Exercices sur la fonction exponentielle en première spé maths

CAMPUS XYZ

Exercice 1 — Écrire sous la forme d'une seule exponentielle ●○○

Écris chaque nombre sous la forme e^k.

a. $\mathrm{e}^3 \times \mathrm{e}^{-1}$

b. $\left(\mathrm{e}^2\right)^3$

c. $\dfrac{\mathrm{e}^5}{\mathrm{e}^2}$

d. $\dfrac{1}{\mathrm{e}^{-4}}$

e. $\mathrm{e} \times \left(\mathrm{e}^3\right)^{-2}$

f. $\dfrac{\mathrm{e}^2 \times \mathrm{e}^4}{\mathrm{e}^7}$

Exercice 2 — Simplifier des expressions ●○○

Simplifie, pour tout réel x.

$A = \left(\mathrm{e}^x\right)^2 \times \mathrm{e}^{-x}$

$B = \dfrac{\mathrm{e}^{2x+1}}{\mathrm{e}^{x-1}}$

$C = \left(\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x}\right)^2$

Exercice 3 — Équations avec l'exponentielle ●○○

Résous dans $\mathbb{R}$.

a. $\mathrm{e}^{2x-1} = \mathrm{e}^{x+3}$

b. $\mathrm{e}^{x^2} = \mathrm{e}^{4x-3}$

c. $\mathrm{e}^x = -2$

d. $\mathrm{e}^{3x} = 1$

Exercice 4 Inéquations avec l'exponentielle ●●○

Résous dans $\mathbb{R}$.

a. $\mathrm{e}^{2x} > \mathrm{e}^{1-x}$

b. $\mathrm{e}^{x^2} \leqslant \mathrm{e}$

c. $\mathrm{e}^{-x} \geqslant 1$

Exercice 5 Dériver avec l'exponentielle ●○○

Calcule la dérivée de chaque fonction, définie sur $\mathbb{R}$.

a. $f(x) = 3\mathrm{e}^x - x^2$

b. $g(x) = \mathrm{e}^{2x}$

c. $h(x) = \mathrm{e}^{-0{,}5x+1}$

d. $k(x) = x\,\mathrm{e}^x$

Exercice 6 — Variations d'un produit avec exponentielle ●●○

On considère $f(x) = (x-2)\mathrm{e}^x$ sur $\mathbb{R}$.

a. Montre que $f'(x) = (x-1)\mathrm{e}^x$.

b. Dresse le tableau de variations de f et donne son minimum.

Exercice 7 — Signe d'expressions avec l'exponentielle ●●○

Étudie le signe de chaque expression selon x.

a. $A(x) = (2x-4)\mathrm{e}^x$

b. $B(x) = \mathrm{e}^{2x} - \mathrm{e}^x$

c. $C(x) = -3\mathrm{e}^{1-x}$

Exercice 8 Une suite d'exponentielles ●●○

On considère la suite définie pour tout entier naturel n par $u_n = \mathrm{e}^{-0,5n}$.

a. Montre que (u_n) est géométrique et précise sa raison.

b. Déduis-en son sens de variation.

Exercice 9 La tangente en 0 et une inégalité célèbre ●●●

a. Détermine l'équation de la tangente à la courbe de la fonction exponentielle au point d'abscisse 0.

b. On pose $g(x) = \mathrm{e}^x - x - 1$. Étudie les variations de g sur $\mathbb{R}$.

c. Déduis-en que, pour tout réel x, $\mathrm{e}^x \geqslant x + 1$. Interprète graphiquement.

Exercice 10 — Le café qui refroidit ●●○

La température d'un café, en °C, au bout de t minutes est $T(t) = 20 + 60\,\mathrm{e}^{-0{,}1t}$, pour $t \geqslant 0$.

a. Quelle est la température initiale ?

b. Calcule $T'(t)$ et déduis-en le sens de variation de T.

c. Sachant que $\mathrm{e}^{-1} \approx 0{,}37$, donne une valeur approchée de la température au bout de 10 minutes.

Exercice 11 — Un changement d'inconnue ●●●

On veut résoudre $\mathrm{e}^{2x} - (\mathrm{e}+1)\,\mathrm{e}^{x} + \mathrm{e} = 0$.

a. On pose $X = \mathrm{e}^{x}$. Montre que $X^2 - (\mathrm{e}+1)X + \mathrm{e} = 0$.

b. Vérifie que 1 est solution de cette équation, puis trouve l'autre avec le produit des racines.

c. Conclus.

