Exercice 1 — Trouver tous les diviseurs ●○○

Donne la liste de tous les diviseurs de chaque nombre.

a. 18 **b.** 13 **c.** 22

d. 36

Exercice 2 — Les critères de divisibilité ●○○

Pour chaque nombre, indique s'il est divisible par 2, par 3, par 5 et par 9.

a. $3\,402$ **b.** 675 **c.** $21\,501$

d. 952 **e.** 787 **f.** 732

Exercice 3 — Reconnaître un nombre premier ●○○

a. Parmi ces nombres, lesquels sont premiers ?

1. 22 **2.** 3 **3.** 17

4. 39 **5.** 23 **6.** 37

7. 51 **8.** 47 **9.** 57

b. Donne tous les nombres premiers compris entre 40 et 60.

Exercice 4 — Vrai ou faux ? ●●○

Ces affirmations sont-elles vraies ou fausses ? Si une affirmation est fausse, donne un contre-exemple.

a. La somme de deux nombres premiers est toujours un nombre premier.

b. Le produit de deux nombres premiers est un nombre premier.

c. Tous les nombres impairs sont premiers.

d. Aucun nombre pair n'est premier.

e. 1 n'est pas un nombre premier.

Exercice 5 — Décomposer en facteurs premiers ●●○

Décompose chaque nombre en produit de facteurs premiers.

a. 28 **b.** 40 **c.** 96

d. 360

Exercice 6 — Des décompositions plus longues ●●○

Décompose chaque nombre en produit de facteurs premiers.

a. 252 **b.** 308 **c.** 780

d. $1\,470$

Exercice 7 — Rendre une fraction irréductible ●●○

Décompose le numérateur et le dénominateur en facteurs premiers, puis rends chaque fraction irréductible.

a. $\dfrac{42}{90}$ **b.** $\dfrac{140}{870}$

Exercice 8 — Utiliser une décomposition donnée ●●○

On sait que $270 = 2 \times 3^3 \times 5$ et $96 = 2^5 \times 3$.

a. Quels facteurs premiers ces deux nombres ont-ils en commun ?

b. Rends la fraction $\dfrac{270}{96}$ irréductible.

Exercice 9 — Tous les diviseurs de 150 ●●○

a. Décompose 150 en produit de facteurs premiers.

b. Déduis-en la liste de tous ses diviseurs.

Exercice 10 — Le prochain rendez-vous ●●○

Inès va à la piscine tous les 6 jours et Hugo tous les 8 jours. Ils s'y sont croisés aujourd'hui.

a. Peuvent-ils se croiser de nouveau dans 16 jours ? dans 24 jours ?

b. Dans combien de jours se croiseront-ils pour la première fois ?

Exercice 11 — Des lots identiques ●●●

Un maraîcher a récolté 84 laitues et 210 carottes. Il veut faire des lots identiques en utilisant toutes ses laitues et toutes ses carottes.

a. Peut-il faire 6 lots ? 12 lots ?

b. Décompose 84 et 210 en facteurs premiers.

c. Quel est le plus grand nombre de lots possible ? Que contient alors chaque lot ?

Exercice 12 — Un nombre impair bien choisi ●●●

Quel est le plus petit nombre entier **impair** qui a trois diviseurs premiers différents ? Explique ton raisonnement.



LA FICHE MAGIQUE QUI VA AVEC

« Divisibilité »

Critères de divisibilité, nombres premiers et décomposition expliqués pas à pas sur une fiche.

Les fiches magiques 4e : campusxyz.fr/produit/les-fiches-magiques-4e

CAMPUS XYZ

Corrigés

Exercices sur les nombres premiers en 4e

Exercice 1 — Trouver tous les diviseurs ●○○

On cherche les produits de deux entiers égaux au nombre, en testant 1, 2, 3… jusqu'à ce que les facteurs se croisent.

