

Corrigé détaillé

CRPE 2026 – Mathématiques – Groupement 2 (M2)

Épreuve écrite disciplinaire de mathématiques (2e épreuve d'admissibilité)

Durée : 3 heures

20 points

Exercice 1	7,5 points
Exercice 2	3,5 points
Exercice 3	3,5 points
Exercice 4	2 points
Exercice 5	3,5 points

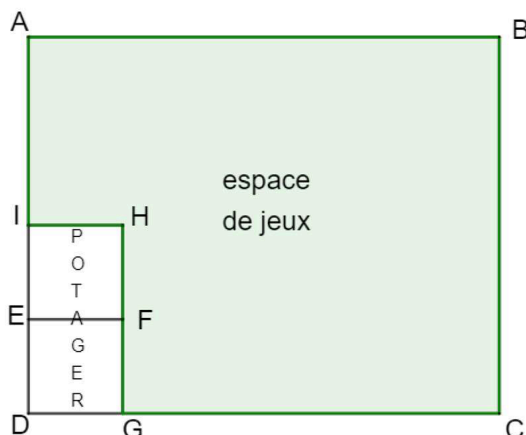
Pour chaque question : **rappel de l'énoncé**, **corrigé** rédigé, puis « **Pour comprendre en détail** » (méthode, rappels de cours, erreurs fréquentes). À utiliser avec le sujet officiel (documents, tableaux et figures).

Sujet : Ministère de l'Éducation nationale – session 2026 (EST MAT 2). Corrigé rédigé par Campus XYZ – campusxyz.fr. Tous droits réservés.

Exercice 1 (7,5 points)

Partie A

A.1 Vérifier que l'expression développée et réduite de l'aire de l'espace de jeux en fonction du nombre x est : $24x + 40$.



Corrigé

Les carrés IHFE et EFGD ont pour côté x : $DG = x$ et $ID = 2x$.

ABCD est un rectangle de longueur $DC = x + 10$ et de largeur $AD = 4 + 2x$.

Aire de l'espace de jeux = aire de ABCD – aire du potager :

$$(x + 10)(2x + 4) - 2x^2 = 2x^2 + 4x + 20x + 40 - 2x^2 = 24x + 40.$$

Pour comprendre en détail

1. Lire la figure

- $EI = x$ est le côté du carré IHFE ; les deux carrés sont identiques, donc tous leurs côtés valent x .
- Côté gauche : $AD = AI + IE + ED = 4 + x + x = 4 + 2x$.
- Côté bas : $DC = DG + GC = x + 10$.

2. Décomposer l'aire

L'espace de jeux n'est pas un rectangle : il est plus simple de calculer « grand rectangle moins potager ». Le potager est formé de deux carrés d'aire x^2 , soit $2x^2$.

3. Développer avec la double distributivité

$$(x + 10)(2x + 4) = x \times 2x + x \times 4 + 10 \times 2x + 10 \times 4 = 2x^2 + 4x + 20x + 40 = 2x^2 + 24x + 40$$

On retire $2x^2$: il reste $24x + 40$. Les termes en x^2 se compensent, l'aire est donc une expression du premier degré.

Autre découpage (vérification)

On peut aussi découper l'espace de jeux en un rectangle du haut $(x + 10) \times 4$ et un rectangle de droite $10 \times 2x$: $4x + 40 + 20x = 24x + 40 \checkmark$

Erreurs fréquentes : prendre $AD = 4 + x$ (oublier qu'il y a deux carrés empilés) ; retirer x^2 au lieu de $2x^2$; oublier un terme en développant.

A.2.a On suppose que l'aire de l'espace de jeux est égale à **94** m². Calculer la valeur de x exprimée en mètre.

Corrigé

$$24x + 40 = 94 \text{ donc } 24x = 54 \text{ et } x = \frac{54}{24} = 2,25.$$

$$x = 2,25 \text{ m.}$$

Pour comprendre en détail

Vérification

$$24 \times 2,25 + 40 = 54 + 40 = 94 \checkmark. \text{ La valeur est positive, ce qui a un sens pour une longueur.}$$

A.2.b En déduire l'aire totale du rectangle ABCD en m².

Corrigé

$$DC = 10 + 2,25 = 12,25 \text{ m et } AD = 4 + 2 \times 2,25 = 8,5 \text{ m.}$$

$$\mathcal{A}_{ABCD} = 12,25 \times 8,5 = 104,125 \text{ m}^2.$$

Pour comprendre en détail

Deux façons de faire

- **Directement** : $12,25 \times 8,5 = 104,125 \text{ m}^2$.
- **Par addition** : aire de l'espace de jeux + aire du potager = $94 + 2 \times 2,25^2 = 94 + 2 \times 5,0625 = 94 + 10,125 = 104,125 \text{ m}^2 \checkmark$

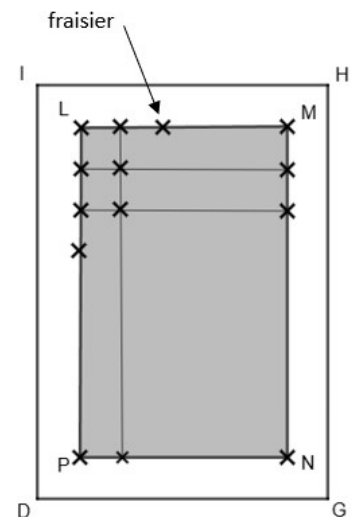
Les deux calculs concordent, ce qui valide aussi la réponse à A.2.a.

