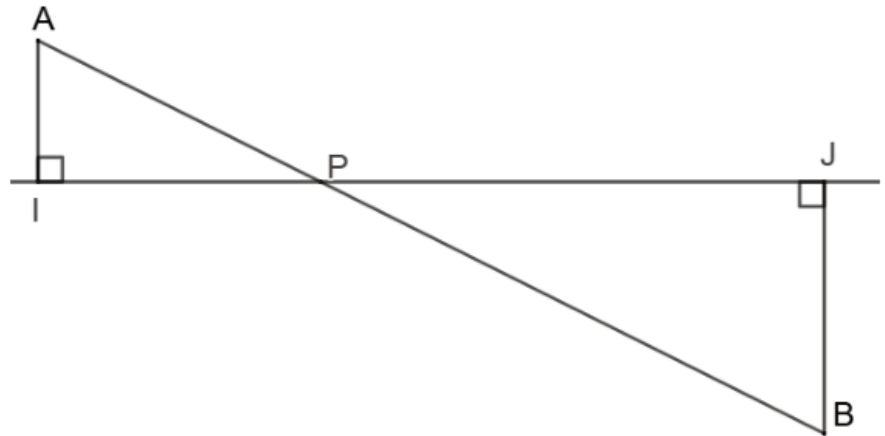
Pour comprendre en détail

Vérification en additionnant les cas : exactement une fois ($\frac{4}{9}$) et deux fois ($\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$) : $\frac{4}{9} + \frac{4}{9} = \frac{8}{9}$ ✓.

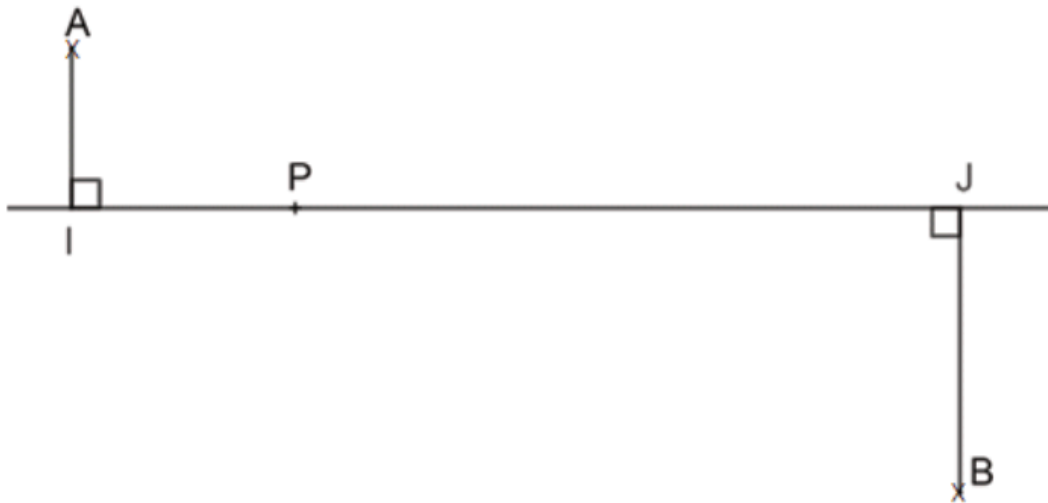
Exercice 4

- 1 **Première possibilité :** le pont sera placé à l'intersection du segment reliant les deux maisons et du segment représentant le ruisseau. La figure 1 ci-dessous (qui n'est pas à l'échelle) représente la modélisation de cette première possibilité.

Figure 1



Déterminer la longueur du segment $[IP]$ dans cette configuration. On donnera le résultat arrondi au mètre.



