

ANNALES CRPE · MATHÉMATIQUES · 2025

Corrigé détaillé

CRPE 2025 – Mathématiques – Session supplémentaire Créteil–Versailles

Épreuve écrite disciplinaire de mathématiques (2e épreuve d'admissibilité)

Durée : 3 heures

20 points

Exercice 1

Exercice 2

Exercice 3

Exercice 4

Exercice 5

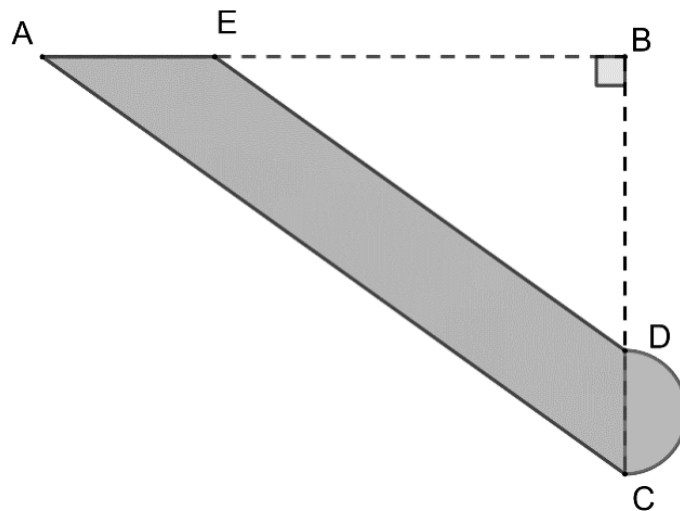
Pour chaque question : **rappel de l'énoncé**, **corrigé** rédigé, puis « **Pour comprendre en détail** » (méthode, rappels de cours, erreurs fréquentes). À utiliser avec le sujet officiel (documents, tableaux et figures).

Sujet : Ministère de l'Éducation nationale – session supplémentaire 2025, Versailles–Créteil (EST MAT 4). Corrigé rédigé par Campus XYZ – campusxyz.fr. Tous droits réservés.

Exercice 1

Partie A : zone de jeu

A.1 Calculer la longueur du segment $[AC]$ en mètre.



Corrigé

ABC est rectangle en B, donc d'après le théorème de Pythagore :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 140^2 + 105^2 = 19\,600 + 11\,025 = 30\,625.$$

$$AC = \sqrt{30\,625} = 175 \text{ m.}$$

Pour comprendre en détail

Les nombres $140 = 35 \times 4$, $105 = 35 \times 3$, $175 = 35 \times 5$: on reconnaît le triplet $(3; 4; 5)$ multiplié par 35.

A.2 Démontrer que la longueur du segment $[BE]$ est de 100 m.

Corrigé

E est sur (AB), D sur (BC), et $(DE) \parallel (AC)$. D'après le théorème de Thalès dans le triangle ABC :

$$\frac{BE}{BA} = \frac{BD}{BC}, \text{ soit } \frac{BE}{140} = \frac{75}{105}.$$

$$BE = \frac{140 \times 75}{105} = 100 \text{ m.}$$

Pour comprendre en détail

Simplification utile : $\frac{75}{105} = \frac{5}{7}$, donc $BE = 140 \times \frac{5}{7} = 20 \times 5 = 100$.

A.3.a Calculer l'aire du triangle ABC en m^2 .

Corrigé

$$\mathcal{A}_{ABC} = \frac{AB \times BC}{2} = \frac{140 \times 105}{2} = 7\,350 \text{ m}^2.$$

A.3.b En déduire l'aire du quadrilatère AEDC en m^2 .

Corrigé

Le triangle EBD est rectangle en B : $\mathcal{A}_{EBD} = \frac{100 \times 75}{2} = 3\,750 \text{ m}^2$.

$$\mathcal{A}_{AEDC} = 7\,350 - 3\,750 = 3\,600 \text{ m}^2.$$

Pour comprendre en détail

Autre contrôle : les triangles EBD et ABC sont semblables, de rapport $\frac{5}{7}$, donc $\mathcal{A}_{EBD} = \left(\frac{5}{7}\right)^2 \times 7\,350$
 $= \frac{25}{49} \times 7\,350 = 3\,750 \checkmark$.

A.3.c Calculer la valeur exacte de l'aire de la zone de jeu et donner la valeur arrondie au m^2 .

Corrigé

$DC = BC - BD = 105 - 75 = 30 \text{ m}$, donc le demi-disque a pour rayon **15 m**.