A.3.a Des élèves de CE2 souhaitent planter des fraisiers sur toute la surface représentée par le rectangle LMNP située à l'intérieur du potager. Les fraisiers sont d'abord plantés aux quatre sommets L, M, N et P puis suivant un maillage carré comme initié sur le schéma ci-contre.

On donne **LM = 185** cm et **LP = 444** cm.

Afin de faciliter le travail de plantation entre deux plants de fraisiers, l'enseignant souhaite construire une règle en bois d'une longueur entière de centimètre qui servira de gabarit. Cette règle aura une longueur supérieure à **10** cm.

Montrer que la longueur de cette règle doit être de **37** cm afin de respecter une distance égale entre chaque fraisier.



Corrigé

La longueur ℓ de la règle (en cm) doit diviser à la fois **185** et **444**.

$$185 = 5 \times 37 \text{ et } 444 = 2^2 \times 3 \times 37.$$

Les diviseurs communs à **185** et **444** sont **1** et **37**. Comme $\ell > 10$, la règle mesure **37** cm.

Pour comprendre en détail

Pourquoi un diviseur commun ?

Les fraisiers sont aux quatre coins et régulièrement espacés de ℓ cm sur un maillage carré. Sur le côté [LM], il faut un nombre entier d'intervalles : **185** doit être un multiple de ℓ . De même sur [LP] : **444** doit être un multiple de ℓ . Et c'est le **même ℓ** dans les deux directions (maillage carré).

Étapes de la décomposition

$$444 = 2 \times 222 = 2 \times 2 \times 111 = 2 \times 2 \times 3 \times 37 \text{ (111 est divisible par 3 car } 1 + 1 + 1 = 3\text{)}.$$

Seul le facteur **37** est commun : $\text{PGCD}(185; 444) = 37$, et les diviseurs communs sont les diviseurs du PGCD.

Autre méthode : algorithme d'Euclide

$$444 = 2 \times 185 + 74; 185 = 2 \times 74 + 37; 74 = 2 \times 37 + 0. \text{ Le dernier reste non nul est } 37.$$

À retenir. « Partager deux longueurs en morceaux égaux de longueur entière, le plus grand possible » → PGCD. Ici la condition « supérieure à 10 cm » élimine la seule autre possibilité, 1 cm.

Attention : 37 est un nombre premier, on ne peut pas le décomposer davantage. Vérifiez-le : il n'est divisible ni par 2, 3, 5, ni 7 (et $7^2 > 37$).

A.3.b En déduire le nombre de fraisiers que les élèves pourront planter.

Corrigé

$185 = 5 \times 37$: 5 intervalles sur la largeur, donc **6** fraisiers par rangée.

$444 = 12 \times 37$: 12 intervalles sur la longueur, donc **13** rangées.

$6 \times 13 = 78$. **Les élèves pourront planter 78 fraisiers.**

Pour comprendre en détail

Le piège des intervalles

Sur un segment, quand on place des plants aux deux extrémités et à intervalles réguliers, il y a **un plant de plus que d'intervalles** (comme les piquets d'une clôture).

- Largeur LM : $185 \div 37 = 5$ intervalles → $5 + 1 = 6$ fraisiers.
- Longueur LP : $444 \div 37 = 12$ intervalles → $12 + 1 = 13$ fraisiers.

Comptage du maillage

Les fraisiers sont aux nœuds d'un quadrillage de **6** colonnes et **13** lignes : $6 \times 13 = 78$ fraisiers.

Erreurs fréquentes : répondre $5 \times 12 = 60$ (on compte les cases du quadrillage, pas les nœuds) ; ou ne compter que les fraisiers du pourtour.

Partie B

B.1.a Le prix d'achat du plant de fraisier a subi une première augmentation de **2 %** puis une seconde augmentation de **3 %**. Calculer le pourcentage d'augmentation globale après ces deux augmentations successives du prix du plant de fraisier. Donner le résultat exact sous la forme $p\%$.

Corrigé

Augmenter de **2 %** revient à multiplier par **1,02** ; augmenter de **3 %**, par **1,03**.

$$\text{Coefficient global : } 1,02 \times 1,03 = 1,0506 = 1 + \frac{5,06}{100}.$$

L'augmentation globale est de 5,06 %.

Pour comprendre en détail

À retenir. Augmenter de t % revient à multiplier par $1 + \frac{t}{100}$. Pour des évolutions successives, on multiplie les coefficients.

Pourquoi pas 5 % ?

La seconde hausse de 3 % s'applique au prix *déjà augmenté*, pas au prix initial. Avec un prix de 100 € : après +2 % on a 102 € ; 3 % de 102 font 3,06 € ; on arrive à 105,06 €, soit +5,06 %.

Erreur classique : additionner les pourcentages ($2 + 3 = 5$ %). L'écart (0,06 %) vient du « pourcentage du pourcentage » : $0,02 \times 0,03 = 0,0006$.

B.1.b Sachant que le prix initial du plant de fraisier était de 1,20 €, calculer le prix après ces deux augmentations. Arrondir le résultat au centime d'euro.