Corrigé

(AI) et (BJ) sont perpendiculaires à (IJ) , donc parallèles. Les points A, P, B d'une part et I, P, J d'autre part sont alignés. D'après le théorème de Thalès dans les triangles PIA et PJB :

$$\frac{PI}{PJ} = \frac{IA}{JB}, \text{ soit } \frac{x}{120 - x} = \frac{30}{46}.$$

$$46x = 30(120 - x) \text{ donc } 76x = 3\,600 \text{ et } x = \frac{3\,600}{76} \approx 47,4.$$

$$IP \approx 47 \text{ m.}$$

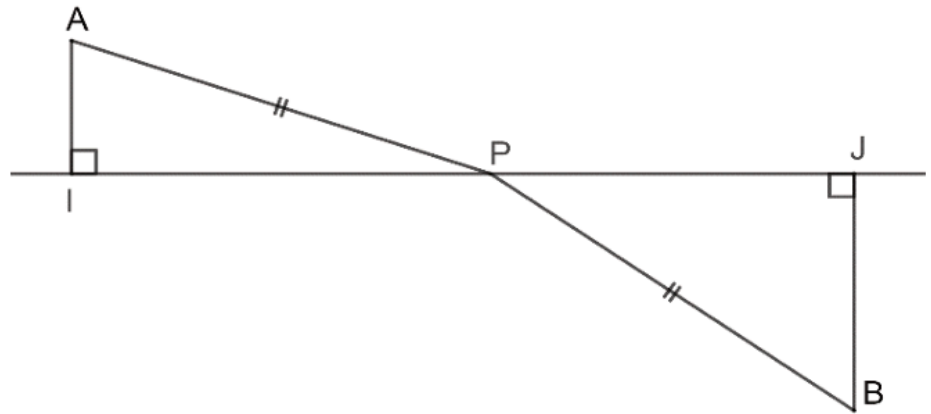
Pour comprendre en détail

Raccourci : le triangle PIA et le triangle PJB sont semblables, de rapport $\frac{30}{46}$. Comme $IP + PJ = 120$,
 $IP = 120 \times \frac{30}{30 + 46} = 120 \times \frac{30}{76}$ (on partage 120 dans le rapport 30 : 46).

Attention : $PJ = 120 - x$ et non x . Vérification : $PJ \approx 72,6$ et $\frac{47,4}{72,6} \approx 0,653 \approx \frac{30}{46} \checkmark$.

- 2.a** *Deuxième possibilité : le pont sera placé sur le ruisseau à égale distance des deux maisons. La figure 2 ci-dessous (qui n'est pas à l'échelle) représente la modélisation de cette seconde possibilité.*

Figure 2



Déterminer AP^2 et PB^2 en fonction de x .

Corrigé

Dans le triangle AIP rectangle en I : $AP^2 = IA^2 + IP^2 = 30^2 + x^2 = x^2 + 900$.

Dans le triangle BJP rectangle en J, avec $PJ = 120 - x$: $PB^2 = JB^2 + PJ^2 = 46^2 + (120 - x)^2 = (120 - x)^2 + 2\,116$.

- 2.b** *En déduire que la longueur du segment $[IP]$, arrondie au mètre, est égale à 65 m.*

Corrigé

$AP = PB$ donc $AP^2 = PB^2$:

$$x^2 + 900 = (120 - x)^2 + 2\,116 = 14\,400 - 240x + x^2 + 2\,116.$$

Les termes en x^2 s'annulent : $900 = 16\,516 - 240x$, donc $240x = 15\,616$ et $x = \frac{15\,616}{240} \approx 65,07$.

$IP \approx 65$ m (arrondi au mètre).

Pour comprendre en détail

L'équation est du premier degré malgré le carré : l'égalité des carrés annule les x^2 . On pouvait aussi écrire la différence $PB^2 - AP^2 = 0$.

Vérification : pour $x = 65$, $AP^2 = 65^2 + 900 = 5\,125$ et $PB^2 = 55^2 + 2\,116 = 5\,141$: très proches (l'écart vient de l'arrondi de x).

