

ANNALES CRPE · MATHÉMATIQUES · 2026 · M2

Corrigé détaillé

CRPE 2026 – Mathématiques – Groupement 1 (M2)

Épreuve écrite disciplinaire de mathématiques (2e épreuve d'admissibilité)

Durée : 3 heures

20 points

Exercice 1	5 points
Exercice 2	4 points
Exercice 3	4,5 points
Exercice 4	3,5 points
Exercice 5	3 points

Pour chaque question : **rappel de l'énoncé**, **corrigé** rédigé, puis « **Pour comprendre en détail** » (méthode, rappels de cours, erreurs fréquentes). À utiliser avec le sujet officiel (documents, tableaux et figures).

Sujet : Ministère de l'Éducation nationale – session 2026 (EST MAT 1). Corrigé rédigé par Campus XYZ – campusxyz.fr. Tous droits réservés.

Exercice 1 (5 points)

Partie A

- A.1** Donner une formule qui peut être saisie en D2 puis étirée vers le bas jusqu'en D7 pour calculer le montant des visites adultes et élèves.

Corrigé

En D2 : `=B2*C2`

Pour comprendre en détail

Méthode

Sur la ligne 2, le nombre d'adultes est en **B2** et leur prix unitaire en **C2**. Le montant est donc le produit `=B2*C2`. Toute formule commence par le signe `=`.

Quand on *étire* la formule vers le bas, le tableur adapte les références ligne par ligne (références **relatives**) : en D3 on obtient `=B3*C3`, ..., en D7 `=B7*C7`. Il n'y a donc pas besoin du signe `$`.

Valeurs obtenues

Cellule	Calcul	Résultat
D2	7×16	112 €
D3	$14 \times 8,5$	119 €
D4	$15 \times 8,5$	127,5 €
D5	$12 \times 8,5$	102 €
D6	$13 \times 8,5$	110,5 €
D7	$18 \times 8,5$	153 €

Erreurs fréquentes : oublier le `=` (le tableur affiche alors le texte tel quel) ; écrire `=7*16` (la formule ne s'adapte plus quand on l'étire, et elle ne réutilise pas les cellules) ; écrire `=B2+C2`.

- A.2** Donner une formule qui peut être saisie en D8 permettant de calculer le montant total de la facture avant la réduction, à partir des cellules de la colonne D.

Corrigé

En D8 : `=SOMME(D2:D7)` ou `=D2+D3+D4+D5+D6+D7`

Pour comprendre en détail

Méthode

La plage D2:D7 désigne toutes les cellules de D2 à D7. La fonction SOMME les additionne.

Attention : la plage s'arrête en **D7**. Écrire =SOMME(D2:D8) dans D8 créerait une *référence circulaire* (la cellule dépendrait d'elle-même).

Résultat

$112 + 119 + 127,5 + 102 + 110,5 + 153 = 724$ € avant réduction.

Effectif total : $7 + 14 + 15 + 12 + 13 + 18 = 79$ personnes, ce qui est bien supérieur à 50 : la réduction s'applique (cf. question suivante).

A.3 L'effectif du groupe étant supérieur à 50, donner une formule qui peut être saisie en D9 pour calculer le montant total de la facture après la réduction.

Corrigé

En D9 : =D8*0,85 ou =D8-D8*0,15

Pour comprendre en détail

À retenir. Diminuer une quantité de $t\%$ revient à la multiplier par $1 - \frac{t}{100}$. Ici : $1 - \frac{15}{100} = 0,85$.

Méthode

Montant après réduction : $D8 \times 0,85$. La formule équivalente =D8-D8*0,15 calcule le montant de la réduction (15 % de D8) puis le soustrait.

Résultat

$724 \times 0,85 = 615,4$ €. (La réduction vaut $724 \times 0,15 = 108,6$ € et $724 - 108,6 = 615,4$)

Erreurs fréquentes : écrire =D8*0,15 (on obtient le montant de la réduction, pas le prix à payer) ; écrire =D8-0,15 (on retire 0,15 €, pas 15 %).

Partie B

B.1 Soit n le nombre d'élèves participant à la visite. Exprimer en fonction de n le coût total de cette visite sachant que les élèves sont accompagnés de 4 adultes.

Corrigé

$P(n) = 4 \times 16 + n \times 8,50 = 64 + 8,5n$ (en euros).

Pour comprendre en détail

Méthode

- 4 adultes à 16 € : $4 \times 16 = 64$ € (coût fixe).

- n élèves à $8,50 \text{ €}$: $8,5 n \text{ €}$ (coût **variable**).

Coût total : $P(n) = 64 + 8,5 n$.

Pourquoi sans réduction ?

