

ANNALES CRPE · MATHÉMATIQUES · 2025

Corrigé détaillé

CRPE 2025 – Mathématiques – Groupement 3

Épreuve écrite disciplinaire de mathématiques (2e épreuve d'admissibilité)

Durée : 3 heures

20 points

Exercice 1

Exercice 2

Exercice 3

Exercice 4

Exercice 5

Pour chaque question : **rappel de l'énoncé**, **corrigé** rédigé, puis « **Pour comprendre en détail** » (méthode, rappels de cours, erreurs fréquentes). À utiliser avec le sujet officiel (documents, tableaux et figures).

Sujet : Ministère de l'Éducation nationale – session 2025 (EST MAT 3). Corrigé rédigé par Campus XYZ – campusxyz.fr. Tous droits réservés.

Exercice 1

- 1 On donne la série de nombres suivante : 4 ; 16 ; 8 ; 15 ; 10 ; 17 ; 10 ; 6 ; 12 ; 9 ; 14.
Affirmation 1 : la médiane de cette série est égale à 11.

Corrigé

Série rangée : 4 ; 6 ; 8 ; 9 ; 10 ; 10 ; 12 ; 14 ; 15 ; 16 ; 17.

L'effectif est 11 (impair) : la médiane est la 6^e valeur, soit 10.

L'affirmation est **fausse** : la médiane vaut 10, pas 11.

Pour comprendre en détail

Le nombre 11 est l'effectif de la série, ce qui explique l'erreur courante : le rang de la médiane est $\frac{11 + 1}{2} = 6$, la valeur de ce rang est 10.

- 2 Le 4 août 2024, lors d'une épreuve d'athlétisme, Noah Lyles a remporté le titre olympique du 100 m en réalisant un temps de 9,79 s.
Affirmation 2 : Noah Lyles a couru à une vitesse moyenne supérieure à 37 km/h.

Corrigé

$$v = \frac{100}{9,79} \approx 10,21 \text{ m/s.}$$

$$10,21 \times 3,6 \approx 36,8 \text{ km/h, inférieur à } 37 \text{ km/h.}$$

L'affirmation est **fausse**.

Pour comprendre en détail

Contrôle sans calculatrice : à 37 km/h, soit $\frac{37}{3,6} \approx 10,28 \text{ m/s}$, on mettrait $\frac{100}{10,28} \approx 9,73 \text{ s}$. Noah Lyles a mis 9,79 s, donc plus : il est plus lent que 37 km/h.

À retenir : 1 m/s = 3,6 km/h.

- 3 **Affirmation 3** : l'aire d'un carré est proportionnelle à la longueur de son côté.

Corrigé

Contre-exemple : un carré de côté 1 a pour aire 1, un carré de côté 2 a pour aire 4. Le côté a été multiplié par 2 mais l'aire par 4, pas par 2.

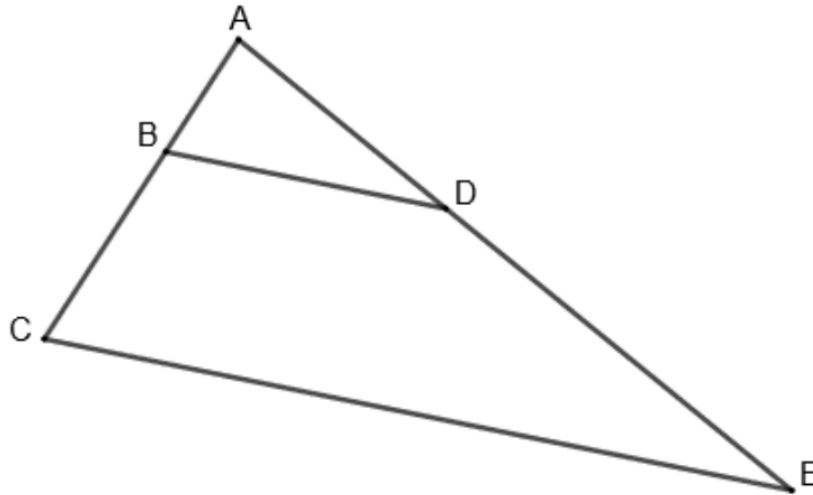
L'affirmation est **fausse**.