- 3.a** Le pont est construit selon la seconde possibilité. Alice part de chez elle pour se rendre chez Bob en suivant le chemin $[AP]$ puis $[PB]$. Elle marche à une vitesse moyenne de $4,5$ km/h. Combien de temps met-elle pour parcourir ce trajet ? Donner le résultat en minutes et secondes, arrondi à la seconde.

Corrigé

Avec $x \approx 65,07$: $AP^2 = x^2 + 900 \approx 5\,134$ donc $AP \approx 71,65$ m, et $AP + PB = 2\,AP \approx 143,3$ m.

$$4,5 \text{ km/h} = \frac{4\,500}{3\,600} = 1,25 \text{ m/s.}$$

$$\text{Durée : } \frac{143,3}{1,25} \approx 114,6 \text{ s, soit environ } 115 \text{ s} = 1 \text{ min } 55 \text{ s.}$$

Pour comprendre en détail

En gardant $x = 65$ (valeur arrondie), on trouve $AP = \sqrt{5\,125} \approx 71,59$ m et une durée d'environ $114,5$ s, soit encore 115 s : le résultat ne dépend pas de l'arrondi de x .

Attention : $114,6$ s ne s'écrit pas $1 \text{ min } 14,6 \text{ s}$: $114,6 = 60 + 54,6$, donc $1 \text{ min } 55 \text{ s}$ une fois arrondi à la seconde.

- 3.b** Bob part de chez lui en courant pour se rendre chez Alice en suivant le chemin $[BP]$ puis $[PA]$. Il met 57 s pour parcourir ce trajet. Déterminer sa vitesse en km/h. Arrondir le résultat à l'unité.

Corrigé

La distance est la même : environ $143,3$ m en 57 s.

$$v = \frac{143,3}{57} \approx 2,514 \text{ m/s, soit } 2,514 \times 3,6 \approx 9,05 \text{ km/h.}$$

Bob court à environ **9 km/h**.

Pour comprendre en détail

À retenir : pour passer de m/s à km/h, on multiplie par **3,6** ($1 \text{ m/s} = 3,6 \text{ km/h}$).

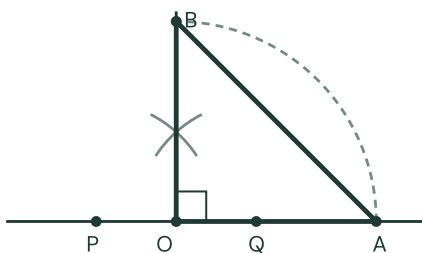
Exercice 5

- 1 On suppose pour cette question que $a = 40$. Tracer sur la copie, à la règle graduée et au compas, la figure obtenue à l'écran en choisissant comme échelle 1 cm pour représenter 10 pas. Laisser apparents les traits de construction. Aucune justification n'est attendue.

Corrigé

Avec $a = 40$ pas, soit 4 cm à l'échelle demandée, la figure est un triangle rectangle isocèle dont l'angle droit est au point de départ O, avec deux côtés de 4 cm (le lutin va de O vers la droite, puis revient par l'hypoténuse de $4\sqrt{2} \approx 5,7$ cm, puis redescend vers O).

Construction : tracer une droite et marquer O ; placer A sur la droite à 4 cm de O ; construire la perpendiculaire en O (arcs de centres P et Q, symétriques par rapport à O, qui se coupent en R) ; reporter 4 cm au compas depuis O pour placer B sur cette perpendiculaire ; tracer [AB].



Triangle de côtés 4 cm, 4 cm, $4\sqrt{2}$ cm avec les traits de construction

Pour comprendre en détail

Pourquoi cette figure ?

Départ en $(0; 0)$, cap 90 (vers la droite) : le lutin avance de a jusqu'en $(a; 0)$; il tourne à gauche de 135° , son cap devient $90 - 135 = -45$, vers le haut à gauche ; il avance de $a\sqrt{2}$ et arrive en $(0; a)$; il tourne encore de 135° à gauche, cap $-180 = 180$, vers le bas ; il avance de a et revient en $(0; 0)$. La figure est le triangle de sommets $(0; 0)$, $(a; 0)$, $(0; a)$.