Le groupe compte $n + 4$ personnes avec $n \leq 41$, donc au plus **45** personnes : c'est moins de **50**, la réduction de **15 %** ne s'applique pas. Ce point est à signaler dans une copie.

Vérification

Pour $n = 41$: $P(41) = 64 + 8,5 \times 41 = 64 + 348,5 = 412,5 \text{ €}$.

B.2 L'école a payé au musée **378,50 €**. Combien d'élèves ont participé à la sortie sachant qu'ils étaient accompagnés de **4** adultes ?

Corrigé

On résout $64 + 8,5 n = 378,5$:

$$8,5 n = 378,5 - 64 = 314,5, \text{ donc } n = \frac{314,5}{8,5} = 37.$$

37 élèves ont participé à la sortie.

Pour comprendre en détail

Méthode : résoudre une équation du premier degré

On cherche n tel que $P(n) = 378,5$:

$$64 + 8,5 n = 378,5 \iff 8,5 n = 378,5 - 64 \iff 8,5 n = 314,5 \iff n = \frac{314,5}{8,5} = 37$$

Vérification et cohérence

- $64 + 8,5 \times 37 = 64 + 314,5 = 378,5 \checkmark$
- $n = 37$ est bien un entier et vérifie $n \leq 41$: la solution a un sens dans le contexte.

À éviter : diviser **378,5** par **8,5** directement, sans retirer d'abord les **64 €** des adultes (on trouverait $\approx 44,5$, ce qui n'est même pas un entier).

Partie C

C.1 Calculer la vitesse moyenne de l'autocar sur ce trajet, en kilomètre par heure, arrondie à l'unité.

Corrigé

$$t = 1 \text{ h } 10 \text{ min} = 1 + \frac{10}{60} \text{ h} = \frac{7}{6} \text{ h}$$

$$v = \frac{d}{t} = \frac{85}{\frac{7}{6}} = 85 \times \frac{6}{7} \approx 73 \text{ km/h.}$$

La vitesse moyenne est d'environ 73 km/h.

Pour comprendre en détail

À retenir. Vitesse moyenne : $v = \frac{d}{t}$. Les unités doivent être cohérentes : distance en km et durée en h donnent une vitesse en km/h.

Conversion de la durée

$$10 \text{ min} = \frac{10}{60} \text{ h} = \frac{1}{6} \text{ h}, \text{ donc } 1 \text{ h } 10 \text{ min} = \frac{7}{6} \text{ h} \approx 1,1667 \text{ h}.$$

Calcul

$$v = 85 \div \frac{7}{6} = 85 \times \frac{6}{7} = \frac{510}{7} \approx 72,86, \text{ soit } 73 \text{ km/h à l'unité.}$$

Autre méthode (proportionnalité)

En 70 min, l'autocar parcourt 85 km ; en 60 min : $\frac{85 \times 60}{70} \approx 72,86 \text{ km}.$

Erreur classique : écrire $t = 1,10 \text{ h}$. Le temps ne se compte pas en base 10 : $1,10 \text{ h} = 1 \text{ h } 6 \text{ min}.$

C.2 Calculer le coût total du transport pour ce voyage aller-retour, sachant que le carburant et les frais de péage sont à la charge du client.

Caractéristiques de l'autocar :

Nombre de places : 63

Longueur : 13 mètres

Masse : 28 tonnes

Capacité du réservoir : 500 litres

Consommation moyenne 30 L / 100 km

Émission de CO₂ : 74 g / voyageur / km

Prix du gazole : 1,60 € le litre

Coût du péage par trajet : 13,90 €

Forfait journalier de mise à disposition du bus avec chauffeur : 150,00 €

Corrigé

Aller-retour : $2 \times 85 = 170 \text{ km}.$

Consommation : $x = \frac{170 \times 30}{100} = 51 \text{ L de gazole}.$

Coût total : $150 + 51 \times 1,60 + 2 \times 13,90 = 259,40 \text{ €}.$

Le transport coûte 259,40 €.

Pour comprendre en détail

1. Trier les informations

Utiles : consommation, prix du gazole, péage par trajet, forfait journalier, distance. **Inutiles ici** : nombre de places, longueur, masse, émission de CO₂. Le réservoir de 500 L est largement suffisant pour 51 L (on peut le vérifier).

2. Carburant

Volume (L)	30	x
Distance (km)	100	170

$$x = \frac{30 \times 170}{100} = 51 \text{ L. Coût : } 51 \times 1,60 = 81,60 \text{ €}.$$

3. Péage

Il est facturé **par trajet** : un à l'aller, un au retour, soit $2 \times 13,90 = 27,80 \text{ €}$.

4. Forfait

Le forfait est **journalier** : **150 €** une seule fois (la sortie a lieu en une journée).