Aire du demi-disque : $\frac{\pi \times 15^2}{2} = 112,5 \pi \text{ m}^2$.

Aire de la zone : $3\,600 + 112,5 \pi \text{ m}^2$ (valeur exacte) $\approx 3\,953,4$, soit environ **3 953 m^2** .

Pour comprendre en détail

Attention : [DC] est un *diamètre* de **30 m**, le rayon est **15 m**. Et l'aire d'un demi-disque est la moitié de πr^2 .

Partie B : relais chronométré par équipe

B.1 L'équipe 1 a effectué le parcours à la vitesse moyenne de 11 km/h. L'équipe 2 l'a réalisé à une allure de 6 min 10 s par km. Laquelle des deux équipes a été la plus rapide pour finir la course ? Justifier.

Corrigé

Équipe 1 : 11 km en 60 min, donc 1 km en $\frac{60}{11} \approx 5,45$ min ≈ 5 min 27 s.

Équipe 2 : 6 min 10 s par km, soit 370 s par km.

5 min 27 s < 6 min 10 s : l'équipe 1 met moins de temps pour chaque kilomètre ; la distance étant la même, c'est elle qui a été la plus rapide.

Pour comprendre en détail

Autre comparaison, en km/h : 6 min 10 s = $\frac{370}{3\,600}$ h par km, donc la vitesse de l'équipe 2 est $\frac{3\,600}{370} \approx 9,7$ km/h, inférieure à 11 km/h ✓.

Attention : 5,45 min n'est pas 5 min 45 s ; 0,45 min = $0,45 \times 60 = 27$ s.

B.2.a On a recueilli, dans une feuille de calcul, le temps en minutes mis par les équipes pour atteindre chacune des quatre balises à partir du point de départ B. Les valeurs des cellules C5 et F5 ont été effacées.

	A	B	C	D	E	F
		Temps mis pour l'aller retour du point B à la balise W (en min)	Temps mis pour l'aller retour du point B à la balise X (en min)	Temps mis pour l'aller retour du point B à la balise Y (en min)	Temps mis pour l'aller retour du point B à la balise Z (en min)	Temps total (en min)
1						
2	Équipe 1	4.1	5.2	7.3	3.3	19.9
3	Équipe 2	5.5	3.2	4.5	5.1	18.3
4	Équipe 3	4.9	4.5	4.9	5	19.3
5	Équipe 4	4.5		3.2	6.5	
6	Moyenne					

L'équipe 2 a été la plus rapide à faire l'aller-retour entre le point B et la balise X. L'étendue des temps pour trouver cette balise est de 2,9 minutes. Calculer le temps mis par l'équipe 4 pour réaliser cet aller-retour.

Corrigé

Dans la colonne C, la plus petite valeur est celle de l'équipe 2 : 3,2 min. Les autres valeurs connues sont 5,2 et 4,5.

Étendue = maximum — minimum = 2,9, donc le maximum vaut $3,2 + 2,9 = 6,1$ min.

Les valeurs 5,2 et 4,5 sont inférieures à 6,1 : c'est donc le temps de l'équipe 4, qui vaut 6,1 min.

Pour comprendre en détail

Contrôle : $F5 = 4,5 + 6,1 + 3,2 + 6,5 = 20,3$ min, cohérent avec les autres totaux (18,3 à 19,9).

B.2.b Calculer le temps moyen mis par les équipes pour faire l'aller-retour entre le point B et la balise W. Donner la réponse en minute seconde.

Corrigé

$$\frac{4,1 + 5,5 + 4,9 + 4,5}{4} = \frac{19}{4} = 4,75 \text{ min.}$$

$0,75 \text{ min} = 0,75 \times 60 = 45 \text{ s}$. Le temps moyen est de **4 min 45 s**.

B.2.c Quelle formule peut être saisie dans la cellule B6 puis copiée vers la droite pour obtenir la ligne 6 complétée ?

Corrigé

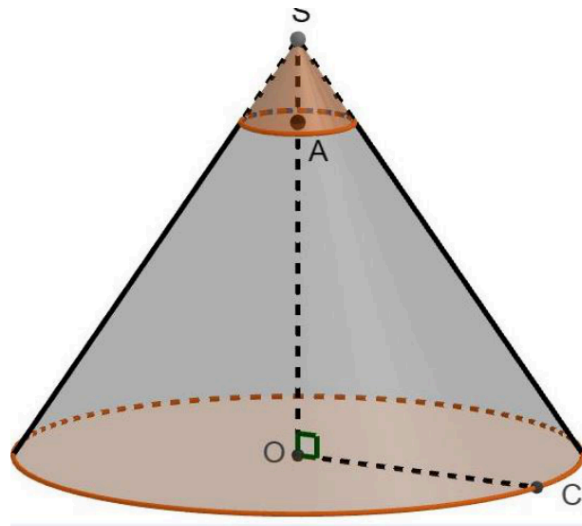
En B6 : =MOYENNE(B2:B5)

Pour comprendre en détail

Recopiée vers la droite, elle devient =MOYENNE(C2:C5), etc.

