Exercice 1 Dériver des polynômes ●○○

Calcule la dérivée de chaque fonction, définie sur $\mathbb{R}$.

a. $f(x) = 4x^3 - 5x^2 + x - 1$

b. $g(x) = \dfrac{x^5}{5} - 2x + 7$

c. $h(x) = -3x^2 + 6$

d. $k(x) = (x^2 - 1) \times 3$

Exercice 2 Inverse et racine carrée ●○○

Calcule la dérivée de chaque fonction sur l'intervalle indiqué.

a. $f(x) = \dfrac{3}{x}$ sur $]0\,;+\infty[$

b. $g(x) = 5\sqrt{x} - x^2$ sur $]0\,;+\infty[$

c. $h(x) = x^3 + \dfrac{1}{x}$ sur $]0\,;+\infty[$

Exercice 3 Dérivée d'un produit ●●○

Calcule la dérivée avec la formule $(uv)' = u'v + uv'$.

a. $f(x) = (3x - 2)(2 - x)$ sur $\mathbb{R}$

b. $g(x) = (x^2 + 1)\sqrt{x}$ sur $]0\,;+\infty[$

Exercice 4 — Dérivée d'un quotient ●●○

Calcule la dérivée avec la formule $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$.

a. $f(x) = \dfrac{2x+1}{x-3}$ sur $]3\,;+\infty[$

b. $g(x) = \dfrac{1}{x^2+1}$ sur $\mathbb{R}$

Exercice 5 — Dérivée de g(ax + b) ●●○

Calcule la dérivée avec la formule $\big(g(ax+b)\big)' = a\,g'(ax+b)$.

a. $f(x) = (2x-1)^3$ **b.** $g(x) = \sqrt{3x+1}$ **c.** $h(x) = \dfrac{1}{5-x}$

Exercice 6 — Trouver l'erreur ●●○

Un élève a écrit les calculs suivants. Explique son erreur et corrige-la.

a. $\big(x^2(3x+1)\big)' = 2x \times 3 = 6x$

b. $\left(\dfrac{1}{x^2}\right)' = \dfrac{1}{2x}$

Exercice 7 **Tangentes à une cubique** ●○○

On considère $f(x) = x^3 - 3x + 1$. Détermine l'équation réduite de la tangente à sa courbe aux points d'abscisses 0 et 2.

Exercice 8 **Tangente à une fonction quotient** ●●○

On considère $f(x) = \dfrac{x-1}{x+1}$ sur $]-1\,;+\infty[$. Détermine l'équation de la tangente à sa courbe au point d'abscisse 0.

Exercice 9 **Retrouver les coefficients** ●●○

On considère $f(x) = ax^2 + 2x + b$, où a et b sont deux réels. Détermine a et b pour que la courbe de f passe par $A(1\,;3)$ et y admette une tangente horizontale.

Exercice 10 Le coût marginal ●●○

Le coût de fabrication de q objets est $C(q) = \frac{q^3}{3} - 4q^2 + 20q + 50$ euros. En économie, on appelle coût marginal la dérivée $C'(q)$.

a. Calcule $C'(q)$.

b. Calcule $C'(5)$ et compare avec $C(6) - C(5)$.

Exercice 11 Tangentes parallèles à une droite ●●○

On considère $f(x) = x^3 - 2x$. En quels points la courbe de f admet-elle une tangente parallèle à la droite d'équation $y = x$?

Exercice 12 Tangentes horizontales ●●○

On considère $f(x) = x + \frac{1}{x}$ sur $]-\infty\,;0[\cup]0\,;+\infty[$.

a. Montre que $f'(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2}$.

b. En quels points la courbe a-t-elle une tangente horizontale ?

Exercice 13 — Dérivable en 0 ? ●●●

On considère $f(x) = x\sqrt{x}$ sur $[0\,;+\infty[$.

a. Avec la définition, montre que f est dérivable en 0 et donne $f'(0)$.

b. Pour $x > 0$, calcule $f'(x)$ et montre que $f'(x) = \dfrac{3}{2}\sqrt{x}$.

Exercice 14 ÉPREUVE ANTICIPÉE 2026 Dériver un produit avec exponentielle ●●●

Épreuve anticipée de maths 2026, Polynésie, exercice 2

Partie A

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \left(\frac{1}{2}x + 1\right)\mathrm{e}^{-x}$.

On note $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

On admet que la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on désigne par f' sa fonction dérivée.