Total

$$150 + 81,60 + 27,80 = 259,40 \text{ €}.$$

Erreurs fréquentes : ne compter que l'aller (85 km) ; oublier de doubler le péage ; doubler le forfait journalier.

Exercice 2 (4 points)

Partie A

A.1 Déterminer la probabilité que le ticket tiré permette de gagner un lot d'une valeur de 50 €.

Corrigé

$$p_1 = \frac{2}{500} = \frac{1}{250}$$

Pour comprendre en détail

À retenir. En situation d'équiprobabilité : $P(A) = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$.

Il y a 500 tickets possibles, dont 2 tickets gagnent un lot de 50 €. On simplifie par 2 : $\frac{2}{500} = \frac{1}{250}$, fraction irréductible comme demandé.

A.2 Déterminer la probabilité que le ticket tiré permette de gagner un lot d'une valeur strictement supérieure à la mise de départ.

Corrigé

La mise est de 2 €. Les lots strictement supérieurs à 2 € sont ceux de 100, 50, 10 et 5 €.

$$p_2 = \frac{1 + 2 + 5 + 20}{500} = \frac{28}{500} = \frac{7}{125}$$

Pour comprendre en détail

Méthode

La mise est 2 € (prix du ticket). Un lot « strictement supérieur » exclut le lot de 2 € : celui-ci ne fait que rembourser la mise.

Cas favorables : $1 + 2 + 5 + 20 = 28$ tickets. Donc $\frac{28}{500}$, puis on simplifie par 4 : $\frac{7}{125}$ (irréductible car 7 et 125 = 5^3 n'ont aucun diviseur commun).

Piège : inclure les 50 lots de 2 € (on obtiendrait $\frac{78}{500}$). « Gagné » ne veut pas dire « gagner de l'argent » : avec un lot de 2 €, le bénéfice est nul.

A.3 Déterminer la probabilité que le ticket tiré porte la mention « Perdu ».

Corrigé

Tickets gagnants : $50 + 20 + 5 + 2 + 1 = 78$. Tickets perdants : $500 - 78 = 422$.

$$p_3 = \frac{422}{500} = \frac{211}{250}$$

Pour comprendre en détail

Méthode

Les événements « Gagné » et « Perdu » sont contraires : $P(\text{Perdu}) = 1 - P(\text{Gagné}) = 1 - \frac{78}{500}$.

Le nombre de tickets gagnants est **78** : cette fois, les lots de **2 € comptent** car la mention « Gagné » s'affiche.

$$\frac{422}{500} = \frac{211}{250} \text{ (211 est un nombre premier, la fraction est irréductible).}$$

Vérification

$$P(\text{Gagné}) = \frac{78}{500} = \frac{39}{250} \text{ et } \frac{39}{250} + \frac{211}{250} = 1 \checkmark$$

Partie B

B.1 Calculer le nombre moyen de tickets vendus par les élèves. Arrondir à l'unité.

Corrigé

$$\text{moyenne} = \frac{10 \times 4 + 4 \times 6 + 8 \times 7 + 14 \times 10 + 12 \times 15 + 3 \times 20}{10 + 4 + 8 + 14 + 12 + 3} = \frac{500}{51} \approx 10$$

En moyenne, un élève a vendu environ 10 tickets.

Pour comprendre en détail

À retenir. Moyenne pondérée : $\bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i}$ (somme des valeurs divisée par l'effectif total).

Calcul

- Nombre total de tickets vendus : $40 + 24 + 56 + 140 + 180 + 60 = 500$ (on retrouve d'ailleurs les 500 tickets de la tombola !).
- Effectif total : $10 + 4 + 8 + 14 + 12 + 3 = 51$ élèves.

$$\bar{x} = \frac{500}{51} \approx 9,8, \text{ soit } 10 \text{ à l'unité.}$$

Erreur fréquente : faire $\frac{4 + 6 + 7 + 10 + 15 + 20}{6} \approx 10,3$: on oublie les effectifs. Ici la valeur arrondie est proche par hasard, mais la méthode est fausse.

B.2.a En explicitant la démarche, déterminer la médiane de la série du nombre de tickets vendus.

Corrigé

Effectif total : $N = 51$. $\frac{N}{2} = 25,5$: la médiane est la **26^e** valeur de la série rangée dans l'ordre croissant.

Nombre de tickets	4	6	7	10	15	20
Nombre d'élèves	10	4	8	14	12	3
Effectifs cumulés croissants	10	14	22	36	48	51

La **26^e** valeur est **10**. **La médiane est égale à 10.**

Pour comprendre en détail

À retenir. La médiane partage la série ordonnée en deux groupes de même effectif. Si N est impair, c'est la valeur de rang $\frac{N+1}{2}$; si N est pair, c'est la moyenne des valeurs de rang $\frac{N}{2}$ et $\frac{N}{2} + 1$.