Exercice 12 — Minimum d'un quotient ●●○

On considère $f(x) = \dfrac{\mathrm{e}^x}{x}$ sur $]0\,;+\infty[$. Montre que $f'(x) = \dfrac{(x-1)\mathrm{e}^x}{x^2}$, puis donne le minimum de f.

Exercice 13 — Un seuil en Python ●●○

On considère le programme suivant.

```
from math import exp
n = 0
while exp(n) <= 1000:
    n = n + 1
print(n)
```

a. Que représente le nombre affiché ?

b. Sachant que $\mathrm{e}^6 \approx 403$ et $\mathrm{e}^7 \approx 1\,097$, quel nombre est affiché ?

Exercice 14 ÉPREUVE ANTICIPÉE 2026 L'altitude de la montgolfière ●●○

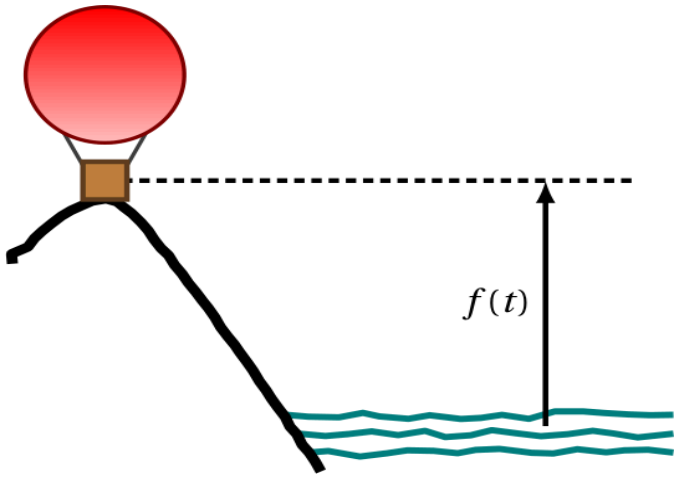
Épreuve anticipée de maths 2026, Métropole (septembre), exercice 3

Une montgolfière décolle d'un village de montagne.

L'évolution de l'altitude de cette montgolfière en fonction du temps peut être modélisée par la fonction f définie sur l'intervalle $[0;5]$ par

$$f(t) = \frac{4t+1}{\mathrm{e}^t},$$

où $f(t)$ désigne l'altitude, en kilomètres, par rapport au niveau de la mer, et t désigne le temps, en heures, écoulé depuis le décollage.



1. Déterminer l'altitude de la montgolfière au moment du décollage.
2. On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0;5]$ et on note f' sa fonction dérivée.
   Montrer que, pour tout réel t de l'intervalle $[0;5]$, on a
   $$f'(t) = \frac{3-4t}{\mathrm{e}^t}.$$
3. Étudier le signe de $f'(t)$ sur l'intervalle $[0;5]$.

   En déduire que la fonction f admet un maximum pour $t = \frac{3}{4}$.
4. On sait que la montgolfière a décollé à 10 h 50.
   À quelle heure commence-t-elle à perdre de l'altitude ?

Exercice 15 ÉPREUVE ANTICIPÉE 2026 La concentration d'un médicament ●●○

Épreuve anticipée de maths 2026, Polynésie (septembre), exercice 2

On injecte à un patient un médicament. Après l'injection, on mesure la concentration de ce médicament dans le sang, en grammes par litre (g/L), pendant 13 heures.

Cette concentration est modélisée par la fonction f définie sur l'intervalle $[0;13]$ par :

$f(t) = \left(t^2 + t + 1\right) \mathrm{e}^{-t}$ où t représente le nombre d'heures écoulées depuis l'injection.

