Exercice 1 — Indépendants ou non ? ●○○

On a $P(A) = 0{,}5$ et $P(B) = 0{,}4$. Les évènements A et B sont-ils indépendants si :

a. $P(A \cap B) = 0{,}2$?

b. $P(A \cap B) = 0{,}25$?

Exercice 2 — Indépendance dans un tableau ●○○

Dans une entreprise de 200 salariés, on a relevé le sexe et le fait de venir à vélo.

	Vélo (V)	Autre	Total
Femme (F)	30	90	120
Homme	20	60	80
Total	50	150	200

On choisit un salarié au hasard. Les évènements F et V sont-ils indépendants ?

Exercice 3 — Avec un dé ●○○

On lance un dé équilibré à six faces. On note A : « le résultat est pair », B : « le résultat est inférieur ou égal à 4 » et C : « le résultat est inférieur ou égal à 3 ».

a. A et B sont-ils indépendants ?

b. A et C sont-ils indépendants ?

Exercice 4 — Indépendance et évènements contraires ●●○

A et B sont indépendants, avec $P(A) = 0{,}3$ et $P(B) = 0{,}6$. Calcule $P(A \cap B)$, $P(A \cup B)$ et $P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right)$.

Exercice 5 — Incompatibles ou indépendants ? ●●○

A et B sont deux évènements de probabilités non nulles.

a. Que signifie « A et B sont incompatibles » ? Que vaut alors $P(A \cap B)$?

b. Montre que deux évènements incompatibles de probabilités non nulles ne sont jamais indépendants.

Exercice 6 — Une pièce puis un dé ●○○

On lance une pièce équilibrée puis un dé équilibré à six faces, de façon indépendante. Quelle est la probabilité d'obtenir « pile » et un 6 ? « face » et un nombre pair ?

Exercice 7 — Trois lancers d'une pièce truquée ●○○

Une pièce tombe sur « face » avec la probabilité $0{,}3$. On la lance trois fois de façon indépendante. Calcule la probabilité d'obtenir :

a. trois « face » **b.** aucun « face » **c.** au moins un « face »

Exercice 8 — Exactement deux succès ●●○

On répète trois fois, de façon indépendante, une épreuve de Bernoulli de paramètre $p = 0{,}2$ (succès S, échec E).

a. Combien de chemins de l'arbre comportent exactement deux succès ? Écris-les.

b. Calcule la probabilité d'obtenir exactement deux succès.

Exercice 9 — Répondre au hasard à un QCM ●●○

Un QCM compte 4 questions ; chacune a 4 réponses dont une seule est juste. Un élève répond au hasard, de façon indépendante. Calcule la probabilité :

a. d'avoir les 4 réponses justes ;

b. de n'avoir aucune réponse juste ;

c. d'avoir au moins une réponse juste ;

d. d'avoir exactement deux réponses justes.

Exercice 10 — Au moins un six ●●○

On lance n fois un dé équilibré ($n \leqslant 4$).

a. Exprime en fonction de n la probabilité d'obtenir au moins un 6.

b. Combien de lancers faut-il pour que cette probabilité dépasse $0{,}5$? On donne $\left(\frac{5}{6}\right)^3 \approx 0{,}579$ et $\left(\frac{5}{6}\right)^4 \approx 0{,}482$.

Exercice 11 Les trois feux ●●○

Sur un trajet, un cycliste passe trois feux qui fonctionnent indépendamment. Ils sont verts avec les probabilités $0{,}6$, $0{,}5$ et $0{,}8$. Calcule la probabilité :

a. que les trois feux soient verts ;

b. qu'aucun ne soit vert ;

c. que seul le dernier soit rouge.

Exercice 12 Deux alarmes valent mieux qu'une ●●○

Un magasin a deux alarmes indépendantes, qui fonctionnent avec les probabilités $0{,}9$ et $0{,}8$. Quelle est la probabilité qu'au moins une alarme fonctionne ?

Exercice 13 Retrouver la probabilité de succès ●●●

On répète deux fois, de façon indépendante, une épreuve de Bernoulli de paramètre p. La probabilité d'obtenir au moins un succès vaut $0{,}75$. Calcule p.

Exercice 14 TYPE CONTRÔLE **Le tir à l'arc** ●●●

Une archère atteint la cible avec la probabilité $0{,}7$. Elle tire trois flèches, de façon indépendante. On note X le nombre de flèches dans la cible.

1. Représente la situation par un arbre pondéré.
2. Quelles valeurs X peut-il prendre ?
3. Calcule $P(X = 0)$, $P(X = 1)$, $P(X = 2)$ et $P(X = 3)$, et vérifie que leur somme vaut 1.
4. Calcule l'espérance de X et compare avec $3 \times 0{,}7$.
5. Quelle est la probabilité qu'elle atteigne la cible au moins deux fois ?