Démarche

1. $N = 51$, nombre impair : la médiane est la valeur de rang $\frac{51+1}{2} = 26$.
2. On construit la ligne des effectifs cumulés croissants (ECC).
3. Les **22** premières valeurs sont ≤ 7 (ECC de 7 : **22**), les **36** premières sont ≤ 10 (ECC de 10 : **36**).
Comme **22** < **26** $\leq$ **36**, la **26^e** valeur vaut **10**.

B.2.b Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.

Corrigé

Au moins la moitié des élèves (50 %) ont vendu 10 tickets ou plus.

Pour comprendre en détail

Interprétation complète

La médiane vaut **10** tickets : **au moins la moitié** des élèves ont vendu **au plus 10** tickets, et **au moins la moitié** en ont vendu **au moins 10**.

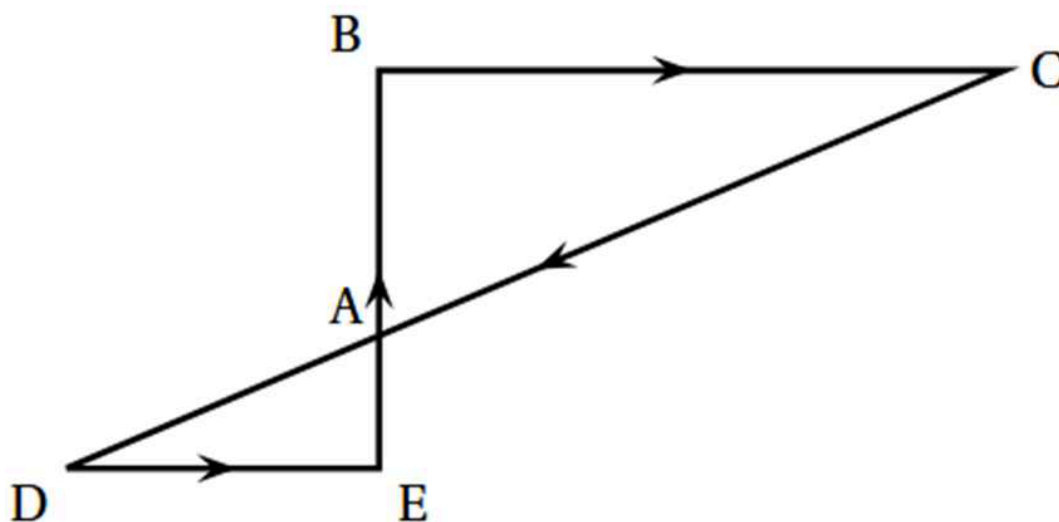
Vérification sur les données

- Au plus **10** tickets : **36** élèves sur **51**, soit $\approx 71\%$ ✓
- Au moins **10** tickets : **51** – **22** = **29** élèves sur **51**, soit $\approx 57\%$ ✓

À éviter : dire « la moitié des élèves a vendu exactement 10 tickets ». La médiane est une valeur de partage, pas un effectif.

Exercice 3 (4,5 points)

- 1 Montrer que la longueur BC est égale à 60 mètres.



Plan de la course

Corrigé

Le triangle ABC est rectangle en B . D'après le théorème de Pythagore :

$AC^2 = AB^2 + BC^2$, soit $65^2 = 25^2 + BC^2$, donc $BC^2 = 65^2 - 25^2 = 4225 - 625 = 3600$ et $BC = \sqrt{3600} = 60$.

BC mesure bien 60 m.

Pour comprendre en détail

Théorème de Pythagore. Si un triangle est rectangle, alors le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.

Rédaction attendue

1. **Hypothèse :** ABC est rectangle en B , donc son hypoténuse est $[AC]$ (côté opposé à l'angle droit).
2. **Théorème :** $AC^2 = AB^2 + BC^2$.
3. **Calcul :** $BC^2 = 65^2 - 25^2 = 4\,225 - 625 = 3\,600$. $BC > 0$ donc $BC = \sqrt{3\,600} = 60$.

Remarque : $(25; 60; 65) = 5 \times (5; 12; 13)$ est un multiple d'un triplet pythagoricien classique.

Erreur fréquente : additionner $25^2 + 65^2$; l'hypoténuse est le côté le plus long, elle est seule d'un côté de l'égalité.

2 Montrer que les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

Corrigé

Les points B, A, E sont alignés dans cet ordre et les points C, A, D sont alignés dans cet ordre.

D'une part $\frac{AE}{AB} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$; d'autre part $\frac{AD}{AC} = \frac{39}{65} = \frac{3}{5}$.