Corrigé

$$1,20 \times 1,0506 = 1,26072 \approx 1,26.$$

Le plant coûte environ 1,26 € après les deux augmentations.

Pour comprendre en détail

Vérification étape par étape

$$1,20 \times 1,02 = 1,224 \text{ € puis } 1,224 \times 1,03 = 1,26072 \text{ €}.$$

Arrondi au centime : on regarde le chiffre des millièmes (0), on garde 1,26 €.

Attention : si l'on arrondit après la première hausse (1,22 €), on obtient $1,22 \times 1,03 \approx 1,2566 \approx 1,26$ € ici aussi, mais en général on n'arrondit qu'à la fin.

B.2.a Une estimation est réalisée sur la récolte de fraises à venir. Un neuvième de la masse des fraises ne pourra pas être consommé. Parmi les fraises restantes, un quart de la masse des fraises servira à la confection de confiture. Calculer la proportion de fraises consacrée à la confection de confiture. Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

Corrigé

Fraises consommables : $1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$ de la récolte.

$$\text{Confiture : } \frac{1}{4} \times \frac{8}{9} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}.$$

$\frac{2}{9}$ de la récolte sert à la confiture.

Pour comprendre en détail

À retenir. Prendre une fraction d'une quantité, c'est multiplier : « $\frac{1}{4}$ de $\frac{8}{9}$ » = $\frac{1}{4} \times \frac{8}{9}$.

Illustration avec une récolte de 36 kg

$$\frac{1}{9} \text{ de } 36 \text{ kg} = 4 \text{ kg perdus ; il reste } 32 \text{ kg ; un quart de } 32 \text{ kg} = 8 \text{ kg de confiture ; et } \frac{8}{36} = \frac{2}{9} \checkmark$$

Simplification

$$\frac{8}{36} = \frac{4 \times 2}{4 \times 9} = \frac{2}{9}, \text{ et } \frac{2}{9} \text{ est irréductible car } 2 \text{ et } 9 \text{ n'ont pas de diviseur commun autre que } 1.$$

Erreur classique : calculer $\frac{1}{4}$ de la récolte *totale* ($\frac{1}{4}$) ou faire $\frac{1}{4} - \frac{1}{9}$. Le quart porte sur les fraises **restantes**.

B.2.b On suppose que 3 kilogrammes de fraises sont consacrés à la confection de confiture. Calculer la masse de la récolte initiale de fraises en kilogramme.

Corrigé

Soit m la masse de la récolte (en kg) : $\frac{2}{9}m = 3$ donc $m = 3 \times \frac{9}{2} = 13,5$.

La récolte initiale est de 13,5 kg.

Pour comprendre en détail

Méthode « retour à l'unité » (accessible aux élèves)

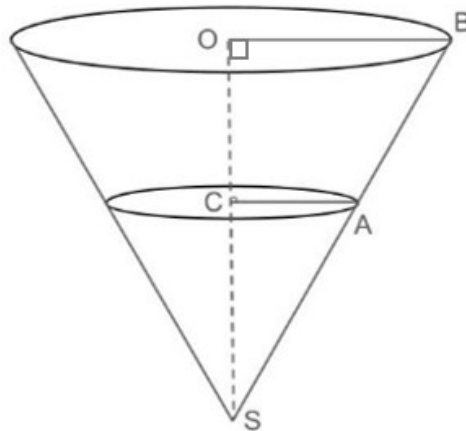
$\frac{2}{9}$ de la récolte = 3 kg, donc $\frac{1}{9}$ de la récolte = 1,5 kg, et la récolte entière = $9 \times 1,5 = 13,5$ kg.

Vérification

$\frac{1}{9} \times 13,5 = 1,5$ kg perdus ; restent 12 kg ; un quart de 12 kg = 3 kg ✓

Partie C

C.1 Montrer que la longueur OS est égale à 40 cm.



Corrigé

Les points S, C, O d'une part et S, A, B d'autre part sont alignés, et (AC) $\parallel$ (OB). D'après le théorème de Thalès :

$$\frac{SC}{SO} = \frac{SA}{SB} = \frac{CA}{OB}$$

Avec $OB = 84 \div 2 = 42$ cm et en posant $SC = y$: $\frac{y}{y+22} = \frac{18,9}{42} = 0,45$.

$y = 0,45(y+22) \Leftrightarrow 0,55y = 9,9 \Leftrightarrow y = 18$.

Donc $OS = SC + CO = 18 + 22 = 40$ cm.

Pour comprendre en détail

1. Repérer la configuration

Les deux droites sécantes en S sont (SO) (l'axe du cône) et (SB) (une génératrice). Les droites (CA) et (OB) sont parallèles : c'est une configuration de Thalès « emboîtée », le petit triangle SCA étant une réduction du grand triangle SOB.

2. Données utiles

- Le **diamètre** vaut **84** cm, donc le **rayon** **OB = 42** cm.
- On ne connaît ni SC ni SO, seulement leur différence **OC = 22** cm : on pose une inconnue.

3. Résolution

$$\begin{aligned}\frac{y}{y+22} &= \frac{18,9}{42} \Leftrightarrow 42y = 18,9(y+22) \\ &\Leftrightarrow 42y - 18,9y = 415,8 \\ &\Leftrightarrow 23,1y = 415,8 \\ &\Leftrightarrow y = 18\end{aligned}$$

Méthode plus rapide (coefficient de réduction)

Coefficient de réduction : $k = CA \div OB = 18,9 \div 42 = 0,45$.