- $18 = 1 \times 18 = 2 \times 9 = 3 \times 6$: diviseurs de 18 : $1, 2, 3, 6, 9, 18$.
- $13 = 1 \times 13$ seulement : diviseurs de 13 : 1 **et** 13 (13 est premier).
- $22 = 1 \times 22 = 2 \times 11$: diviseurs de 22 : $1, 2, 11, 22$.
- $36 = 1 \times 36 = 2 \times 18 = 3 \times 12 = 4 \times 9 = 6 \times 6$: diviseurs de 36 : $1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36$.

Exercice 2 — Les critères de divisibilité ●○○

Par 2 : le chiffre des unités est pair. Par 5 : il est 0 ou 5. Par 3 (ou 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (ou 9).

Nombre	Somme des chiffres	par 2	par 3	par 5	par 9
$3\,402$	9	oui	oui	non	oui
675	18	non	oui	oui	oui
$21\,501$	9	non	oui	non	oui
952	16	oui	non	non	non
787	22	non	non	non	non
732	12	oui	oui	non	non

Exercice 3 — Reconnaître un nombre premier ●○○

Un nombre premier a exactement **deux diviseurs** : 1 et lui-même.

a. Les nombres premiers sont $3, 17, 23, 37$ **et** 47.
Les autres ne le sont pas : $22 = 2 \times 11$, $39 = 3 \times 13$, $51 = 3 \times 17$, $57 = 3 \times 19$.

b. On élimine les pairs, ceux qui finissent par 5 et les multiples de 3 et de 7 ($45, 49, 51, 57$) : il reste $41, 43, 47, 53$ **et** 59.

> Les sommes de chiffres trompent souvent : 51 et 57 ont l'air premiers, mais $5 + 1 = 6$ et $5 + 7 = 12$, ils sont divisibles par 3.

Exercice 4 — Vrai ou faux ? ●●○

a. **Faux** : $3 + 5 = 8$, et 8 n'est pas premier.

b. **Faux** : $2 \times 3 = 6$ a pour diviseurs 1, 2, 3 et 6.

c. **Faux** : 9 est impair mais $9 = 3 \times 3$.

d. **Faux** : 2 est pair et premier (c'est le seul).

e. **Vrai** : 1 n'a qu'un seul diviseur, lui-même.

> Un seul contre-exemple suffit pour prouver qu'une affirmation est fausse.

Exercice 5 — Décomposer en facteurs premiers ●●○

On divise par les nombres premiers dans l'ordre (2, 3, 5, 7…) tant que c'est possible, jusqu'à obtenir 1.

28	2
14	2
7	7
1	

40	2
20	2
10	2
5	5
1	

96	2
48	2
24	2
12	2
6	2
3	3
1	

360	2
180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

a. $28 = 2 \times 2 \times 7 = 2^2 \times 7$

b. $40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 2^3 \times 5$

c. $96 = 2^5 \times 3$

d. $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$

Exercice 6 — Des décompositions plus longues ●●○

On commence par les divisions faciles (2, 5, puis 3 grâce à la somme des chiffres).

- $252 = 2 \times 126 = 2 \times 2 \times 63 = 2 \times 2 \times 7 \times 9$, donc $252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$.
- $308 = 2 \times 154 = 2 \times 2 \times 77$, donc $308 = 2^2 \times 7 \times 11$.
- $780 = 10 \times 78 = 2 \times 5 \times 2 \times 39$, donc $780 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 13$.
- $1\,470 = 10 \times 147 = 2 \times 5 \times 3 \times 49$, donc $1\,470 = 2 \times 3 \times 5 \times 7^2$.

> On vérifie que chaque facteur final est bien premier (7, 11, 13…) et on recalcule le produit.