1. Démontrer que, pour tout réel x, $f'(x) = \left(-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\right)\mathrm{e}^{-x}$.
2. Étudier les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
3. L'affirmation « Pour tout réel x, $f(x) \leqslant 2$ » est-elle vraie ou fausse ? Justifier.
4. Déterminer l'équation réduite de la tangente à $(\mathcal{C}_f)$ au point d'abscisse 0.

Aide aux calculs

$\mathrm{e}^{1} \approx 2{,}7$	$\mathrm{e}^{-1} \approx 0{,}4$	$\mathrm{e}^{2} \approx 7{,}4$

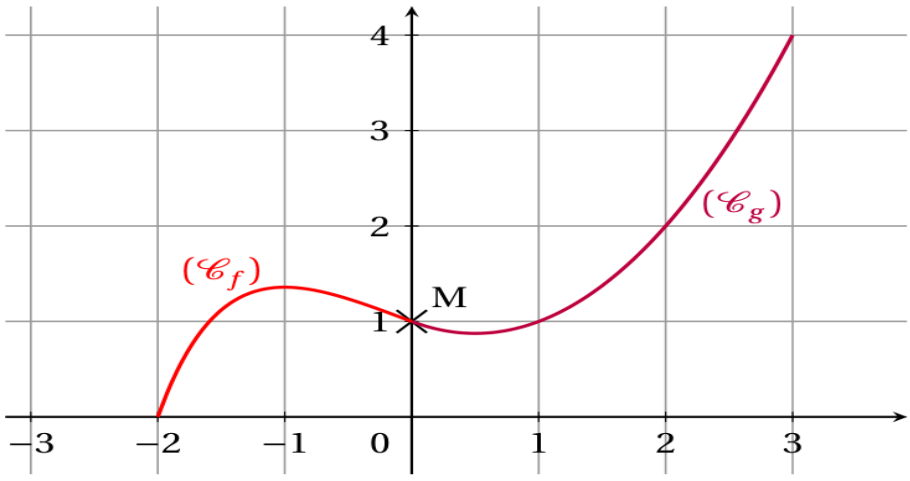
Partie B

Soit g la fonction polynôme du second degré définie par $g(x) = 0{,}5x^2 + bx + c$

où b et c sont deux réels.

On crée la courbe représentée ci-dessous, constituée des deux éléments suivants :

- Une partie de la courbe $(\mathcal{C}_f)$ représentative de la fonction f définie dans la **partie A** sur l'intervalle $[-2; 0]$.
- Une partie de la courbe $(\mathcal{C}_g)$ représentative de la fonction g sur l'intervalle $[0; 3]$.



Le but de cette partie est de déterminer les valeurs des réels b et c.

1. Le point M $(0;1)$ appartient aux deux courbes $(\mathcal{C}_f)$ et $(\mathcal{C}_g)$.

   Démontrer que $c = 1$.

2. Au point M $(0;1)$ les courbes $(\mathcal{C}_f)$ et $(\mathcal{C}_g)$ admettent la même tangente.

   Déterminer la valeur de b.

Exercice 15 TYPE CONTRÔLE **Une fonction rationnelle** ●●●

On considère la fonction f définie sur $]1\,;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{x^2+3}{x-1}$, et sa courbe $\mathcal{C}$.

1. Montre que $f'(x)=\dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$.
2. Factorise x^2-2x-3.
3. Détermine l'équation de la tangente T à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 2.
4. En quel point $\mathcal{C}$ admet-elle une tangente horizontale ?
5. Vérifie que, pour tout $x>1$, $f(x)=x+1+\dfrac{4}{x-1}$, puis retrouve $f'(x)$ avec cette écriture.

Exercice 16 TYPE CONTRÔLE Le coût moyen ●●●

Une entreprise fabrique q objets, avec $q \in [1\,;50]$. Le coût total est $C(q) = q^2 + 100$ euros, et le coût moyen par objet est $M(q) = \dfrac{C(q)}{q}$.

1. Montre que $M(q) = q + \dfrac{100}{q}$ et calcule $M(5)$ et $M(20)$.

2. Calcule $M'(q)$ et montre que $M'(q) = \dfrac{(q-10)(q+10)}{q^2}$.

3. Étudie le signe de $M'(q)$ sur $[1\,;50]$.

4. Pour quelle production le coût moyen est-il le plus bas ? Quel est ce coût moyen minimal ?



LA FICHE MAGIQUE QUI VA AVEC

« Fonctions dérivées »

Le tableau des dérivées usuelles et les formules de dérivation, sur une seule fiche.