Pour comprendre en détail

L'aire est c^2 : fonction du second degré, pas linéaire. En multipliant le côté par k , on multiplie l'aire par k^2 .

4

Sur la figure ci-dessous, les droites (BC) et (DE) sont sécantes en A et les droites (BD) et (CE) sont parallèles. $AB = 3 \text{ cm}$, $BC = 5 \text{ cm}$ et $CE = 12 \text{ cm}$.



Affirmation 4 : $BD = 4,4 \text{ cm}$.

Corrigé

B est sur $[AC]$ donc $AC = AB + BC = 3 + 5 = 8 \text{ cm}$.

(BD) et (CE) sont parallèles, donc d'après le théorème de Thalès : $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CE}$, soit $\frac{3}{8} = \frac{BD}{12}$.

$BD = \frac{3 \times 12}{8} = 4,5 \text{ cm}$, et non $4,4 \text{ cm}$: l'affirmation est **fausse**.

Pour comprendre en détail

Piège : utiliser $\frac{AB}{BC} = \frac{3}{5}$: le rapport de Thalès compare des longueurs *de A* (AB et AC), pas un morceau (BC) à un côté.

Exercice 2

1 Écrire une résolution de l'énigme en détaillant chaque étape.

Corrigé

F : le chiffre des unités est 4.

C : le chiffre des centaines est le double de celui des unités : $2 \times 4 = 8$.

A : le nombre est compris entre 1 000 et 4 000 : il s'écrit $\overline{k8t4}$ avec $k \in \{1; 2; 3\}$ (chiffre des milliers) et t le chiffre des dizaines.

D : son nombre de centaines est $10k + 8$, qui vaut 18, 28 ou 38. Seul 18 est un multiple de 9 : $k = 1$. Le nombre est $\overline{18t4}$.

B : multiple de 3 : la somme des chiffres $1 + 8 + t + 4 = 13 + t$ est un multiple de 3, donc $t \in \{2; 5; 8\}$: 1 824, 1 854, 1 884.

E : non divisible par 4 : un nombre est divisible par 4 si ses deux derniers chiffres forment un multiple de 4. 24 et 84 sont des multiples de 4 ; 54 n'en est pas un ($54 = 4 \times 13 + 2$).

Le nombre cherché est 1 854.

Pour comprendre en détail

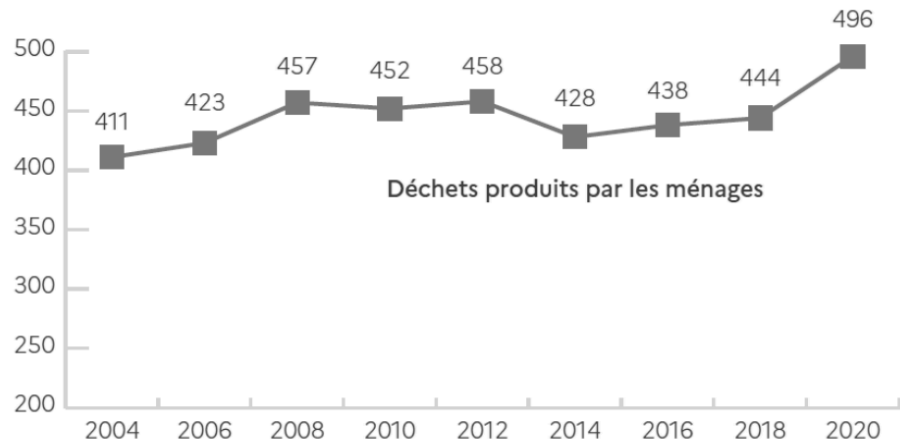
Vérification avec les six indices

Indice	1 854
A	$1\,000 < 1\,854 < 4\,000 \checkmark$
B	$1 + 8 + 5 + 4 = 18 = 3 \times 6 \checkmark$
C	$8 = 2 \times 4 \checkmark$
D	18 centaines, $18 = 9 \times 2 \checkmark$
E	$1\,854 \div 4 = 463,5 \checkmark$
F	chiffre des unités 4 $\checkmark$

Attention au vocabulaire : « chiffre des centaines » (un chiffre : ici 8) n'est pas « nombre de centaines » (18 dans 1 854 : le nombre entier de centaines, milliers compris).