Donc **SC = 0,45 SO** et **OC = SO - SC = 0,55 SO = 22**, d'où **SO = 22 ÷ 0,55 = 40** cm.

Erreurs fréquentes : prendre **OB = 84** (confusion diamètre/rayon) ; écrire $\frac{SC}{OC} = \frac{CA}{OB}$ (OC n'est pas un côté du grand triangle : il faut SO).

C.2 Calculer la valeur exacte du volume du grand cône en cm³.

On rappelle que le volume d'un cône est donné par la formule $\frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$.

Corrigé

$$V_{\text{grand}} = \frac{\pi \times OB^2 \times OS}{3} = \frac{\pi \times 42^2 \times 40}{3} = \frac{\pi \times 1\,764 \times 40}{3} = 23\,520 \pi \text{ cm}^3.$$

Pour comprendre en détail

Méthode

- Aire de la base : $\pi \times 42^2 = 1\,764 \pi \text{ cm}^2$.
- Hauteur : **OS = 40** cm (perpendiculaire à la base, car (OB) $\perp$ (OS)).
- $V = \frac{1\,764 \pi \times 40}{3} = 588 \pi \times 40 = 23\,520 \pi \text{ cm}^3$.

Valeur approchée (pour se faire une idée) : **23 520 $\pi \approx 73\,890$ cm³**, soit environ **74 L**.

À éviter : donner **73 890** cm³ alors qu'on demande la valeur *exacte* ; oublier de diviser par **3**.

C.3 Calculer la valeur du volume de la bassine de confiture arrondie au cm³. On donnera la valeur approchée en litre, arrondie au centilitre.

Corrigé

$$\text{Petit cône : } V_{\text{petit}} = \frac{\pi \times 18,9^2 \times 18}{3} = 2\,143,26 \pi \text{ cm}^3.$$

$$V_{\text{bassine}} = 23\,520 \pi - 2\,143,26 \pi = 21\,376,74 \pi \approx 67\,157 \text{ cm}^3.$$

Comme **1 L = 1 dm³ = 1 000 cm³** : **$V_{\text{bassine}} \approx 67,16$ L**.

Pour comprendre en détail

1. Le petit cône

Rayon **CA** = 18,9 cm, hauteur **SC** = 18 cm (trouvée en C.1) : $V_{\text{petit}} = \frac{\pi \times 357,21 \times 18}{3} = 357,21 \times 6 \pi = 2\,143,26 \pi$ cm³.

2. Méthode astucieuse : la réduction

À retenir. Dans une réduction de coefficient **k**, les longueurs sont multipliées par **k**, les aires par **k²**, les volumes par **k³**.

Ici **k** = 0,45, donc $V_{\text{petit}} = 0,45^3 \times 23\,520 \pi = 0,091125 \times 23\,520 \pi = 2\,143,26 \pi \checkmark$

3. Volume et conversion

$21\,376,74 \pi \approx 67\,157,01$ cm³, arrondi au cm³ : **67 157** cm³.

1 L = 1 dm³ = 1 000 cm³, donc $67\,157 \text{ cm}^3 = 67,157 \text{ L} \approx 67,16 \text{ L}$ (au centilitre, c'est-à-dire au centième de litre).

Erreurs fréquentes : arrondir π trop tôt (**3,14** donne **67 123** cm³) ; diviser par **100** au lieu de **1 000** pour convertir des cm³ en litres.

Exercice 2 (3,5 points)

- 1 Donner une formule qui peut être saisie dans la cellule D3 puis étirée vers le bas pour effectuer automatiquement le calcul de la durée de course en secondes.

Corrigé

En D3 : $=B3*60+C3$

Pour comprendre en détail

Méthode

Une minute vaut 60 secondes : $4 \text{ min } 30 \text{ s} = 4 \times 60 + 30 = 270 \text{ s}$ (c'est bien la valeur affichée en D3). Les minutes sont en B3, les secondes en C3, d'où $=B3*60+C3$.

En étirant, on obtient $=B4*60+C4$ (332 s), $=B5*60+C5$ (373 s), $=B6*60+C6$ (480 s).

Erreurs fréquentes : $=B3*100+C3$ (les durées ne sont pas en base 10) ; $=B3+C3/60$ (on obtient des minutes, pas des secondes) ; oublier le signe =.

- 2.a Calculer la valeur de la cellule G3 arrondie au centième.

Corrigé

$$v = \frac{d}{t} = \frac{600}{270} = \frac{20}{9} \approx 2,22 \text{ m/s.}$$

G3 affiche 2,22.

Pour comprendre en détail

À retenir. $v = \frac{d}{t}$: en m et en s, on obtient des m/s.

$$\frac{600}{270} = \frac{60}{27} = \frac{20}{9} = 2,222 \dots, \text{ arrondi au centième : } 2,22 \text{ m/s. Dans le tableur, G3 contiendrait } =F3/D3.$$

- 2.b Calculer la valeur exacte de la cellule H3.

Corrigé

$$\frac{20}{9} \text{ m/s} = \frac{20}{9} \times 3,6 \text{ km/h} = \frac{72}{9} = 8 \text{ km/h.}$$

H3 affiche 8.

Pour comprendre en détail

Pourquoi multiplier par 3,6 ?