Les fiches magiques 1re spé maths : campusxyz.fr/produit/les-fiches-magiques-1re

CAMPUS XYZ

Corrigés

Exercices sur les fonctions dérivées en première spé maths

Exercices sur les fonctions dérivées en première spé maths : corrigés

CAMPUS XYZ

Exercice 1 Dériver des polynômes ●○○

$(x^n)' = nx^{n-1}$, la dérivée d'une constante est nulle, et on dérive terme à terme.

- $f'(x) = 12x^2 - 10x + 1$
- $g'(x) = x^4 - 2$
- $h'(x) = -6x$
- $k(x) = 3x^2 - 3, k'(x) = 6x$

Exercice 2 Inverse et racine carrée ●○○

$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$ et $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

- $f'(x) = -\frac{3}{x^2}$
- $g'(x) = \frac{5}{2\sqrt{x}} - 2x$
- $h'(x) = 3x^2 - \frac{1}{x^2}$

Exercice 3 Dérivée d'un produit ●●○

- $u = 3x - 2, u' = 3$; $v = 2 - x, v' = -1$:
  $f'(x) = 3(2 - x) + (3x - 2) \times (-1) = 6 - 3x - 3x + 2 = \mathbf{8 - 6x}$. (En développant d'abord, $f(x) = -3x^2 + 8x - 4$ donne bien $f'(x) = -6x + 8$.)
- $u = x^2 + 1, u' = 2x$; $v = \sqrt{x}, v' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$: $g'(x) = 2x\sqrt{x} + \frac{x^2 + 1}{2\sqrt{x}}$.

Exercice 4 — Dérivée d'un quotient ●●○

- $u = 2x+1, u' = 2$; $v = x-3, v' = 1$: $f'(x) = \dfrac{2(x-3)-(2x+1)}{(x-3)^2} = \boxed{\dfrac{-7}{(x-3)^2}}$.
- $\left(\dfrac{1}{v}\right)' = -\dfrac{v'}{v^2}$ avec $v = x^2+1$: $g'(x) = \dfrac{-2x}{(x^2+1)^2}$.

Exercice 5 — Dérivée de g(ax + b) ●●○

- $g(X) = X^3, a = 2$: $f'(x) = 2 \times 3(2x-1)^2 = 6(2x-1)^2$.
- $\sqrt{X}$ avec $a = 3$, sur $\left]-\dfrac{1}{3}\,;+\infty\right[$: $g'(x) = 3 \times \dfrac{1}{2\sqrt{3x+1}} = \dfrac{3}{2\sqrt{3x+1}}$.
- $\dfrac{1}{X}$ avec $a = -1$, sur $]-\infty\,;5[$: $h'(x) = -1 \times \left(-\dfrac{1}{(5-x)^2}\right) = \boxed{\dfrac{1}{(5-x)^2}}$.

Exercice 6 — Trouver l'erreur ●●○

a. La dérivée d'un produit n'est pas le produit des dérivées. $(uv)' = u'v + uv'$:
$2x(3x+1) + x^2 \times 3 = \boxed{9x^2 + 2x}$.

b. On ne dérive pas le dénominateur seul. $\dfrac{1}{x^2} = x^{-2}$, ou $\left(\dfrac{1}{v}\right)' = -\dfrac{v'}{v^2} : -\dfrac{2x}{x^4} = -\dfrac{2}{x^3}$.

Exercice 7 — Tangentes à une cubique ●○○

$f'(x) = 3x^2 - 3$, et la tangente en a est $y = f'(a)(x-a) + f(a)$.

- $f(0) = 1, f'(0) = -3$: $y = -3x + 1$.
- $f(2) = 8 - 6 + 1 = 3, f'(2) = 9$: $y = 9(x-2) + 3$, soit $y = 9x - 15$.

Exercice 8 — Tangente à une fonction quotient ●●○

$$f'(x) = \frac{1 \times (x+1) - (x-1) \times 1}{(x+1)^2} = \frac{2}{(x+1)^2}.$$

$f(0) = -1$ et $f'(0) = 2$: $y = 2x - 1$.

Exercice 9 — Retrouver les coefficients ●●○

$f'(x) = 2ax + 2$. Tangente horizontale en 1 : $f'(1) = 0 \iff 2a + 2 = 0 \iff a = -1$.