Comme $\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC}$, d'après la réciproque du théorème de Thalès, **les droites (BC) et (DE) sont parallèles.**

Pour comprendre en détail

Réciproque du théorème de Thalès. Si B, A, E d'une part et C, A, D d'autre part sont alignés *dans le même ordre* et si $\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC}$, alors $(BC) \parallel (ED)$.

Points de vigilance

- La configuration est « en papillon » : A est entre B et E , et entre C et D . À écrire sur la copie.
- Les deux rapports doivent mettre en correspondance les mêmes côtés : AE avec AB , AD avec AC .
- Pour simplifier $\frac{39}{65}$, repérer le facteur commun : $\frac{3 \times 13}{5 \times 13}$.

Erreur fréquente : utiliser le théorème direct (qui *suppose* le parallélisme que l'on veut démontrer) au lieu de sa réciproque.

3 Calculer la longueur totale du parcours $EBCDE$.

Corrigé

Les droites (BC) et (DE) sont parallèles. D'après le théorème de Thalès : $\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{DE}{BC}$,
donc $\frac{DE}{60} = \frac{3}{5}$ et $DE = \frac{3 \times 60}{5} = 36$.

Longueur du parcours : $15 + 25 + 60 + 65 + 39 + 36 = 240$.

Le parcours mesure 240 m.

Pour comprendre en détail

Décomposer le parcours

$EBCDE = EB + BC + CD + DE$ avec :

- $EB = EA + AB = 15 + 25 = 40$ m (car $A \in [EB]$) ;
- $BC = 60$ m (question 1) ;
- $CD = CA + AD = 65 + 39 = 104$ m (car $A \in [CD]$) ;
- $DE = 36$ m (théorème de Thalès, ci-dessus).

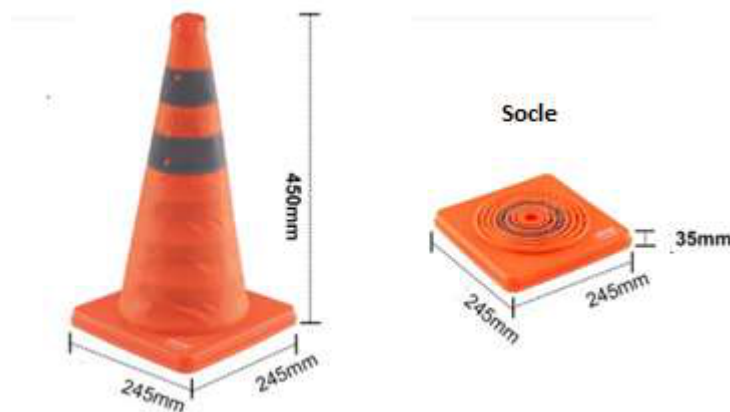
Total : $40 + 60 + 104 + 36 = 240$ m.

Vérification

Le triangle AED devrait être rectangle en E (puisque $(DE) \parallel (BC)$ et $(BC) \perp (AB)$). Contrôle : $AE^2 + DE^2 = 225 + 1\,296 = 1\,521 = 39^2 = AD^2$ ✓ — la réciproque de Pythagore le confirme.

4.a Pour baliser le parcours, l'enseignant utilise des plots de hauteur totale 450 millimètres. On modélise chaque plot de la manière suivante :

- le socle est assimilé à un pavé droit à base carrée dont les dimensions sont données sur la figure ci-dessous ;
- la partie supérieure, surmontant ce socle, est assimilée à un cône de révolution de hauteur 415 millimètres, et dont le diamètre de la base est de 20 centimètres.



Afin que ces plots ne s'envolent pas, il est nécessaire au préalable de les remplir de sable (socle et partie supérieure).

On rappelle la formule du volume d'un cône : $V = \frac{1}{3} \times \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$.

Vérifier que le volume de sable permettant de remplir en totalité un plot est de 6,45 dm³, arrondi au centième.

Corrigé

245 mm = 2,45 dm ; 35 mm = 0,35 dm ; 415 mm = 4,15 dm ; 20 cm = 2 dm (rayon 1 dm).

$$V_{\text{plot}} = V_{\text{socle}} + V_{\text{cône}} = 2,45 \times 2,45 \times 0,35 + \frac{1}{3} \times \pi \times 1^2 \times 4,15 \approx 6,45 \text{ dm}^3.$$

Pour comprendre en détail

Valeurs intermédiaires

Socle : 2,100 875 dm³. Cône : $\frac{\pi \times 4,15}{3} \approx 4,3459$ dm³. Somme : 6,4468 dm³, d'où 6,45 dm³ au centième.

Cohérence : 35 + 415 = 450 mm, la hauteur totale annoncée ✓.

Pièges : utiliser le diamètre (2) à la place du rayon (1) dans l'aire du disque ; mélanger les unités ; arrondir les volumes partiels avant de les additionner (on perd en précision).