Partie C : étude d'une balise

C.1 Calculer le volume exact, en cm^3 , du cône de sommet S, de hauteur OS et de base le disque de rayon OC.



Corrigé

$$V = \frac{1}{3} \times \pi \times 10^2 \times 15 = 500 \pi \text{ cm}^3.$$

C.2 On admet que le cône de sommet S et de hauteur SA est une réduction du cône de sommet S et de hauteur SO . Déterminer le coefficient de réduction correspondant.

Corrigé

$$k = \frac{SA}{SO} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5} = 0,2.$$

Pour comprendre en détail

Le coefficient est inférieur à 1 : c'est bien une réduction. Les rayons sont aussi multipliés par k : le rayon du petit cône vaut $0,2 \times 10 = 2$ cm.

C.3 Calculer le volume exact du cône de sommet S et de hauteur SA en cm^3 .

Corrigé

$$V_{SA} = k^3 \times V = \left(\frac{1}{5}\right)^3 \times 500\pi = \frac{500\pi}{125} = 4\pi \text{ cm}^3.$$

Pour comprendre en détail

Vérification directe : rayon 2 cm et hauteur 3 cm, $V = \frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 3 = 4\pi \checkmark$.

Attention : longueurs $\times k$, aires $\times k^2$, volumes $\times k^3$. Multiplier le volume par k ($= 0,2$) serait une erreur.

C.4 En déduire le volume exact de la balise en cm^3 . Donner sa valeur arrondie au cm^3 .

Corrigé

$$V_{\text{balise}} = 500\pi - 4\pi = 496\pi \text{ cm}^3 \text{ (valeur exacte)} \approx 1\,558,2, \text{ soit environ } 1\,558 \text{ cm}^3.$$

Pour comprendre en détail

La balise occupe $\frac{496}{500} = 99,2\%$ du grand cône : le petit cône retiré est négligeable en volume (0,8 %).

Exercice 2

Question 1 – Le premier test

- 1.a** Déterminer la médiane de la série des distances parcourues par les benjamins. Interpréter la réponse dans le contexte de l'exercice.

Corrigé

Effectif des benjamins : $1 + 5 + 1 + 1 + 1 + 2 + 1 + 1 = 13$ (impair) : la médiane est la 7^e valeur.

Effectifs cumulés : $1900 \rightarrow 1, 2100 \rightarrow 6, 2300 \rightarrow 7$. La 7^e valeur est 2 300 m.

Médiane = 2 300 m : la moitié au moins des benjamins ont parcouru 2 300 m ou moins, et la moitié au moins ont parcouru 2 300 m ou plus.

Pour comprendre en détail

À retenir : pour une série *groupée* (valeurs et effectifs), on utilise les effectifs cumulés croissants : la médiane est la première valeur dont l'effectif cumulé atteint ou dépasse le rang $\frac{N+1}{2} = 7$.

- 1.b** Calculer la distance moyenne parcourue pour l'ensemble de cette catégorie (benjamins et benjamines), arrondie au mètre.

Corrigé

Total des distances des benjamins : $1\,900 + 5 \times 2\,100 + 2\,300 + 2\,500 + 2\,700 + 2 \times 2\,900 + 3\,100 + 3\,200 = 32\,000$ m.

Total des benjamines : $2 \times 2\,100 + 3 \times 2\,300 + 2 \times 2\,500 + 3 \times 2\,700 + 2 \times 2\,900 + 2 \times 3\,100 = 36\,200$ m.

Effectif total : $13 + 14 = 27$. Moyenne : $\frac{32\,000 + 36\,200}{27} = \frac{68\,200}{27} \approx 2\,525,9$ m, soit environ 2 526 m.

Pour comprendre en détail

Erreur fréquente : faire la moyenne des deux moyennes (garçons et filles) : les effectifs étant différents (13 et 14), il faut pondérer. Ici on additionne tous les totaux puis on divise par 27.