Exercice 3

- 1 Le graphique ci-dessous illustre l'évolution, entre 2004 et 2020, de la quantité de déchets ménagers collectés en France par le service public de gestion des déchets. Les données sont exprimées en kilogrammes par habitant.



Source : Eurostat, RSD

À l'aide des données du graphique, calculer la masse moyenne de déchets ménagers collectés par habitant au cours de cette période. Arrondir le résultat au kilogramme.

Corrigé

Somme : $411 + 423 + 457 + 452 + 458 + 428 + 438 + 444 + 496 = 4\,007$.

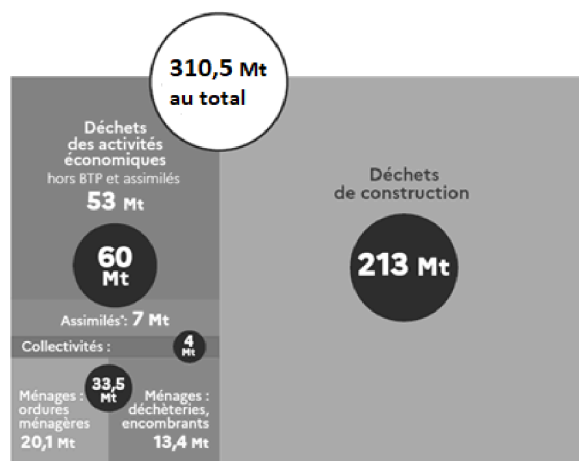
Il y a 9 valeurs : $\frac{4\,007}{9} \approx 445,2$.

La masse moyenne est d'environ **445 kg par habitant**.

Pour comprendre en détail

Attention : il y a 9 valeurs (2004, 2006, ..., 2020), pas 17 : on divise par le nombre de données lues sur le graphique.

- 2 L'infographie ci-dessous représente la répartition des différents secteurs dans la production des déchets en France.



Source: Règlement Statistiques sur les Déchets, 2020; ADEME, Enquête Collecte 2019; Estimations IN NUMERI par calage des résultats de l'enquête collecte 2019 sur les données du RSD 2020.

En s'appuyant sur l'infographie ci-dessus, calculer la part de l'ensemble des déchets produits par les ménages dans la production totale de déchets. Exprimer cette part en pourcentage arrondi à l'unité.

Corrigé

Déchets des ménages : $20,1 + 13,4 = 33,5$ Mt, sur un total de 310,5 Mt.

$$\frac{33,5}{310,5} \approx 0,108, \text{ soit environ } 11 \, \%.$$

Pour comprendre en détail

Ordre de grandeur : 310,5 est proche de 300 et $\frac{33,5}{300} \approx 0,11 \checkmark$.

Attention : ne pas prendre 60 Mt (ce chiffre regroupe les activités économiques, les assimilés et les collectivités), ni 53 Mt.

3.a On considère que la masse d'un mètre cube de déchets verts est égale à 0,2 t. En 2023, la masse de déchets verts produits par habitant est égale à 88 kg. Calculer, en mètre cube, le volume de déchets verts produits par un lotissement de soixante personnes en 2023.

Corrigé

Masse du lotissement : $60 \times 88 = 5\,280$ kg.

$$0,2 \, \text{t} = 200 \, \text{kg pour } 1 \, \text{m}^3, \text{ donc } V = \frac{5\,280}{200} = 26,4 \, \text{m}^3.$$

Pour comprendre en détail

À retenir : $1 \, \text{t} = 1\,000 \, \text{kg}$. Pour un matériau de masse volumique ρ , $V = \frac{m}{\rho}$.