- 4.b** Sachant que la densité du sable est d'environ 1,6 tonne par mètre cube, déterminer la masse de sable nécessaire pour remplir un plot. On donnera le résultat en kilogramme, arrondi au dixième.

Corrigé

1 t = 1 000 kg et 1 m³ = 1 000 dm³.

Masse de sable (kg)	1 600	x
Volume (dm ³)	1 000	6,45

$$x = \frac{6,45 \times 1\,600}{1\,000} \approx 10,3$$

Il faut environ 10,3 kg de sable par plot.

Pour comprendre en détail

Convertir la densité

$$1,6 \text{ t/m}^3 = \frac{1\,600 \text{ kg}}{1\,000 \text{ dm}^3} = 1,6 \text{ kg/dm}^3. \text{ (Bon réflexe : t/m}^3 \text{ et kg/dm}^3 \text{ ont la même valeur numérique.)}$$

Calcul

$$m = 6,45 \times 1,6 = 10,32 \text{ kg} \approx 10,3 \text{ kg au dixième.}$$

Avec la valeur non arrondie du volume (6,4468) : $6,4468 \times 1,6 \approx 10,31$, même résultat arrondi ✓.

Exercice 4 (3,5 points)

1 **Affirmation 1 :** Tout nombre divisible par 4 est divisible par 12.

Corrigé

Contre-exemple : 8 est divisible par 4 mais pas par 12.

L'affirmation 1 est fausse.

Pour comprendre en détail

Méthode : réfuter par un contre-exemple

On cherche un nombre divisible par 4 mais pas par 12. Le plus petit est 4 lui-même ($4 \div 12$ n'est pas entier) ; 8 convient aussi.

Pour aller plus loin

Comme $12 = 3 \times 4$ avec 3 et 4 premiers entre eux, un nombre est divisible par 12 si et seulement s'il est divisible par 3 et par 4. La *reciproque* de l'affirmation est vraie (« divisible par 12 $\Rightarrow$ divisible par 4 »), mais pas l'affirmation elle-même.

2 **Affirmation 2 :** Pour tout nombre réel x , $24x^2 - 9 = (3x + 1)(8x - 5) - (-7x + 4)$.

Corrigé

$$(3x + 1)(8x - 5) - (-7x + 4) = 24x^2 - 15x + 8x - 5 + 7x - 4 = 24x^2 - 9.$$

L'affirmation 2 est vraie.

Pour comprendre en détail

Développement pas à pas

$$(3x + 1)(8x - 5) = 24x^2 - 15x + 8x - 5 = 24x^2 - 7x - 5.$$

Puis on retranche $(-7x + 4)$, ce qui change les signes : $-(-7x + 4) = +7x - 4$.

$$24x^2 - 7x - 5 + 7x - 4 = 24x^2 - 9 \checkmark.$$

Piège : tester quelques valeurs de x (par exemple $x = 0$: $-5 - 4 = -9 \checkmark$) ne prouve rien pour « tout x » ; seul le développement algébrique constitue une preuve.

3 Soit a, b et c trois nombres entiers avec c non nul.

Affirmation 3 : Si a est un multiple de b et b est un multiple de c , alors $\frac{a}{c}$ est un nombre entier.

Corrigé

a est un multiple de b : $a = k \times b$ avec k entier. b est un multiple de c : $b = k' \times c$ avec k' entier.

D'où $\frac{a}{c} = \frac{k b}{c} = k \times k'$, entier comme produit de deux entiers.

L'affirmation 3 est vraie.

Pour comprendre en détail

Démonstration

On remplace : $a = k \times b = k \times (k' \times c) = (k k') \times c$.

Donc a est un multiple de c et $\frac{a}{c} = k k' \in \mathbb{Z}$: un produit d'entiers est un entier.

On a montré que la relation « est un multiple de » est **transitive**.

Rédaction : un exemple ($a = 24, b = 12, c = 4$ donne 6) n'est pas une preuve. La condition $c \neq 0$ est nécessaire pour que $\frac{a}{c}$ existe.

4 **Affirmation 4 :** Le nombre $\frac{3500}{56 \times 10^{19}}$ est un nombre décimal.

Corrigé

$$\frac{3500}{56 \times 10^{19}} = \frac{5 \times 7 \times 10 \times 10}{7 \times 8 \times 10^{19}} = \frac{125}{2 \times 10^{19}} = \frac{625}{10 \times 10^{19}} = \frac{625}{10^{20}}, \text{ de la forme } \frac{a}{10^n}.$$

L'affirmation 4 est vraie.

Pour comprendre en détail

Idée

Le facteur 7 du dénominateur ($56 = 2^3 \times 7$) est aussi dans le numérateur ($3\,500 = 2^2 \times 5^3 \times 7$) : il se simplifie. Il ne reste au dénominateur que des puissances de 2 et de 5 (et $10^{19} = 2^{19} \times 5^{19}$), donc le nombre est décimal.