1 m/s, c'est 1 m en 1 s, donc 3 600 m en 1 h, soit 3,6 km/h.

Autre méthode : convertir distance et durée

$$d = 600 \text{ m} = 0,6 \text{ km} ; t = 270 \text{ s} = \frac{270}{3600} \text{ h} = \frac{3}{40} \text{ h. Donc } v = 0,6 \div \frac{3}{40} = 0,6 \times \frac{40}{3} = 8 \text{ km/h.}$$

Attention : partir de l'arrondi 2,22 donne $2,22 \times 3,6 = 7,992$, qui n'est pas la valeur exacte demandée.

- 3** Un autre élève a effectué 8 tours à une vitesse moyenne de 9,8 km/h. Calculer la durée de la course réalisée par l'élève en l'exprimant en minute seconde arrondie à la seconde.

Corrigé

D'après le tableau, 3 tours font 600 m : un tour mesure 200 m. 8 tours font 1 600 m = 1,6 km.

$$t = \frac{d}{v} = \frac{1,6}{9,8} \text{ h} = \frac{8}{49} \text{ h} = \frac{8}{49} \times 3\,600 \text{ s} \approx 588 \text{ s.}$$

$588 = 9 \times 60 + 48$. La course a duré environ 9 min 48 s.

Pour comprendre en détail

1. Longueur d'un tour

Toutes les lignes du tableau le confirment : $600 \div 3 = 800 \div 4 = 1\,000 \div 5 = 1\,200 \div 6 = 200$ m. C'est une situation de proportionnalité.

2. Durée en heures, puis en secondes

$$t = \frac{1,6}{9,8} \text{ h} \approx 0,16327 \text{ h. En secondes : } \frac{1,6}{9,8} \times 3\,600 \approx 587,76 \text{ s, arrondi à } 588 \text{ s.}$$

3. Conversion en min et s

$$588 \div 60 = 9 \text{ reste } 48 : 588 \text{ s} = 9 \text{ min } 48 \text{ s.}$$

Autre méthode (en m/s)

$$9,8 \text{ km/h} = \frac{9,8}{3,6} \approx 2,722 \text{ m/s ; } t = \frac{1\,600}{9,8/3,6} = \frac{1\,600 \times 3,6}{9,8} \approx 587,76 \text{ s.}$$

Erreur classique : 0,16327 h ne vaut pas « 16 min 33 s » ! Une durée décimale en heures se convertit en multipliant par 60 (minutes) ou 3 600 (secondes).

- 4.a** Le 11 octobre, dernier jour de l'entraînement, les enseignants ont relevé les vitesses moyennes, arrondies au centième, de chaque élève de cycle 3 dans ce tableau.

Vitesse (m/s)	2,35	2,4	2,43	2,5	2,54	2,67	2,78	2,9
Effectif	2	5	8	12	13	10	7	3

Calculer la vitesse moyenne en m/s réalisée par un élève de cycle 3 en précisant le calcul effectué.

Corrigé

$$\begin{aligned}\bar{v} &= \frac{2 \times 2,35 + 5 \times 2,4 + 8 \times 2,43 + 12 \times 2,5 + 13 \times 2,54 + 10 \times 2,67 + 7 \times 2,78 + 3 \times 2,9}{2 + 5 + 8 + 12 + 13 + 10 + 7 + 3} \\ &= \frac{154,02}{60} = 2,567\end{aligned}$$

La vitesse moyenne est de 2,567 m/s (environ 2,57 m/s).

Pour comprendre en détail

Détail des produits

Vitesse	2,35	2,4	2,43	2,5	2,54	2,67	2,78	2,9	Total
Effectif	2	5	8	12	13	10	7	3	60
Produit	4,7	12	19,44	30	33,02	26,7	19,46	8,7	154,02

$$\bar{v} = \frac{154,02}{60} = 2,567 \text{ m/s.}$$

Erreur classique : faire la moyenne des 8 vitesses sans tenir compte des effectifs ($\frac{20,57}{8} \approx 2,57$) : ici le résultat est voisin par hasard, mais la méthode est fautive et serait sanctionnée.

4.b Déterminer la médiane et en donner une interprétation dans le contexte de l'exercice.

Corrigé

Effectif total : 60. La médiane est la moyenne des 30^e et 31^e valeurs.

Vitesse (m/s)	2,35	2,4	2,43	2,5	2,54	2,67	2,78	2,9
Effectifs cumulés croissants	2	7	15	27	40	50	57	60

Les 30^e et 31^e valeurs valent **2,54** : **la médiane est 2,54 m/s.**

Interprétation : au moins la moitié des élèves a couru à une vitesse moyenne inférieure ou égale à **2,54 m/s**, et au moins la moitié à une vitesse supérieure ou égale à **2,54 m/s**.

Pour comprendre en détail

À retenir. La médiane partage la série *rangée* en deux groupes de même effectif. Pour un effectif N pair, c'est la moyenne des valeurs de rangs $\frac{N}{2}$ et $\frac{N}{2} + 1$.

Lecture des effectifs cumulés

Jusqu'à 2,5 m/s, on a 27 élèves ; jusqu'à 2,54 m/s, on atteint 40 élèves. Les rangs 28 à 40 correspondent donc à 2,54 m/s, en particulier les rangs 30 et 31.