-
- 3.b** On considère qu'à l'issue du processus de compostage, la masse de compost obtenu représente environ 55 % de la masse initiale de déchets verts. Calculer la masse de compost obtenu par ce lotissement pour l'année 2023. On donnera la réponse en kg.

Corrigé

$$5\,280 \times 0,55 = 2\,904 \text{ kg.}$$

Le lotissement obtient environ **2 904 kg de compost**.

Pour comprendre en détail

Contrôle : 50 % de 5 280 font 2 640, et 5 % font 264 : $2\,640 + 264 = 2\,904 \checkmark$.

Exercice 4

Partie A

A.1 Montrer que la probabilité que le produit obtenu soit égal à 35 est $\frac{1}{60}$.

Corrigé

Il y a $6 \times 10 = 60$ issues équiprobables (couples $(a; b)$, a pour le dé à 6 faces, b pour celui à 10 faces).

$35 = 5 \times 7 = 1 \times 35 = \dots$: seul le couple $(5; 7)$ convient (le dé à 6 faces ne donne ni 7 ni 35, et le dé à 10 faces ne donne pas 35).

$$P = \frac{1}{60}.$$

A.2 Donner la probabilité que le produit obtenu soit égal à 16.

Corrigé

Les couples de produit 16 sont $(2; 8)$ et $(4; 4)$ ($(1; 16)$ et $(8; 2)$ sont impossibles).

$$P = \frac{2}{60} = \frac{1}{30}.$$

Pour comprendre en détail

Attention : $(8; 2)$ n'est pas possible : le dé à 6 faces ne donne pas 8. L'ordre des dés compte, car ils ne sont pas identiques.

A.3 Donner la probabilité que le produit obtenu soit un multiple de 3.

Corrigé

Le produit n'est pas multiple de 3 si et seulement si aucun des deux nombres n'est multiple de 3.

Dé à 6 faces : 4 valeurs sur 6 non multiples de 3 (1, 2, 4, 5) ; dé à 10 faces : 7 sur 10 (tout sauf 3, 6, 9).

$$P(\text{non multiple}) = \frac{4}{6} \times \frac{7}{10} = \frac{28}{60} = \frac{7}{15}, \text{ donc } P = 1 - \frac{7}{15} = \frac{8}{15}.$$

Pour comprendre en détail

Vérification par dénombrement : $2 \times 10 = 20$ couples avec $a \in \{3; 6\}$, plus $4 \times 3 = 12$ couples avec $a \notin \{3; 6\}$ et $b \in \{3; 6; 9\}$: 32 couples sur 60, soit $\frac{32}{60} = \frac{8}{15} \checkmark$.

À retenir : si p est premier, p divise un produit ab si et seulement si p divise a ou b .

Partie B

B.1 L'élève obtient le nombre 10 avec le premier dé et 3 avec le second dé. Quelle est la décomposition attendue ?

Corrigé

$$\frac{10}{3} = \frac{9+1}{3} = 3 + \frac{1}{3}.$$

Pour comprendre en détail

Le 3 est le quotient de la division euclidienne de 10 par 3 ($10 = 3 \times 3 + 1$) et $\frac{1}{3}$ est « reste sur diviseur ».

B.2 Déterminer la probabilité que l'entier obtenu dans la décomposition soit égal à 0.

Corrigé

Il y a $10 \times 6 = 60$ couples (numérateur ; dénominateur). L'entier est 0 si $\backslash(n$
 $d = 2 : n = 1$ (1 cas) ; $d = 3 : 2$ cas ; $d = 4 : 3$; $d = 5 : 4$; $d = 6 : 5$. Total : 15 cas.

$$P = \frac{15}{60} = \frac{1}{4}.$$

Pour comprendre en détail

Pour $d = 1$, aucun numérateur $n \geq 1$ n'est strictement inférieur à 1 : 0 cas.

B.3 Déterminer la probabilité que la fraction obtenue soit égale à un nombre entier.

Corrigé

$\frac{n}{d}$ est entier si d divise n :

$d = 1 : 10$ cas ; $d = 2 : 5$ (2, 4, 6, 8, 10) ; $d = 3 : 3$ (3, 6, 9) ; $d = 4 : 2$ (4, 8) ; $d = 5 : 2$ (5, 10) ; $d = 6 : 1$ (6).