Calcul

$$\frac{3500}{56} = 62,5 = \frac{125}{2}, \text{ d'où } \frac{3500}{56 \times 10^{19}} = \frac{125}{2 \times 10^{19}} = \frac{625}{10^{20}} = 6,25 \times 10^{-18}.$$

À éviter : conclure « non décimal » parce que le dénominateur contient 56, multiple de 7. Il faut simplifier avant de conclure.

5 Un prix subit trois augmentations successives de **20 %**.

Affirmation 5 : Ce prix a subi une augmentation globale de **72,8 %**.

Corrigé

Augmenter de **20 %** revient à multiplier par **1,20**. Coefficient global : $1,20^3 = 1,728 = 1 + \frac{72,8}{100}$, soit une augmentation de **72,8 %**.

L'affirmation 5 est vraie.

Pour comprendre en détail

À retenir. Augmenter de t % : multiplier par $1 + \frac{t}{100}$. Des évolutions successives : on **multiplie** les coefficients.

Calcul

$1,2 \times 1,2 = 1,44$; $1,44 \times 1,2 = 1,728$. Le prix est multiplié par **1,728**, soit **+72,8 %** ($1,728 - 1 = 0,728$).

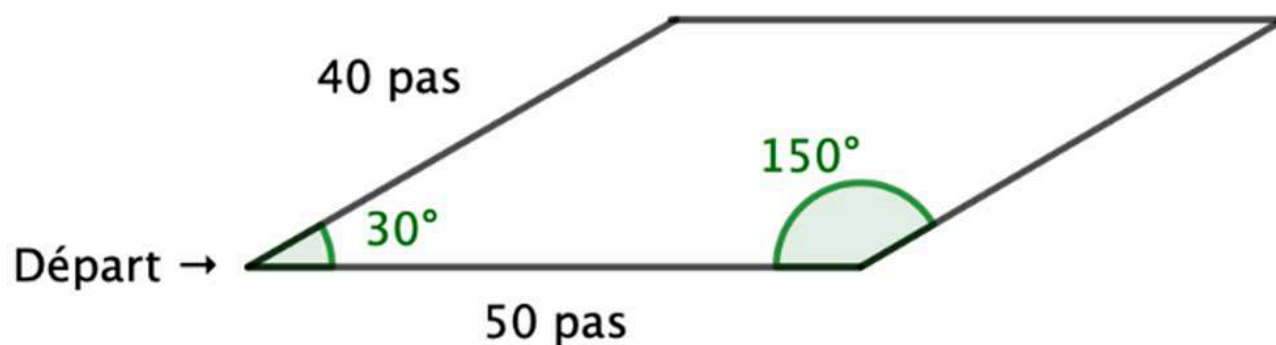
Contrôle sur un exemple

Prix initial **100 €** → **120 €** → **144 €** → **172,80 €** : **+72,80 €**, soit **72,8 %** ✓.

Erreur classique : $3 \times 20 \% = 60 \%$. Chaque hausse s'applique à un prix déjà augmenté.

Exercice 5 (3 points)

- 1 Déterminer la valeur, en degré, de la mesure de l'angle α .



Corrigé

La somme des angles d'un parallélogramme est égale à 360° et les angles opposés ont la même mesure :

$$30 \times 2 + 2 \times \alpha = 360, \text{ donc } 2\alpha = 300 \text{ et } \alpha = 150.$$

L'angle α mesure 150° .

Pour comprendre en détail

Deux méthodes

- Angles consécutifs supplémentaires.** Dans un parallélogramme, deux angles consécutifs (qui partagent un côté) sont supplémentaires : $\alpha + 30^\circ = 180^\circ$, donc $\alpha = 150^\circ$.
- Somme des angles.** Les angles opposés sont égaux : le parallélogramme a deux angles de 30° et deux angles de α . La somme vaut 360° : $2 \times 30 + 2\alpha = 360$, d'où $\alpha = 150^\circ$.

Les deux méthodes donnent $\alpha = 150^\circ$.

- 2 Donner l'ordre des quatre étiquettes A, B, C et D ci-dessous, à insérer dans le script ci-dessus, pour obtenir le tracé du parallélogramme ci-dessus en précisant la valeur manquante de l'étiquette C.

Bloc	avancer de 40 pas	avancer de 50 pas	tourner ↻ de degrés	tourner ↻ de 30 degrés
Étiquette	A	B	C	D

Corrigé

L'ordre est : **B, D, A, C**, et la valeur manquante dans le bloc C est **150°**.