1. Déterminer $f(0)$ et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
2.
   a. Justifier que pour tout réel t dans $[0;13]$, on a : $f'(t) = t(-t+1)\mathrm{e}^{-t}$.
   b. Étudier le signe de $t(-t+1)$ sur $[0;13]$.
   c. En déduire le tableau de variations de f sur $[0;13]$.
   Il n'est pas demandé de calculer les images.
3. On estime que le médicament n'est plus actif lorsque sa concentration est strictement inférieure à 0,1 g/L. Il convient alors de faire une nouvelle injection du médicament. En utilisant le tableau de valeurs approchées ci-dessous, déterminer le nombre d'heures maximal t_0 (t_0 est un entier naturel) pendant lequel le médicament reste actif.

t	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$f(t)$	0,647	0,385	0,209	0,107	0,052	0,025	0,011	0,005	0,002	0,001	0

Exercice 16 TYPE CONTRÔLE **Le taux d'une substance dans le sang** ●●●

Le taux d'une substance dans le sang, en mg/L, t heures après une prise, est $f(t) = (2t+1)\,\mathrm{e}^{-t}$ pour $t \in [0\,;5]$.

1. Calcule $f(0)$.
2. Montre que $f'(t) = (1-2t)\,\mathrm{e}^{-t}$.
3. Dresse le tableau de variations de f sur $[0\,;5]$. On donne $\mathrm{e}^{-0{,}5} \approx 0{,}61$ et $\mathrm{e}^{-5} \approx 0{,}0067$.
4. Au bout de combien de temps le taux est-il maximal ? Quelle est sa valeur ?
5. Détermine l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0 et interprète son coefficient directeur.



LA FICHE MAGIQUE QUI VA AVEC

« Exponentielle »

Les propriétés algébriques de l'exponentielle et les erreurs classiques, sur une fiche.

Les fiches magiques 1re spé maths : campusxyz.fr/produit/les-fiches-magiques-1re

CAMPUS XYZ

Corrigés

Exercices sur la fonction exponentielle en première spé maths

Exercices sur la fonction exponentielle en première spé maths : corrigés

CAMPUS XYZ

Exercice 1 — Écrire sous la forme d'une seule exponentielle ●○○

Mêmes règles que les puissances : $\mathrm{e}^a\mathrm{e}^b = \mathrm{e}^{a+b}$, $\dfrac{\mathrm{e}^a}{\mathrm{e}^b} = \mathrm{e}^{a-b}$, $(\mathrm{e}^a)^n = \mathrm{e}^{na}$.

a. e^2 **b.** e^6 **c.** e^3

d. e^4 **e.** $\mathrm{e}^{1-6} = \mathrm{e}^{-5}$ **f.** $\mathrm{e}^{6-7} = \mathrm{e}^{-1}$

Exercice 2 — Simplifier des expressions ●○○

- $A = \mathrm{e}^{2x} \times \mathrm{e}^{-x} = \mathrm{e}^{\boldsymbol{x}}$.
- $B = \mathrm{e}^{2x+1-(x-1)} = \mathrm{e}^{\boldsymbol{x+2}}$.
- Identité remarquable, avec $\mathrm{e}^x \times \mathrm{e}^{-x} = \mathrm{e}^0 = 1$: $C = \mathrm{e}^{\boldsymbol{2x}} + \boldsymbol{2} + \mathrm{e}^{\boldsymbol{-2x}}$.

Exercice 3 — Équations avec l'exponentielle ●○○

$\mathrm{e}^a = \mathrm{e}^b \iff a = b$, et une exponentielle est toujours strictement positive.

- $2x - 1 = x + 3 \iff x = 4$. $S = \{4\}$.
- $x^2 = 4x - 3 \iff x^2 - 4x + 3 = 0$, racines 1 et 3. $S = \{1\,;3\}$.
- $\mathrm{e}^x > 0$ ne peut pas valoir -2. $S = \varnothing$.
- $\mathrm{e}^{3x} = \mathrm{e}^0 \iff 3x = 0$. $S = \{0\}$.

Exercice 4 — Inéquations avec l'exponentielle ●●○

La fonction exponentielle est strictement croissante : $\mathrm{e}^a < \mathrm{e}^b \iff a < b$.

- $2x > 1 - x \iff x > \dfrac{1}{3}$. $S = \left]\dfrac{1}{3}\,;+\infty\right[$.
- $x^2 \leqslant 1 \iff -1 \leqslant x \leqslant 1$. $S = [-1\,;1]$.
- $\mathrm{e}^{-x} \geqslant \mathrm{e}^0 \iff -x \geqslant 0 \iff x \leqslant 0$. $S =]-\infty\,;0]$.