Le côté $a\sqrt{2}$ est l'hypoténuse : $a^2 + a^2 = (a\sqrt{2})^2$.

- 2 Indiquer l'orientation du lutin à la fin du programme. Aucune justification n'est attendue.

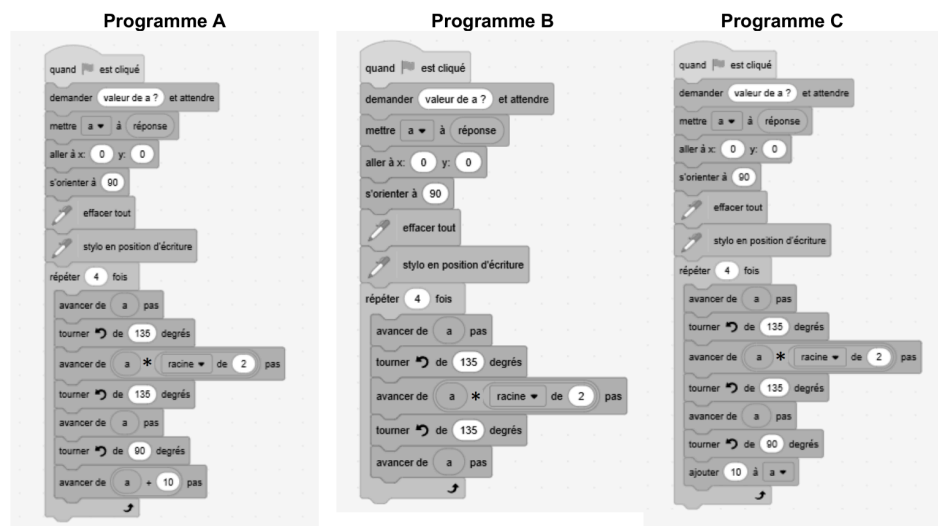
Corrigé

Le lutin est orienté à $90 - 135 - 135 = -180$, c'est-à-dire à 180 : vers le bas.

Pour comprendre en détail

Tourner à gauche diminue le cap (dans Scratch, 0 = haut, 90 = droite, 180 = bas, -90 = gauche). Les caps -180 et 180 désignent la même direction.

3 On modifie le programme de trois façons différentes. On obtient les trois programmes ci-dessous.



Chacun des trois programmes permet d'obtenir l'une des quatre figures ci-dessous.



Figure 1



Figure 2



Figure 3



Figure 4

Associer, sans justifier, chaque programme à la figure correspondante.

Corrigé

Programme A : figure 3.

Programme B : figure 1.

Programme C : figure 4.

Pour comprendre en détail

Le point de départ de chaque tour

À la fin d'un triangle, le lutin est de nouveau en (0 ; 0) avec le cap 180 (question 2).

- **Programme B** : il repart avec le cap 180 (vers le bas) depuis le même point. Les quatre tours tracent quatre triangles identiques tournés de 90° à chaque fois autour de O, qui forment un carré sur la pointe avec ses deux diagonales : figure 1.
- **Programme A** : le « tourner de 90° » redonne le cap 90 (vers la droite), puis le lutin avance de $a + 10$: le triangle suivant démarre à 10 pas à droite du précédent, avec la même taille (a ne change

pas) et le même sens. Les triangles sont identiques, alignés sur une même base : figure 3.

- **Programme C** : le « tourner de 90° » redonne le cap **90** et le lutin reste en O ; puis α augmente de **10**. Chaque tour retrace un triangle plus grand, de même sommet O et de même angle droit : triangles emboîtés, figure 4.

La figure 2 (triangles de tailles croissantes alignés) ne correspond à aucun des trois programmes.