Exercice 7 — Rendre une fraction irréductible ●●○

- $42 = 2 \times 3 \times 7$ et $90 = 2 \times 3^2 \times 5$. $\dfrac{42}{90} = \dfrac{2 \times 3 \times 7}{2 \times 3 \times 3 \times 5} = \boldsymbol{\dfrac{7}{15}}$.
- $140 = 2^2 \times 5 \times 7$ et $870 = 2 \times 3 \times 5 \times 29$. $\dfrac{140}{870} = \dfrac{2 \times 2 \times 5 \times 7}{2 \times 3 \times 5 \times 29} = \boldsymbol{\dfrac{14}{87}}$.

> On supprime **tous** les facteurs communs en une seule fois : la fraction obtenue est irréductible.

Exercice 8 — Utiliser une décomposition donnée ●●○

a. Ils ont en commun un facteur 2 et un facteur 3, donc le produit $2 \times 3 = 6$.

b. $\dfrac{270}{96} = \dfrac{2 \times 3 \times 3^2 \times 5}{2 \times 3 \times 2^4} = \dfrac{9 \times 5}{16} = \boldsymbol{\dfrac{45}{16}}$.

$45 = 3^2 \times 5$ et $16 = 2^4$ n'ont plus de facteur commun : la fraction est irréductible.

Exercice 9 — Tous les diviseurs de 150 ●●○

a. $150 = 2 \times 75 = 2 \times 3 \times 25$, donc $150 = 2 \times 3 \times 5^2$.

b. Un diviseur de 150 est un produit de certains de ces facteurs. On les range par paires dont le produit vaut 150 :

1×150 ; 2×75 ; 3×50 ; 5×30 ; 6×25 ; 10×15.

150 a 12 **diviseurs** : $1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 25, 30, 50, 75, 150$.

Exercice 10 — Le prochain rendez-vous ●●○

a. Inès y va les jours multiples de 6, Hugo les jours multiples de 8.

16 n'est pas un multiple de 6 : **non**. $24 = 6 \times 4 = 8 \times 3$: **oui**.

b. On cherche le plus petit multiple commun à 6 et 8. Multiples de 8 : $8, 16, 24$... et 24 est le premier qui est aussi multiple de 6.

Ils se croiseront dans 24 **jours**.

Exercice 11 Des lots identiques ●●●

a. Le nombre de lots doit diviser 84 **et** 210.
$84 = 6 \times 14$ et $210 = 6 \times 35$: **oui pour 6 lots**. $84 = 12 \times 7$ mais $210 \div 12 = 17{,}5$: **non pour 12 lots**.

b. $84 = 2^2 \times 3 \times 7$ et $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$.

c. Le plus grand diviseur commun s'obtient avec tous les facteurs communs : $2 \times 3 \times 7 = 42$.
Il peut faire 42 **lots**, chacun avec $84 \div 42 = 2$ laitues et $210 \div 42 = 5$ carottes.



La méthode pas à pas est dans la fiche magique **« Divisibilité »** (Les fiches magiques 4e, page 6).

Exercice 12 Un nombre impair bien choisi ●●●

Le nombre est impair, donc il n'est pas divisible par 2 : ses diviseurs premiers sont parmi $3, 5, 7, 11\ldots$

Pour obtenir le plus petit nombre possible, on prend les trois plus petits nombres premiers impairs, chacun une seule fois :

$3 \times 5 \times 7 = 105$.

Tout autre nombre impair ayant trois diviseurs premiers différents est un multiple de trois nombres premiers impairs au moins aussi grands, donc il est supérieur ou égal à 105.



La méthode pas à pas est dans la fiche magique **« Divisibilité »** (Les fiches magiques 4e, page 6).

LES FICHES MAGIQUES 4E

Révise toute la 4e avec les fiches magiques



- **30 fiches claires et illustrées** : tout le programme de 4e, une notion par page.
- **Des vidéos méthode** accessibles par QR code sur les fiches.
- **Des exercices corrigés** après chaque fiche pour vérifier qu'on a compris.

campusxyz.fr/produit/les-fiches-magiques-4e