Exercice 5 — Dériver avec l'exponentielle ●○○

$(\mathrm{e}^x)' = \mathrm{e}^x$ et $\left(\mathrm{e}^{ax+b}\right)' = a\,\mathrm{e}^{ax+b}$.

- $f'(x) = 3\mathrm{e}^x - 2x$
- $g'(x) = 2\mathrm{e}^{2x}$
- $h'(x) = -0{,}5\,\mathrm{e}^{-0{,}5x+1}$
- Produit : $k'(x) = 1 \times \mathrm{e}^x + x\,\mathrm{e}^x = \boldsymbol{(x+1)\mathrm{e}^x}$

Exercice 6 — Variations d'un produit avec exponentielle ●●○

a. $f'(x) = 1 \times \mathrm{e}^x + (x-2)\mathrm{e}^x = (x-1)\mathrm{e}^x$.

b. $\mathrm{e}^x > 0$: f' a le signe de $x - 1$.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$	↘		$-\mathrm{e}$	↗	

Minimum $f(1) = -\mathrm{e}$.

> Dans une dérivée de la forme $(\ldots) \times \mathrm{e}^{\cdots}$, l'exponentielle est positive : seul l'autre facteur décide du signe.

Exercice 7 — Signe d'expressions avec l'exponentielle ●●○

- $\mathrm{e}^x > 0$: A a le signe de $2x - 4$. $A(x) < 0$ **sur** $]-\infty\,;2[$, $A(x) > 0$ **sur** $]2\,;+\infty[$.
- $B(x) = \mathrm{e}^x\,(\mathrm{e}^x - 1)$, du signe de $\mathrm{e}^x - 1$: positif quand $\mathrm{e}^x > \mathrm{e}^0$, soit $x > 0$. $B(x) < 0$ **sur** $]-\infty\,;0[$, $B(x) > 0$ **sur** $]0\,;+\infty[$.
- $C(x) < 0$ **pour tout** x (un négatif fois une exponentielle).

Exercice 8 — Une suite d'exponentielles ●●○

a. $u_n = \left(\mathrm{e}^{-0{,}5}\right)^n$, ou encore $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} = \mathrm{e}^{-0{,}5(n+1)+0{,}5n} = \mathrm{e}^{-0{,}5}$: **géométrique de raison** $\mathrm{e}^{-0{,}5}$, de premier terme $u_0 = 1$.

b. $-0{,}5 < 0$, donc $0 < \mathrm{e}^{-0{,}5} < \mathrm{e}^0 = 1$, et $u_0 > 0$: **la suite est décroissante**.

Exercice 9 — La tangente en 0 et une inégalité célèbre ●●●

a. $\mathrm{e}^0 = 1$ et $\exp'(0) = \mathrm{e}^0 = 1$: $y = x + 1$.

b. $g'(x) = \mathrm{e}^x - 1$, positif quand $x > 0$.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↘	**0**	↗

c. Le minimum de g est $g(0) = 0$, donc $g(x) \geqslant 0$: $\mathrm{e}^x \geqslant x + 1$. **La courbe de l'exponentielle est toujours au-dessus de sa tangente en 0.**

Exercice 10 — Le café qui refroidit ●●○

a. $T(0) = 20 + 60 = 80$ °C.

b. $T'(t) = 60 \times (-0{,}1)\,\mathrm{e}^{-0{,}1t} = -6\,\mathrm{e}^{-0{,}1t} < 0$: **la température diminue**.

c. $T(10) = 20 + 60\,\mathrm{e}^{-1} \approx 20 + 60 \times 0{,}37 = 42{,}2$ °C.

Exercice 11 — Un changement d'inconnue ●●●

a. $\mathrm{e}^{2x} = (\mathrm{e}^x)^2 = X^2$, d'où l'équation.

b. $1 - (\mathrm{e} + 1) + \mathrm{e} = 0$: 1 est solution. Le produit des racines vaut e, donc l'autre est $X = \mathrm{e}$.

c. $\mathrm{e}^x = 1 \iff x = 0$ et $\mathrm{e}^x = \mathrm{e} \iff x = 1$. $S = \{0\,;1\}$.



La méthode pas à pas est dans la fiche magique « **Exponentielle** » (Les fiches magiques 1re spé maths, page 48).