Total : $10 + 5 + 3 + 2 + 2 + 1 = 23$ cas sur 60 : $P = \frac{23}{60}$.

Pour comprendre en détail

$\frac{23}{60}$ est irréductible (**23** est premier et ne divise pas **60**).

Exercice 5

Question 1 – Le moule de type A

- 1.a** Montrer que le volume du cuilleron de la louche utilisée, arrondi au dixième de cm^3 , est **32,7** cm^3 .

Corrigé

Rayon : $r = \frac{5}{2} = 2,5$ cm.

$$V = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{2}{3} \pi \times 2,5^3 = \frac{2}{3} \pi \times 15,625 \approx 32,7 \text{ cm}^3.$$

Pour comprendre en détail

Attention : la formule donnée est celle de la *boule* entière ; il faut prendre la moitié pour une demi-sphère. Et le diamètre est 5 cm, le rayon 2,5 cm.

- 1.b** Déterminer la hauteur minimale h du moule de type A, arrondie au millimètre, permettant d'y verser une louche pleine de cire.

Corrigé

$V_{\text{cylindre}} = \pi \times 2,5^2 \times h$ doit valoir au moins $\frac{2}{3} \pi \times 2,5^3$.

$$h = \frac{\frac{2}{3} \pi \times 2,5^3}{\pi \times 2,5^2} = \frac{2}{3} \times 2,5 = \frac{5}{3} \approx 1,67 \text{ cm.}$$

La hauteur minimale est d'environ **17 mm**.

Pour comprendre en détail

Les π et deux facteurs 2,5 se simplifient : $h = \frac{2}{3} r$ pour un cylindre de même rayon que la demi-sphère. On obtient h sans passer par la valeur arrondie **32,7**, ce qui évite une perte de précision.

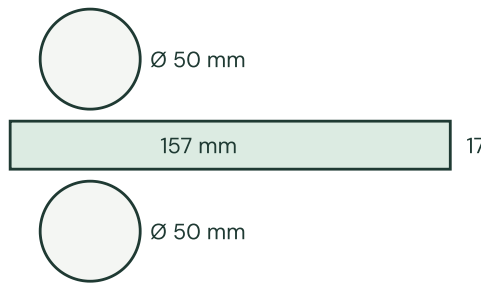
Contrôle avec les valeurs numériques : $\frac{32,7}{\pi \times 6,25} \approx 1,67 \text{ cm} \checkmark$.

- 1.c** Tracer à main levée un patron du moule de type A de hauteur h . On indiquera sur ce patron les dimensions permettant de fabriquer ce moule, arrondies au millimètre.

Corrigé

Le patron comprend :

- deux disques de rayon **2,5 cm** (diamètre **50 mm**) ;
- un rectangle de hauteur $h \approx 17$ mm et de longueur égale à la circonférence du disque : $2\pi \times 25 \approx 157$ mm.



Patron du moule de type A (schéma à main levée)

Pour comprendre en détail

Le rectangle s'enroule autour des disques : sa longueur est le périmètre d'un disque, $2\pi r$, et sa largeur la hauteur du cylindre. Les disques ne sont à coller qu'à un seul endroit du rectangle sur chaque bord.

Question 2 – La cire

- 2.a** Sur l'étiquette de la cire à faire fondre, on lit l'indication suivante : « **90 g** de cire fondue permettent de remplir un moule de **100 mL** ». Déterminer la masse de cire à faire fondre pour remplir le cuilleron de la louche. Arrondir le résultat au gramme.

Corrigé

Le cuilleron contient $32,7 \text{ cm}^3 = 32,7 \text{ mL}$.

Masse : $\frac{90 \times 32,7}{100} \approx 29,43 \text{ g}$, soit environ **29 g**.

Pour comprendre en détail

Avec le volume exact $32,725 \text{ cm}^3$, on trouve **29,45 g** : même arrondi, **29 g**.