1.c

Déterminer la proportion des enfants ayant un indice de forme « bon » ou « très bon ». On exprimera le résultat en pourcentage, arrondi à l'unité.

Corrigé

Garçons « bon » ou « très bon » (plus de 2 400 m) : 2 500 (1), 2 700 (1), 2 900 (2), 3 100 (1), 3 200 (1) : 6 garçons.

Filles « bon » ou « très bon » (plus de 2 200 m) : 2 300 (3), 2 500 (2), 2 700 (3), 2 900 (2), 3 100 (2) : 12 filles.

Proportion : $\frac{6 + 12}{27} = \frac{18}{27} = \frac{2}{3} \approx 66,7\%$, soit environ 67 %.

Pour comprendre en détail

Les 9 enfants restants (7 garçons et 2 filles) sont « insuffisant » ou « suffisant » (garçons à 1 900, 2 100 ou 2 300 m ; filles à 2 100 m). Vérification : $18 + 9 = 27 \checkmark$.

Attention : la distance 2 300 m est « suffisant » pour un garçon (moins de 2 400) mais « bon » pour une fille (plus de 2 200).

Question 2 – Le second test

2.a L'intégralité des benjamines et benjamins du club a-t-elle effectué ce second test ?

Corrigé

Effectif du diagramme : $2 + 1 + 4 + 3 + 4 + 6 + 5 + 2 = 27$, égal à l'effectif du club (27). **Oui**, tous les enfants ont fait ce second test.

2.b Calculer l'étendue de cette seconde série de résultats.

Corrigé

Étendue = $3\,200 - 1\,900 = 1\,300$ m.

2.c Sachant que la distance moyenne parcourue à l'issue de ce second test s'est améliorée pour atteindre 2 693 m (valeur arrondie à l'unité), calculer le taux d'évolution de la distance moyenne parcourue entre les deux tests. On exprimera le résultat sous forme de pourcentage arrondi au dixième.

Corrigé

$\frac{2\,693 - 2\,526}{2\,526} = \frac{167}{2\,526} \approx 0,0661$.

La distance moyenne a augmenté d'environ 6,6 %.

Pour comprendre en détail

On obtient le même résultat avec la valeur exacte de la première moyenne (2 525,9 ...) : 6,6 %. Le calcul « à rebours » confirme la cohérence des données : les distances du diagramme donnent bien $\frac{72\,700}{27} \approx 2\,692,6$, arrondi à 2 693.

Question 3 – La VO_2 max

3.a Quelle est la VO_2 max d'un enfant ayant parcouru 2 800 m ?

Corrigé

2 800 m = 2,8 km.

$\text{VO}_2 \text{ max} = 22,351 \times 2,8 - 11,288 = 62,5828 - 11,288 \approx 51,29$ mL/min/kg.

Pour comprendre en détail

Piège : remplacer D par 2 800 donnerait un résultat absurde (plus de 62 000). Un enfant ne peut pas avoir une VO_2 max de cet ordre : toujours vérifier l'ordre de grandeur.

3.b Quelle distance faut-il parcourir pour obtenir une VO_2 max égale à 47 mL/min/kg ? Arrondir la réponse au mètre.

Corrigé

$22,351 D - 11,288 = 47$ donc $22,351 D = 58,288$ et $D = \frac{58,288}{22,351} \approx 2,6078$ km.

Il faut parcourir environ 2 608 m.

Pour comprendre en détail

Vérification : $22,351 \times 2,608 - 11,288 \approx 46,99 \approx 47$ ✓.

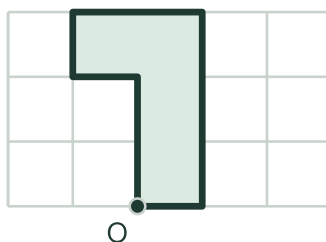
Exercice 3

- 1 Tracer le motif obtenu par Apolline si elle appuie sur le drapeau, en prenant pour échelle : 1 cm pour 10 pixels.

Corrigé

Départ en O, cap vers la droite (1 cm = 10 pas). Étape par étape :

- avancer de 1 cm : le lutin est en (1 ; 0) ; tourner à gauche : il monte ;
- avancer de 3 cm : (1 ; 3) ; tourner à gauche : il va vers la gauche ;
- avancer de 2 cm : (−1 ; 3) ; répéter 2 fois « tourner à gauche, avancer de 1 cm » : il descend en (−1 ; 2), puis va vers la droite en (0 ; 2) ;
- tourner à droite (il descend) et avancer de 2 cm : retour en (0 ; 0).