Comparaison moyenne / médiane

Moyenne $\approx 2,57$ m/s, médiane 2,54 m/s : les deux indicateurs sont proches, la série est assez équilibrée.

Erreurs fréquentes : prendre la valeur « du milieu du tableau » (entre 2,5 et 2,54) sans tenir compte des effectifs ; donner le rang (30,5) au lieu de la valeur ; oublier l'interprétation, qui est explicitement demandée.

Exercice 3 (3,5 points)

Partie A

A.1 Donner le nombre d'issues de cette expérience aléatoire.

Corrigé

On modélise par un tableau à double entrée :

dizaines \ unités	1	2	3	4
1	11	12	13	14
2	21	22	23	24
3	31	32	33	34
4	41	42	43	44
5	51	52	53	54
6	61	62	63	64

$6 \times 4 = 24$: il y a 24 issues, toutes équiprobables (dés équilibrés).

Pour comprendre en détail

Principe multiplicatif

Le dé cubique a 6 résultats possibles ; pour **chacun**, le dé tétraédrique en a 4. D'où $6 \times 4 = 24$ issues.

Les 24 nombres obtenus sont tous différents (de 11 à 64), et chacun a la même probabilité $\frac{1}{24}$ car les dés sont équilibrés et indépendants.

Erreur classique : répondre $6 + 4 = 10$ issues, ou compter les nombres de 11 à 64 (54 nombres) alors que beaucoup sont impossibles (15, 20, 37...).

A.2.a On considère les événements suivants :

A : « Obtenir un nombre supérieur ou égal à 30 » ;

B : « Obtenir un multiple de 3 ».

Calculer la probabilité de l'évènement A. Donner la réponse sous la forme d'une fraction irréductible.

Corrigé

Les issues favorables sont les nombres dont le chiffre des dizaines est 3, 4, 5 ou 6 : $4 \times 4 = 16$ issues.

$$P(A) = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}.$$

Pour comprendre en détail

À retenir. En situation d'équiprobabilité : $P(E) = \frac{\text{nombre d'issues favorables}}{\text{nombre total d'issues}}$.

Raisonnement plus direct

Seul le dé cubique compte : A est réalisé quand il donne 3, 4, 5 ou 6, soit 4 faces sur 6 : $P(A) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \checkmark$

Simplification : $\frac{16}{24} = \frac{8 \times 2}{8 \times 3} = \frac{2}{3}$.

A.2.b Calculer la probabilité de l'évènement B . Donner la réponse sous la forme d'une fraction irréductible.

Corrigé

Multiples de **3** dans le tableau : **12, 21, 24, 33, 42, 51, 54, 63**, soit **8** issues.

$$P(B) = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}.$$

Pour comprendre en détail

Critère de divisibilité par 3 : un nombre est divisible par **3** si et seulement si la somme de ses chiffres l'est.

Recherche systématique

Pour chaque dizaine d , on cherche les unités $u \in \{1, 2, 3, 4\}$ telles que $d + u$ soit multiple de **3** :

- $d = 1 : u = 2 \rightarrow 12$
- $d = 2 : u = 1$ ou $4 \rightarrow 21, 24$
- $d = 3 : u = 3 \rightarrow 33$
- $d = 4 : u = 2 \rightarrow 42$
- $d = 5 : u = 1$ ou $4 \rightarrow 51, 54$
- $d = 6 : u = 3 \rightarrow 63$

Total : **8** issues favorables, $P(B) = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$.

Attention : **30, 36, 45, 60...** sont des multiples de **3** mais ne peuvent pas sortir (le dé tétraédrique ne porte ni **0**, ni **5**, ni **6**).

Partie B

B.1 Citer un évènement impossible lié à cette expérience aléatoire.

Corrigé

Table des produits :

dé cubique \ dé tétraédrique	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	4	6	8
3	3	6	9	12
4	4	8	12	16
5	5	10	15	20
6	6	12	18	24

Par exemple, « **obtenir 7** » est un évènement impossible (de même que « obtenir **0** », « obtenir un nombre supérieur à **24** » ou « obtenir **11** »).

Pour comprendre en détail

À retenir. Un évènement impossible est un évènement qui ne contient aucune issue : sa probabilité est **0**.

Produits possibles

Les valeurs atteintes sont : **1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 18, 20, 24**. Tout autre nombre fournit un évènement impossible : **7, 11, 13, 14, 17...**

Justification pour **7** : **7** est premier, il ne peut s'écrire que 1×7 ou 7×1 , et aucun dé ne porte le **7**.

À éviter : citer un évènement seulement « peu probable » (par exemple « obtenir **24** », qui n'a qu'une issue mais reste possible).

B.2 On considère l'évènement C : « Obtenir un nombre pair multiple de **3** ». Calculer la probabilité de l'évènement C . Donner la réponse sous la forme d'une fraction irréductible.

Corrigé

Les produits pairs et multiples de **3** sont les multiples de **6** : $2 \times 3, 3 \times 2, 3 \times 4, 4 \times 3, 6 \times 1, 6 \times 2, 6 \times 3, 6 \times 4$, soit **8** issues.

$$P(C) = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}.$$

Pour comprendre en détail

Pourquoi « pair et multiple de **3** » = « multiple de **6** » ?

2 et **3** sont premiers entre eux : un nombre divisible par **2** et par **3** est divisible par $2 \times 3 = 6$.