Le point A : $f(1) = 3 \iff -1 + 2 + b = 3 \iff b = 2$. $a = -1$ **et** $b = 2$, soit $f(x) = -x^2 + 2x + 2$.

Exercice 10 — Le coût marginal ●●○

a. $C'(q) = q^2 - 8q + 20$.

b. $C'(5) = 25 - 40 + 20 = 5$. $C(5) = \dfrac{125}{3} - 100 + 100 + 50 \approx 91{,}67$ et $C(6) = 72 - 144 + 120 + 50 = 98$: $C(6) - C(5) \approx 6{,}33$. **Le coût marginal donne une bonne idée du coût d'un objet supplémentaire.**

Exercice 11 — Tangentes parallèles à une droite ●●○

On cherche les a tels que $f'(a) = 1$, le coefficient directeur de la droite :

$3a^2 - 2 = 1 \iff a^2 = 1 \iff a = 1$ ou $a = -1$

$f(1) = -1$ et $f(-1) = 1$: **aux points** $(1\,;-1)$ **et** $(-1\,;1)$.

Exercice 12 — Tangentes horizontales ●●○

a. $f'(x) = 1 - \dfrac{1}{x^2} = \dfrac{x^2 - 1}{x^2}$.

b. $f'(x) = 0 \iff x^2 = 1 \iff x = \pm 1$. $f(1) = 2$ et $f(-1) = -2$: **aux points** $(1\,;2)$ **et** $(-1\,;-2)$.

Exercice 13 — Dérivable en 0 ? ●●●

a. Pour $h > 0$: $\dfrac{f(h) - f(0)}{h} = \dfrac{h\sqrt{h}}{h} = \sqrt{h}$, qui tend vers 0. f **est dérivable en** 0 **et** $f'(0) = 0$.

b. Produit : $f'(x) = 1 \times \sqrt{x} + x \times \dfrac{1}{2\sqrt{x}} = \sqrt{x} + \dfrac{\sqrt{x}}{2} = \mathbf{\dfrac{3}{2}\sqrt{x}}$ (car $\dfrac{x}{\sqrt{x}} = \sqrt{x}$).

> La racine carrée seule n'est pas dérivable en 0, mais $x\sqrt{x}$ l'est : le facteur x « écrase » le problème.

Exercice 14 ÉPREUVE ANTICIPÉE 2026 **Dériver un produit avec exponentielle** ●●●

Question A.1

La fonction f est de la forme $u \times v$, avec $u(x) = \dfrac{1}{2}x + 1$ et $v(x) = \mathrm{e}^{-x}$. On utilise $(uv)' = u'v + uv'$.

$u'(x) = \dfrac{1}{2}$ et $v'(x) = -\mathrm{e}^{-x}$.

$$f'(x) = \frac{1}{2}\mathrm{e}^{-x} + \left(\frac{1}{2}x + 1\right) \times (-\mathrm{e}^{-x}) = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}x - 1\right)\mathrm{e}^{-x} = \left(-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\right)\mathrm{e}^{-x}.$$

Piège : la dérivée de e^{-x} est $-\mathrm{e}^{-x}$ (dérivée de la fonction composée), et non e^{-x}.

Question A.2

Pour tout réel x, $\mathrm{e}^{-x} > 0$: le signe de $f'(x)$ est celui de $-\dfrac{1}{2}x - \dfrac{1}{2}$.

$$-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2} \geqslant 0 \iff -\frac{1}{2}x \geqslant \frac{1}{2} \iff x \leqslant -1.$$

Donc $f'(x) > 0$ pour $x < -1$, $f'(-1) = 0$ et $f'(x) < 0$ pour $x > -1$.

Valeur en -1 : $f(-1) = \left(-\dfrac{1}{2} + 1\right)\mathrm{e}^{1} = \dfrac{\mathrm{e}}{2} \approx \dfrac{2{,}7}{2} = 1{,}35$ (avec l'aide aux calculs).

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
signe de $f'(x)$		$+$	0	$-$	
variations de f		↗	$\dfrac{\mathrm{e}}{2}$	↘	

La fonction f est croissante sur $]-\infty\,;-1]$ et décroissante sur $[-1\,;+\infty[$. Elle admet un maximum égal à $\dfrac{\mathrm{e}}{2}$ en $x = -1$.

Question A.3

D'après la question précédente, le maximum de f sur $\mathbb{R}$ est $\dfrac{\mathrm{e}}{2} \approx 1{,}35$.