Motif d'Apolline (1 carreau = 1 cm)

Pour comprendre en détail

Le motif d'Apolline a bien 4 carreaux, comme le motif souhaité, mais pas la même forme : c'est une barre verticale de 3 cm avec un carreau ajouté en haut à gauche, alors que le motif souhaité a son carreau accolé au milieu de la barre.

- 2 Quel élève a un script permettant d'obtenir le motif souhaité ?

Corrigé

Le motif souhaité est le contour $(0 ; 0) \rightarrow (1 ; 0) \rightarrow (1 ; 3) \rightarrow (0 ; 3) \rightarrow (0 ; 2) \rightarrow (-1 ; 2) \rightarrow (-1 ; 1) \rightarrow (0 ; 1) \rightarrow (0 ; 0)$ (en cm).

Apolline : passe par (−1 ; 3) : motif différent (question 1).

Kylian : après (1 ; 3), la première répétition mène à (0 ; 3), (0 ; 2), (1 ; 2) ; la figure empiète à droite de la barre : motif différent.

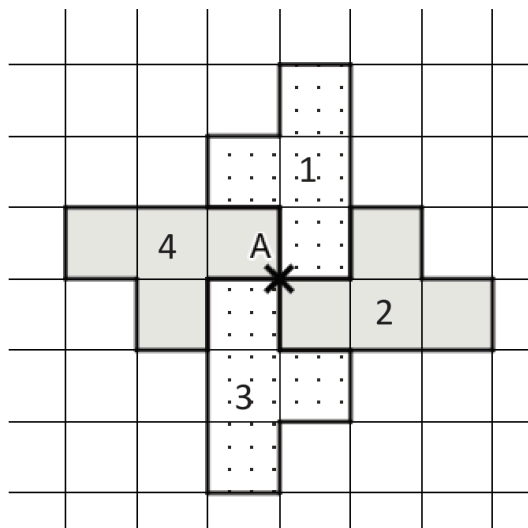
Sakhina : après (1 ; 3), la première répétition mène à (0 ; 3), (0 ; 2), (−1 ; 2) ; la seconde à (−1 ; 1), (0 ; 1), (0 ; 0) : c'est le motif souhaité.

Seule **Sakhina** a un script correct.

Pour comprendre en détail

La différence entre Kylian et Sakhina est un seul bloc : à la fin de chaque répétition, Kylian tourne à gauche et Sakhina à droite, ce qui change la direction du dessin du carreau suivant. Dans le script de Sakhina, le lutin revient en O avec le cap vers le bas ; le dernier « tourner à gauche de 90° » lui fait retrouver l'orientation de départ (vers la droite).

3 On utilise ce motif pour obtenir la figure ci-dessous.



Quelle est la nature de la transformation du plan qui permet de passer à la fois du motif 1 au motif 2, du motif 2 au motif 3 et du motif 3 au motif 4 ? Préciser les éléments caractéristiques de cette transformation.

Corrigé

C'est une **rotation** :

- de centre le point A ;
- d'angle 90° ;
- dans le sens des aiguilles d'une montre (sens horaire).

Pour comprendre en détail

Quatre motifs identiques disposés autour d'un point, chacun obtenu du précédent par le même quart de tour : $4 \times 90^\circ = 360^\circ$, la figure revient sur elle-même. Pour trouver le sens, on suit un détail du motif (par exemple le carreau accolé, à gauche de la barre dans le motif 1 et au-dessus de la barre dans le motif 2).

Exercice 4

- 1 On a simulé 100 lancers des dés A et B. On obtient 54 victoires du dé A. Peut-on affirmer que le dé A a une probabilité de 54 % de gagner contre le dé B ? Justifier votre réponse.

Corrigé

Non. 54 % est une *fréquence* observée sur une simulation de 100 lancers seulement ; elle fluctue d'une simulation à l'autre et n'est qu'une estimation de la probabilité.

La probabilité se détermine par le calcul à partir de la composition des dés (question suivante).

Pour comprendre en détail

La probabilité réelle que A gagne est $\frac{4}{9} \approx 44\%$ (question 2) : la simulation donne 54 %, écart notable mais possible avec seulement 100 lancers. La fréquence se rapproche de la probabilité quand le nombre de lancers augmente (loi des grands nombres).

- 2.a À l'aide d'un tableau à double entrée, décrire l'ensemble des issues de cette expérience aléatoire et identifier, pour chaque issue, le dé gagnant.