Comptage ligne par ligne (dé cubique)

- **1** : produits **1, 2, 3, 4** → aucun
- **2** : **2, 4, 6, 8** → **6**
- **3** : **3, 6, 9, 12** → **6, 12**
- **4** : **4, 8, 12, 16** → **12**
- **5** : **5, 10, 15, 20** → aucun
- **6** : **6, 12, 18, 24** → les quatre

$0 + 1 + 2 + 1 + 0 + 4 = 8$ issues favorables sur **24** : $P(C) = \frac{1}{3}$.

Attention : on compte les *issues* (couples de faces), pas les valeurs distinctes du produit. La valeur **6** apparaît **3** fois ($2 \times 3, 3 \times 2, 6 \times 1$) et compte **3** fois.

Exercice 4 (2 points)

- 1 Parmi les trois figures ci-dessous, quelle est celle qui est construite par le programme ci-dessus ?

Figure 1	
Figure 2	
Figure 3	

Corrigé

Le bloc Motif trace un triangle équilatéral de côté **30 pas** (3 côtés, angle extérieur **120°**) et ramène le lutin à son point et à son orientation de départ.

Ensuite le lutin avance de **30 pas**, stylo baissé : il arrive exactement à l'autre extrémité de la base du triangle qu'il vient de tracer.

Les **6** triangles sont donc accolés : **c'est la figure 2.**

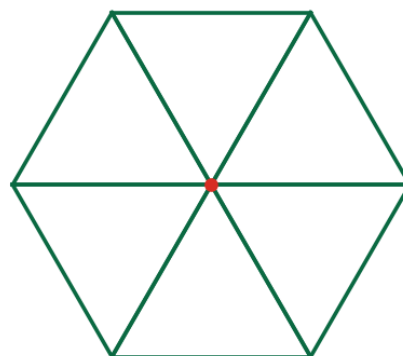
Pour comprendre en détail

Simulation pas à pas

1. Le lutin part de **(0 ; 0)**, orienté vers la droite, stylo baissé.
2. Motif : il avance de **30**, tourne de **120°** à gauche, trois fois. Il trace un triangle équilatéral « au-dessus » de sa direction et revient en **(0 ; 0)** orienté vers la droite ($3 \times 120^\circ = 360^\circ$).
3. « avancer de 30 pas » : il repasse sur la base et arrive en **(30 ; 0)**.
4. Le triangle suivant part donc de **(30 ; 0)** : il est collé au premier. Etc. six fois.



Ligne 8 : « tourner 5 de 60 degrés »



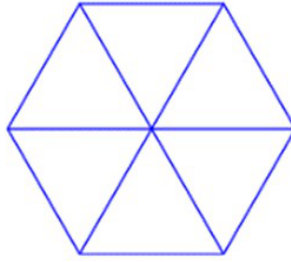
Simulation du programme (point rouge = départ)

Pourquoi pas les autres ?

- **Figure 1** : il faudrait avancer de plus de **30 pas** (espace entre les triangles), stylo baissé.
- **Figure 3** : triangles espacés sans trait entre eux, il faudrait relever le stylo pour avancer.

À retenir. Pour un polygone régulier à n côtés, la tortue tourne de $\frac{360^\circ}{n}$ à chaque sommet (angle extérieur), pas de l'angle intérieur : 120° pour un triangle équilatéral, et non 60° .

2 Quelle modification doit-on apporter à la ligne 8 du script pour obtenir la figure ci-dessous ?



Corrigé

Les **6** triangles ont tous un sommet au centre de l'hexagone : le lutin doit rester au point de départ et seulement changer d'orientation entre deux motifs.

Six rotations identiques doivent faire un tour complet : $360^\circ \div 6 = 60^\circ$.

On remplace « avancer de 30 pas » par « tourner 5 de 60 degrés » (« tourner 5 de 60 degrés » convient aussi).

Pour comprendre en détail

Interprétation géométrique

On passe d'un triangle au suivant par une **rotation** de centre le point de départ (le centre de l'hexagone) et d'angle **60°** . Chaque triangle équilatéral a un angle de **60°** au centre, et $6 \times 60^\circ = 360^\circ$: les triangles remplissent exactement le tour.

La simulation ci-dessus (à droite) confirme le résultat.

Erreurs fréquentes : tourner de **120°** (on ne trace que **3** triangles distincts, superposés deux fois) ; garder « avancer » et ajouter une rotation (les triangles ne partagent plus le centre).

Exercice 5 (3,5 points)

1 Soit un triangle NEF tel que $NE = 2,04$ m, $EF = 9,6$ dm et $NF = 180$ cm.

Affirmation 1 : Le triangle NEF est rectangle en F.

Corrigé

En cm : $NE = 204$, $EF = 96$, $NF = 180$. Le plus grand côté est [NE], opposé à F.

$NE^2 = 204^2 = 41\,616$ et $EF^2 + NF^2 = 96^2 + 180^2 = 9\,216 + 32\,400 = 41\,616$.

$NE^2 = EF^2 + NF^2$: d'après la réciproque du théorème de Pythagore, NEF est rectangle en F. **L'affirmation 1 est vraie.**

Pour comprendre en détail

1. Conversions

$2,04$ m = 204 cm ; $9,6$ dm = 96 cm ; 180 cm.