Comme $\mathrm{e} < 4$, on a $\dfrac{\mathrm{e}}{2} < 2$, donc $f(x) \leqslant \dfrac{\mathrm{e}}{2} < 2$ pour tout réel x.

L'affirmation est vraie.

Question A.4

L'équation réduite de la tangente au point d'abscisse 0 est $y = f'(0)(x - 0) + f(0)$.

$f(0) = (0 + 1)\,\mathrm{e}^0 = 1$ et $f'(0) = \left(0 - \dfrac{1}{2}\right)\mathrm{e}^0 = -\dfrac{1}{2}$.

La tangente a pour équation $y = -\dfrac{1}{2}x + 1$.

Question B.1

Le point M$(0\,;1)$ appartient à $(\mathcal{C}_g)$, donc $g(0) = 1$.

Or $g(0) = 0{,}5 \times 0^2 + b \times 0 + c = c$.

Donc $c = 1$.

Question B.2

La dérivée de g est $g'(x) = 0{,}5 \times 2x + b = x + b$, donc le nombre dérivé en 0 est $g'(0) = b$.

Les deux courbes ont la même tangente en M : elles ont le même nombre dérivé en 0, c'est-à-dire $g'(0) = f'(0) = -\dfrac{1}{2}$ (calculé en A.4).

Donc $b = -\dfrac{1}{2} = -0{,}5$.

Ainsi $g(x) = 0{,}5x^2 - 0{,}5x + 1$.

Contrôle sur la figure : $g(2) = 2 - 1 + 1 = 2$ et $g(3) = 4{,}5 - 1{,}5 + 1 = 4$, ce qui correspond aux points $(2\,;2)$ et $(3\,;4)$ de $(\mathcal{C}_g)$.

Le sujet complet de l'épreuve anticipée 2026 (Polynésie) corrigé →

Exercice 15 TYPE CONTRÔLE Une fonction rationnelle ●●●

1. $u = x^2 + 3, u' = 2x, v = x - 1, v' = 1$:

$$f'(x) = \frac{2x(x-1) - (x^2+3)}{(x-1)^2}$$
$$= \frac{2x^2 - 2x - x^2 - 3}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}$$

2. Racines -1 et 3 ($\Delta = 16$) : $x^2 - 2x - 3 = (x+1)(x-3)$.

3. $f(2) = 7, f'(2) = \frac{3 \times (-1)}{1} = -3$: $y = -3(x-2) + 7$, soit $y = -3x + 13$.

4. $f'(x) = 0 \iff x = 3$ (car $-1 \notin]1\,;+\infty[$). $f(3) = \frac{12}{2} = 6$: **au point** $(3\,;6)$.

5. $x + 1 + \frac{4}{x-1} = \frac{(x+1)(x-1)+4}{x-1} = \frac{x^2+3}{x-1}$. Alors

$$f'(x) = 1 - \frac{4}{(x-1)^2} = \frac{(x-1)^2 - 4}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}$$: même résultat.



La méthode pas à pas est dans la fiche magique **« Fonctions dérivées »** (Les fiches magiques 1re spé maths, page 40).

Exercice 16 TYPE CONTRÔLE Le coût moyen ●●●

1. $M(q) = \frac{q^2}{q} + \frac{100}{q} = q + \frac{100}{q}$. $M(5) = 25$ **€ et** $M(20) = 25$ **€**.

2. $M'(q) = 1 - \frac{100}{q^2} = \frac{q^2 - 100}{q^2} = \frac{(q-10)(q+10)}{q^2}$.

3. $q^2 > 0$ et $q + 10 > 0$: $M'(q)$ a le signe de $q - 10$. $M'(q) < 0$ **sur** $[1\,;10[$, $M'(10) = 0$, $M'(q) > 0$ **sur** $]10\,;50]$.

4. M décroît puis croît : **coût moyen minimal pour** 10 **objets,** $M(10) = 10 + 10 = 20$ **€**.



La méthode pas à pas est dans la fiche magique **« Fonctions dérivées »** (Les fiches magiques 1re spé maths, page 40).

LES FICHES MAGIQUES 1RE SPÉ MATHS

Révise toute la première spé maths avec les fiches magiques



- **40 fiches claires et illustrées** : tout le programme de spécialité maths de première, une notion par page.
- **Des vidéos méthode** accessibles par QR code sur les fiches.
- **Des exercices corrigés** après chaque fiche pour vérifier que tout est acquis.

campusxyz.fr/produit/les-fiches-magiques-1re