Exercice 12 — Minimum d'un quotient ●●○

$f'(x) = \dfrac{\mathrm{e}^x \times x - \mathrm{e}^x \times 1}{x^2} = \dfrac{(x-1)\mathrm{e}^x}{x^2}$, du signe de $x - 1$ sur $]0\,;+\infty[$.

x	0	1	$+\infty$
$f(x)$	‖	↘ **e** ↗	

Minimum $f(1) = \mathrm{e}$.

Exercice 13 — Un seuil en Python ●●○

a. Le plus petit entier naturel n tel que $\mathrm{e}^n > 1\,000$.

b. $\mathrm{e}^6 \leqslant 1\,000$ et $\mathrm{e}^7 > 1\,000$: le programme affiche 7.

Exercice 14 ÉPREUVE ANTICIPÉE 2026 **L'altitude de la montgolfière** ●●○

Question 1

Le décollage a lieu à l'instant $t = 0$.

$$f(0) = \frac{4 \times 0 + 1}{\mathrm{e}^0} = \frac{1}{1} = 1.$$

Au décollage, la montgolfière est à 1 km d'altitude (celle du village de montagne).

Question 2

f est un quotient $\frac{u}{v}$ avec $u(t) = 4t + 1$, $u'(t) = 4$, $v(t) = \mathrm{e}^t$ et $v'(t) = \mathrm{e}^t$. La formule est $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$.

$$f'(t) = \frac{4\mathrm{e}^t - (4t+1)\mathrm{e}^t}{(\mathrm{e}^t)^2} = \frac{\mathrm{e}^t\,(4 - 4t - 1)}{\mathrm{e}^t \times \mathrm{e}^t} = \frac{3 - 4t}{\mathrm{e}^t}.$$

Attention au signe : $-(4t+1) = -4t - 1$.

Question 3

Pour tout réel t, $\mathrm{e}^t > 0$: le signe de $f'(t)$ est celui du numérateur $3 - 4t$.

$$3 - 4t \geqslant 0 \iff 3 \geqslant 4t \iff t \leqslant \frac{3}{4}.$$

Donc $f'(t) > 0$ sur $\left[0\,;\frac{3}{4}\right[$, $f'\left(\frac{3}{4}\right) = 0$ et $f'(t) < 0$ sur $\left]\frac{3}{4}\,;5\right]$.

Tableau de variations : f est croissante sur $\left[0\,;\frac{3}{4}\right]$ puis décroissante sur $\left[\frac{3}{4}\,;5\right]$.

$$\iff -4t \geqslant -3 \iff t \leqslant \frac{3}{4}.$$

t	0		$\frac{3}{4}$		5
$3 - 4t$		$+$	0	$-$	
e^t		$+$		$+$	
$f'(t)$		$+$	0	$-$	
f	1	↗	$\frac{4}{\mathrm{e}^{3/4}}$	↘	$\frac{21}{\mathrm{e}^5}$

Comme f croît puis décroît, elle admet un maximum en $t = \dfrac{3}{4}$, égal à $f\left(\dfrac{3}{4}\right) = \dfrac{4 \times \frac{3}{4} + 1}{\mathrm{e}^{3/4}} = \dfrac{4}{\mathrm{e}^{3/4}}$

(soit environ $1{,}9$ km).

Question 4

La montgolfière commence à perdre de l'altitude quand f devient décroissante, c'est-à-dire pour $t = \dfrac{3}{4}$ h.

Conversion : $\dfrac{3}{4}$ h $= \dfrac{3}{4} \times 60 = 45$ minutes.

Heure demandée : 10 h 50 min $+ 45$ min $= 10$ h 95 min $= 11$ h 35 min.

La montgolfière commence à descendre à 11 h 35.

Piège : $0{,}75$ h n'est pas 75 minutes ; une heure vaut 60 minutes.

Le sujet complet de l'épreuve anticipée 2026 (Métropole (septembre)) corrigé →

Exercice 15 ÉPREUVE ANTICIPÉE 2026 **La concentration d'un médicament** ●●○

Question 1

$f(0) = (0^2 + 0 + 1)\,\mathrm{e}^0 = 1 \times 1 = 1.$

Interprétation : juste après l'injection ($t = 0$), la concentration du médicament dans le sang est de 1 g/L.

Question 2.a

f est de la forme uv avec $u(t) = t^2 + t + 1$ et $v(t) = \mathrm{e}^{-t}$, donc $u'(t) = 2t + 1$ et $v'(t) = -\mathrm{e}^{-t}$.