Pour comprendre en détail

Raisonnement : suivre le stylo

Le script répète deux fois les quatre blocs. Orientation de départ : vers la droite (0° en repère mathématique).

Étape	Bloc	Effet	Orientation du stylo
1	B	avancer de 50 pas (côté bas)	0°
2	D	tourner $\curvearrowright$ de 30°	30° (le stylo part vers le haut à droite)
3	A	avancer de 40 pas (côté oblique)	30°
4	C	tourner $\curvearrowright$ de 150°	180° (le stylo repart vers la gauche)

Au deuxième passage, le stylo trace le côté supérieur de 50 pas (vers la gauche), tourne de 30° (orientation 210°), trace le dernier côté de 40 pas et revient au point de départ, puis tourne de 150° : il est de nouveau orienté vers la droite. Le motif se termine donc dans l'état initial, ce qui sera utile à la question 3.

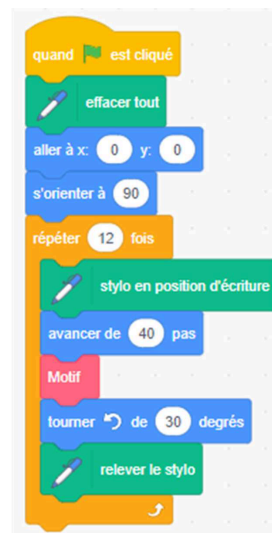
À retenir. L'angle dont on *tourne* est l'angle extérieur : au sommet où l'angle intérieur vaut $\alpha = 150^\circ$, on tourne de $180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$; au sommet où l'angle intérieur vaut 30° , on tourne de $180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$.

Erreur fréquente : écrire 30° dans le bloc C (c'est l'angle intérieur du parallélogramme) ou 150° dans le bloc D. Un bloc « tourner » donne la *rotation du stylo*, pas l'angle de la figure.

3 On rappelle que la commande « s'orienter à 90° » signifie que le stylo s'oriente vers la droite. Des élèves ont réalisé les scripts suivants :



Programme 1



Programme 2

L'exécution des deux programmes précédents permet d'obtenir deux des quatre figures proposées ci-dessous. On précise que les centres respectifs des figures A et B constituent leur point de départ. En revanche, le point O indique le point de départ des figures C et D.

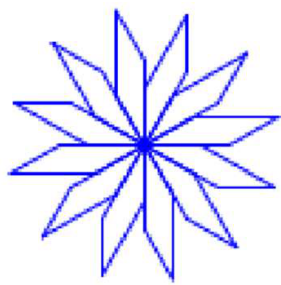


Figure A

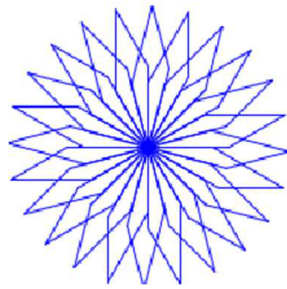


Figure B

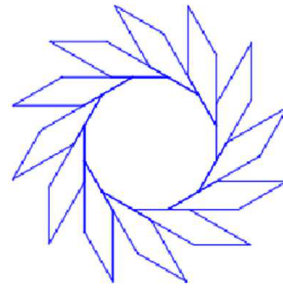


Figure C

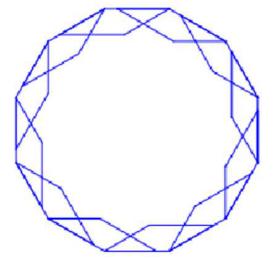


Figure D

Sans justifier, associer chacun des deux programmes à la figure qu'il permet d'obtenir.

Corrigé

Programme 1 : figure A. Programme 2 : figure C.

Pour comprendre en détail

Programme 1 → figure A

À chaque tour, le motif est tracé **depuis le point de départ (0 ; 0)**, puis le stylo tourne de 30° . Comme le motif se termine à son point de départ avec l'orientation initiale (question 2), le même parallélogramme est dessiné **12 fois** autour d'un **même sommet**, tourné de 30° à chaque fois ($12 \times 30^\circ = 360^\circ$). On obtient une « fleur » à **12 pétales** dont le centre est le point de départ : **figure A**.

Programme 2 → figure C

Ici le stylo **avance de 40 pas avant chaque motif** : il se déplace d'un sommet au suivant d'un dodécagone régulier de côté 40 (rotation de $30^\circ = 360^\circ \div 12$ à chaque étape) et dessine un parallélogramme à chaque sommet, tourné de 30° par rapport au précédent. Le point de départ O est alors un point du polygone, pas le centre de la figure, et les parallélogrammes forment une couronne autour d'un espace vide : **figure C**.

Vérification par simulation

Le tracé de chacun des deux programmes a été reproduit par un petit programme de simulation, ce qui confirme les deux associations.