- 2.b** On utilise les moules de type A de hauteur h en versant une louche pleine de cire par bougie fabriquée. Avec **1 kg** de cire, combien de bougies cylindriques peut-on fabriquer ?

Corrigé

Une bougie utilise $\approx 29,43 \text{ g}$ de cire (une louche pleine).

$\frac{1\,000}{29,43} \approx 33,98$: on peut fabriquer **33 bougies** entières.

Pour comprendre en détail

Piège : avec la masse déjà arrondie à **29 g**, on trouve $\frac{1\,000}{29} \approx 34,5$, donc **34** bougies. Or $34 \times 29,43 \approx 1\,000,6$ g dépasse 1 kg : la **34^e** bougie ne peut pas être faite. On calcule avec la valeur non arrondie, et on arrondit à l'entier *inférieur* (bougies entières). Le résultat est très proche de **34** : une rédaction qui mentionne cette précision est un plus.

Question 3 – Le moule de type B

3.a Calculer la longueur de la diagonale de la face carrée du moule de type B. On arrondira le résultat au millimètre.

Corrigé

Diagonale du carré de côté 4 cm : $d^2 = 4^2 + 4^2 = 32$, donc $d = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \approx 5,66$ cm.

La diagonale mesure environ **5,7 cm** (57 mm).

Pour comprendre en détail

Formule à retenir : la diagonale d'un carré de côté c vaut $c\sqrt{2}$.

3.b Déterminer la valeur arrondie au millimètre de la hauteur du moule de type B.

Corrigé

Soit S le sommet, O le centre de la base, A un sommet de la base. Le triangle SOA est rectangle

en O, avec $SA = 4$ cm (arête latérale) et $AO = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$ cm.

$SO^2 = SA^2 - AO^2 = 16 - 8 = 8$, donc $h = SO = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \approx 2,83$ cm.

La hauteur est d'environ **28 mm**.

Pour comprendre en détail

On utilise la demi-diagonale exacte ($2\sqrt{2}$, de carré 8) plutôt que la valeur arrondie **2,85**, pour éviter une erreur d'arrondi sur la hauteur.

3.c Un moule de type B peut-il recevoir une louche pleine de cire ? Justifier la réponse.

Corrigé

Volume du moule : $V = \frac{1}{3} \times 4^2 \times 2\sqrt{2} = \frac{32\sqrt{2}}{3} \approx 15,1$ cm³.

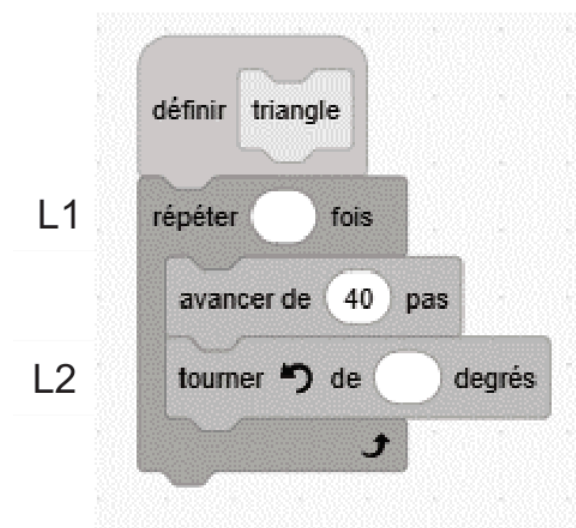
$15,1 < 32,7$: le moule est trop petit, il ne peut **pas** recevoir une louche pleine.

Pour comprendre en détail

Avec la hauteur arrondie 2,8 cm : $\frac{1}{3} \times 16 \times 2,8 \approx 14,9 \text{ cm}^3$, même conclusion.

Question 4 – Scratch

4.a Indiquer comment compléter les lignes L1 et L2 du bloc « triangle » ci-dessous pour qu'il permette de tracer un triangle équilatéral de côté 40 pas. Aucune justification n'est attendue.