On applique $(uv)' = u'v + uv'$:

$f'(t) = (2t + 1)\mathrm{e}^{-t} + (t^2 + t + 1) \times (-\mathrm{e}^{-t}).$

On factorise par e^{-t} :

$f'(t) = \mathrm{e}^{-t}\left[(2t + 1) - (t^2 + t + 1)\right] = \mathrm{e}^{-t}\left(-t^2 + t\right) = t(-t + 1)\,\mathrm{e}^{-t}.$

Piège : le signe moins devant la parenthèse change tous les signes : $-(t^2 + t + 1) = -t^2 - t - 1$.

Question 2.b

Sur $[0\,;13]$: $t \geqslant 0$, et $-t + 1 \geqslant 0 \iff t \leqslant 1$.

On en déduit le tableau de signes : $t(-t + 1)$ vaut 0 en $t = 0$, est positif sur $]0\,;1[$, s'annule en $t = 1$, puis est négatif sur $]1\,;13]$.

t	0		1		13
t	0	$+$		$+$	
$-t + 1$		$+$	0	$-$	
$t(-t + 1)$	0	$+$	0	$-$	

Question 2.c

Pour tout réel t, $\mathrm{e}^{-t} > 0$: d'après 2.a, le signe de $f'(t)$ est donc celui de $t(-t + 1)$, étudié en 2.b.

Le signe de f' donne les variations de f : f est croissante sur $[0\,;1]$ puis décroissante sur $[1\,;13]$. Elle admet donc un maximum en $t = 1$.

t	0		1		13
$f'(t)$	0	$+$	0	$-$	
f		↗		↘	

Question 3

Le médicament est actif tant que sa concentration est supérieure ou égale à $0{,}1$ g/L, et f est décroissante sur $[1\,;13]$.

On lit dans le tableau : $f(6) \approx 0{,}107 \geqslant 0{,}1$ et $f(7) \approx 0{,}052 < 0{,}1$.

Sur $[0\,;1]$, f croît à partir de $f(0) = 1$, puis décroît sur $[1\,;6]$ jusqu'à $f(6) \approx 0{,}107$: on a donc $f(t) \geqslant 0{,}1$ sur $[0\,;6]$. Comme f est décroissante sur $[7\,;13]$, $f(t) \leqslant f(7) < 0{,}1$ pour tout $t \geqslant 7$.

Le médicament reste donc actif pendant $t_0 = 6$ heures au maximum : la nouvelle injection doit avoir lieu au bout de 6 heures.

Le sujet complet de l'épreuve anticipée 2026 (Polynésie (septembre)) corrigé →

Exercice 16 TYPE CONTRÔLE Le taux d'une substance dans le sang ●●●

1. $f(0) = 1 \times 1 = 1$ **mg/L**.
2. Produit avec $(\mathrm{e}^{-t})' = -\mathrm{e}^{-t}$: $f'(t) = 2\mathrm{e}^{-t} - (2t+1)\mathrm{e}^{-t} = (1-2t)\mathrm{e}^{-t}$.
3. $\mathrm{e}^{-t} > 0$: f' a le signe de $1-2t$, positif avant $0{,}5$. $f(0{,}5) = 2\mathrm{e}^{-0{,}5} \approx 1{,}22$ et $f(5) = 11\mathrm{e}^{-5} \approx 0{,}07$.

x	0		0,5		5
$f(x)$	**1**	↗	**≈ 1,22**	↘	**≈ 0,07**

4. **Au bout d'une demi-heure, avec environ $1{,}22$ mg/L.**
5. $f(0) = 1$ et $f'(0) = 1$: $y = t + 1$. Juste après la prise, le taux augmente d'environ 1 mg/L par heure.



La méthode pas à pas est dans la fiche magique « **Exponentielle** » (Les fiches magiques 1re spé maths, page 48).

LES FICHES MAGIQUES 1RE SPÉ MATHS

Révise toute la première spé maths avec les fiches magiques



- **40 fiches claires et illustrées** : tout le programme de spécialité maths de première, une notion par page.
- **Des vidéos méthode** accessibles par QR code sur les fiches.
- **Des exercices corrigés** après chaque fiche pour vérifier que tout est acquis.

campusxyz.fr/produit/les-fiches-magiques-1re