2. Réciproque de Pythagore

À retenir. Si, dans un triangle, le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres, alors le triangle est rectangle, et l'angle droit est **opposé au plus grand côté**.

Le plus grand côté [NE] est opposé au sommet F : c'est bien en F que serait l'angle droit.

Astuce de calcul

$96 = 12 \times 8$; $180 = 12 \times 15$; $204 = 12 \times 17$: on reconnaît le triplet pythagoricien $(8 ; 15 ; 17)$ car $64 + 225 = 289$.

À éviter : calculer sans convertir ($2,04^2$ vs $9,6^2 + 180^2$) ; invoquer le théorème de Pythagore « direct » au lieu de sa réciproque.

2 **Affirmation 2 :** $6x^2 - 15x = 0$ admet comme unique solution 2,5.

Corrigé

$6x^2 - 15x = 0 \Leftrightarrow 3x(2x - 5) = 0 \Leftrightarrow 3x = 0$ ou $2x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 2,5$.

L'équation a deux solutions, 0 et 2,5. **L'affirmation 2 est fausse.**

Pour comprendre en détail

Règle du produit nul : un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul.

Contre-exemple suffisant

Il suffit de montrer que 0 est aussi solution : $6 \times 0^2 - 15 \times 0 = 0$ ✓. Donc 2,5 n'est pas l'unique solution.

(2,5 est bien solution : $6 \times 6,25 - 15 \times 2,5 = 37,5 - 37,5 = 0$.)

Erreur classique : diviser les deux membres par x (« $6x = 15$ ») : c'est interdit sans savoir que $x \neq 0$, et on perd justement la solution $x = 0$.

3 Affirmation 3 : $\frac{147}{14}$ est un nombre décimal.

Corrigé

$$\frac{147}{14} = \frac{3 \times 7 \times 7}{2 \times 7} = \frac{21}{2} = 10,5.$$

$10,5 = \frac{105}{10}$ est un nombre décimal. L'affirmation 3 est vraie.

Pour comprendre en détail

À retenir. Une fraction *irréductible* représente un nombre décimal si et seulement si son dénominateur n'a pas d'autres facteurs premiers que 2 et 5.

Ici $\frac{21}{2}$ est irréductible et son dénominateur est 2 : c'est un décimal. On peut aussi écrire $\frac{21}{2} = \frac{105}{10}$.

Piège : conclure trop vite « non décimal » à cause du facteur 7 dans 14. Il faut d'abord **simplifier** : le 7 disparaît.

4 Affirmation 4 : pour tout entier relatif n , $2n^2 + 4n - 16$ est un nombre pair.

Corrigé

$$2n^2 + 4n - 16 = 2(n^2 + 2n - 8) = 2k \text{ avec } k = n^2 + 2n - 8.$$

Comme n est un entier relatif, k est un entier relatif : $2n^2 + 4n - 16$ est un multiple de 2. L'affirmation 4 est vraie.

Pour comprendre en détail

Une preuve, pas des exemples

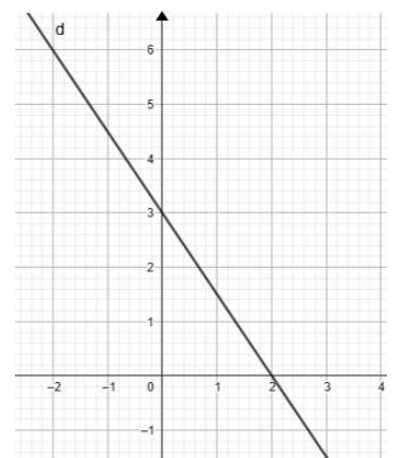
L'affirmation est « pour tout n » : tester quelques valeurs ($n = 0$ donne -16 , $n = 1$ donne -10 , $n = 3$ donne 14) ne suffit **pas** à la démontrer. Il faut un raisonnement valable pour tous les n : la factorisation par 2.

Le point clé est que $k = n^2 + 2n - 8$ est un entier (sommes et produits d'entiers).

Rappel logique : pour montrer qu'une affirmation « pour tout » est *fausse*, un seul contre-exemple suffit ; pour montrer qu'elle est *vraie*, il faut une démonstration générale.

5 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par l'expression : $f(x) = -2x + 3$.

Affirmation 5 : La représentation graphique de la fonction f est la droite d .



Corrigé

f est une fonction affine, sa représentation graphique est une droite.

$f(2) = -2 \times 2 + 3 = -1$: la représentation de f passe par le point $(2; -1)$.

Or la droite d passe par le point $(2; 0)$, pas par $(2; -1)$. **L'affirmation 5 est fausse.**

Pour comprendre en détail

Lecture graphique de d

d passe par $(0; 3)$ et $(2; 0)$. Son ordonnée à l'origine est **3** (comme f), mais son coefficient directeur est $\frac{0 - 3}{2 - 0} = -1,5$, et non -2 . La droite d représente $x \mapsto -1,5x + 3$.

Autre point de contrôle

$f(1) = 1$ alors que d passe par $(1; 1,5)$.

Piège : se contenter de vérifier l'ordonnée à l'origine ($f(0) = 3$, et d passe bien par $(0; 3)$). Un seul point commun ne suffit pas : deux droites distinctes peuvent se couper. Il faut trouver un point qui **ne** convient pas pour conclure « faux ».