Corrigé

Le dé A porte 2, 6, 7, chacun sur deux faces ; le dé B porte 3, 4, 8, chacun sur deux faces. Chaque valeur a la probabilité $\frac{1}{3}$, les 9 couples sont équiprobables.

A \ B	3	4	8
2	B	B	B
6	A	A	B
7	A	A	B

(La lettre indique le dé gagnant.)

Pour comprendre en détail

On peut aussi faire un tableau de $6 \times 6 = 36$ issues (une par face) : le résultat est le même, chaque case du tableau précédent représentant 4 issues.

2.b Montrer que la probabilité que le dé B l'emporte sur le dé A est $\frac{5}{9}$.

Corrigé

Dans le tableau, B gagne dans **3** cases de la ligne **2**, **1** case de la ligne **6** et **1** case de la ligne **7** : **5** cases sur **9**.

$$P(\text{B gagne}) = \frac{5}{9}.$$

Pour comprendre en détail

Le dé A gagne donc avec la probabilité $1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$ (pas d'égalité possible : A et B n'ont aucune valeur commune). B est favorisé malgré les valeurs plus faibles de ses faces moyennes : c'est un exemple de dés « non transitifs ».

Exercice 5

- 1 *Affirmation 1 : la fonction $f : x \mapsto -\frac{7}{3}x$ est une fonction affine.*

Corrigé

$f(x) = -\frac{7}{3}x + 0$ est de la forme $ax + b$ avec $a = -\frac{7}{3}$ et $b = 0$: c'est une fonction affine (linéaire).

L'affirmation est **vraie**.

Pour comprendre en détail

Toute fonction linéaire $x \mapsto ax$ est un cas particulier de fonction affine (celui où $b = 0$).

- 2 *Affirmation 2 : le prix d'un objet est passé de 28 € à 56 €. Son prix a donc augmenté de 200 %.*

Corrigé

$$\frac{56 - 28}{28} = \frac{28}{28} = 1 = 100 \%$$

Le prix a augmenté de 100 % (il a été multiplié par 2) : l'affirmation est **fausse**.

Pour comprendre en détail

Confusion classique : « multiplié par 2 » ($\times 2$, soit 200 % du prix initial) n'est pas « augmenté de 200 % ». Une augmentation de 200 % donnerait $28 \times 3 = 84$ €.

- 3 *Affirmation 3 : pour tout nombre x , l'expression $A = (2x + 3)(x - 5) - 2x^2$ est égale à l'expression $B = -3(x - 5) - 4x$.*

Corrigé

$$A = 2x^2 - 10x + 3x - 15 - 2x^2 = -7x - 15.$$

$$B = -3x + 15 - 4x = -7x + 15.$$

$A \neq B$: par exemple pour $x = 0$, $A = -15$ et $B = 15$. L'affirmation est **fausse**.

Pour comprendre en détail

Les deux expressions ont le même coefficient de x mais pas le même terme constant (-15 et $+15$) : il suffit d'une valeur de x qui donne des résultats différents pour réfuter l'égalité.

4 *Affirmation 4 : tout carré est un losange.*

Corrigé

Un carré a ses quatre côtés de même longueur : c'est donc un losange (qui a de plus quatre angles droits).

L'affirmation est **vraie**.

Pour comprendre en détail

Hiérarchie des quadrilatères : carré $\subset$ losange et carré $\subset$ rectangle. L'affirmation réciproque « tout losange est un carré » est fausse.

5 *Affirmation 5 : soient a et b deux nombres décimaux non nuls. Le quotient de a par b est un nombre décimal.*

Corrigé

Contre-exemple : $a = 1$ et $b = 3$ sont décimaux non nuls, mais $\frac{1}{3} = 0,333\dots$ n'est pas un nombre décimal.

L'affirmation est **fausse**.

Pour comprendre en détail

Un décimal est une fraction de la forme $\frac{n}{10^k}$; le quotient de deux décimaux est un rationnel, pas forcément un décimal.

6 *Affirmation 6 : il existe deux nombres décimaux non nuls a et b tels que le quotient de a par b est un nombre décimal.*

Corrigé

Exemple : $a = 1$ et $b = 2$ sont décimaux non nuls et $\frac{1}{2} = 0,5$ est décimal.

L'affirmation est **vraie**.

Pour comprendre en détail

Un autre exemple évident : $a = b$, dont le quotient vaut 1.

À retenir : « il existe » se prouve par un *exemple* ; « pour tout » se réfute par un *contre-exemple* (affirmations 5 et 6).