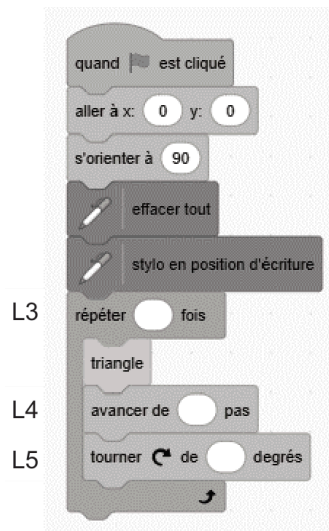
Corrigé

L1 : répéter 3 fois ; L2 : tourner de 120 degrés.

Pour comprendre en détail

Un angle intérieur d'un triangle équilatéral vaut 60° , mais le lutin tourne de l'angle *extérieur* $180 - 60 = 120$ à chaque sommet. Contrôle : $3 \times 120 = 360$, un tour complet.

4.b Indiquer comment compléter les lignes L3, L4 et L5 du script ci-dessous pour qu'il trace le patron du moule de type B représenté dans le tableau en début d'énoncé (10 pas représentent 1 cm). On rappelle que « s'orienter à 90 » signifie s'orienter vers la droite.



Corrigé

L3 : répéter 4 fois ; L4 : avancer de 40 pas ; L5 : tourner à droite de 90 degrés.

Pour comprendre en détail

Fonctionnement d'un tour de boucle

Le lutin trace d'abord un triangle de côté **40 pas** (donc **4 cm**) sur le côté du carré qu'il longe, puis avance de **40 pas** le long de ce côté (c'est ce déplacement qui dessine le carré) et tourne à droite de **90°** pour longer le côté suivant. Comme les triangles se tracent avec des rotations à gauche, ils sont à l'extérieur du carré. Il y a **4** côtés, donc **4** tours.

Question 5 – Tableur

5.a Pour les bougies fabriquées avec le moule de type A, la directrice prévoit une mèche de **3 cm** et pour celles fabriquées avec le moule de type B, une mèche de **4 cm**. Afin de disposer d'une longueur de mèche suffisante, elle commande, pour chaque classe, une longueur de mèche **5 %** plus grande que la longueur nécessaire. En prévision de la commande de mèches, la directrice élabore la feuille de calcul ci-dessous.

	A	B	C	D
1		Nombre de bougies avec le moule de type A	Nombre de bougies avec le moule de type B	Longueur de ficelle commandée (en cm)
2	Classe 1	12	13	
3	Classe 2	10	15	
4	Classe 3	7	17	
5	École			

Donner une formule qui peut être saisie en B5 puis recopiée vers la droite en C5 pour calculer le nombre total de bougies de chaque type.

Corrigé

En B5 : =SOMME(B2:B4)

Pour comprendre en détail

Recopiée vers la droite, elle devient =SOMME(C2:C4) : la colonne change, les lignes restent 2 à 4.

- 5.b** *Donner une formule qui peut être saisie dans la cellule D2 puis recopiée vers le bas pour déterminer la longueur de mèche commandée pour chaque classe.*

Corrigé

En D2 : $=(B2*3+C2*4)*1,05$

Pour comprendre en détail

Les parenthèses sont indispensables : le coefficient **1,05** s'applique à la longueur totale nécessaire. Recopiée vers le bas, la formule devient $=(B3*3+C3*4)*1,05$, etc. Résultats : **92,4 ; 94,5 ; 93,45** cm.

- 5.c** *Quelle longueur de mèche totale la directrice doit-elle commander pour l'école ?*

Corrigé

Bougies A : $12 + 10 + 7 = 29$, soit $29 \times 3 = 87$ cm de mèche. Bougies B : $13 + 15 + 17 = 45$, soit $45 \times 4 = 180$ cm.

Longueur nécessaire : $87 + 180 = 267$ cm. Avec 5 % de plus : $267 \times 1,05 = 280,35$ cm.

La directrice doit commander **280,35 cm** de mèche, soit environ **2,80 m**.

Pour comprendre en détail

Vérification en additionnant les trois classes : $92,4 + 94,5 + 93,45 = 280,35$ ✓.