Exercice 15 TYPE CONTRÔLE Deux défauts indépendants ●●●

Une pièce peut présenter un défaut de forme (A), avec la probabilité $0{,}05$, et un défaut de couleur (B), avec la probabilité $0{,}03$. Les deux défauts apparaissent de façon indépendante.

1. Calcule la probabilité qu'une pièce ait les deux défauts.
2. Calcule la probabilité qu'une pièce ait au moins un défaut, puis qu'elle n'en ait aucun.
3. Calcule la probabilité qu'une pièce ait exactement un défaut.
4. On prélève deux pièces, de façon indépendante. Calcule la probabilité qu'aucune des deux n'ait de défaut.
5. Une pièce a un défaut de couleur. Quelle est la probabilité qu'elle ait aussi un défaut de forme ? Justifie sans calcul.



LA FICHE MAGIQUE QUI VA AVEC

« Épreuves indépendantes »

Évènements indépendants et répétition d'épreuves expliqués avec un arbre, sur une fiche.

Les fiches magiques 1re spé maths : campusxyz.fr/produit/les-fiches-magiques-1re

CAMPUS XYZ

Corrigés

Exercices sur l'indépendance en première spé maths

Exercices sur l'indépendance en première spé maths : corrigés

CAMPUS XYZ

Exercice 1 — Indépendants ou non ? ●○○

A et B sont indépendants si et seulement si $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$. Ici, $P(A) \times P(B) = 0{,}2$.

- **Oui** : $0{,}2 = 0{,}2$.
- **Non** : $0{,}25 \neq 0{,}2$.

Exercice 2 — Indépendance dans un tableau ●○○

$P(F) = 0{,}6$, $P(V) = 0{,}25$ et $P(F \cap V) = \dfrac{30}{200} = 0{,}15$. Or $0{,}6 \times 0{,}25 = 0{,}15$: **F et V sont indépendants**.

> Autre lecture : $P_F(V) = \dfrac{30}{120} = 0{,}25 = P(V)$, la proportion de cyclistes est la même chez les femmes que dans toute l'entreprise.

Exercice 3 — Avec un dé ●○○

a. $P(A) = \dfrac{1}{2}$, $P(B) = \dfrac{2}{3}$, $A \cap B = \{2\,;4\}$: $P(A \cap B) = \dfrac{1}{3} = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{2}{3}$. **Indépendants**.

b. $P(C) = \dfrac{1}{2}$ et $A \cap C = \{2\}$: $P(A \cap C) = \dfrac{1}{6} \neq \dfrac{1}{4}$. **Pas indépendants**.

Exercice 4 — Indépendance et évènements contraires ●●○

- $P(A \cap B) = 0{,}3 \times 0{,}6 = 0{,}18$.
- $P(A \cup B) = 0{,}3 + 0{,}6 - 0{,}18 = 0{,}72$.
- $\overline{A}$ et $\overline{B}$ sont aussi indépendants : $P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right) = 0{,}7 \times 0{,}4 = 0{,}28$. On retrouve $1 - P(A \cup B) = 0{,}28$.

Exercice 5 — Incompatibles ou indépendants ? ●●○

a. Ils ne peuvent pas se produire en même temps : $P(A \cap B) = 0$.

b. $P(A) \times P(B) > 0$ alors que $P(A \cap B) = 0$: l'égalité est impossible, **ils ne sont pas indépendants**. C'est logique : si A se produit, on sait que B ne se produit pas.

Exercice 6 — Une pièce puis un dé ●○○

Les épreuves sont indépendantes : on multiplie les probabilités.

- $\frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$
- $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

Exercice 7 — Trois lancers d'une pièce truquée ●○○

- $0{,}3^3 = 0{,}027$
- $0{,}7^3 = 0{,}343$
- C'est le contraire de « aucun face » : $1 - 0{,}343 = 0{,}657$

Exercice 8 — Exactement deux succès ●●○

a. **3 chemins** : SSE, SES et ESS (la place de l'échec).

b. Chaque chemin a pour probabilité $0{,}2^2 \times 0{,}8 = 0{,}032$: $3 \times 0{,}032 = 0{,}096$.

Exercice 9 — Répondre au hasard à un QCM ●●○

Une réponse est juste avec la probabilité $\frac{1}{4}$ et fausse avec $\frac{3}{4}$.

a. $\left(\frac{1}{4}\right)^4 = \frac{1}{256}$

b. $\left(\frac{3}{4}\right)^4 = \frac{81}{256}$

c. $1 - \frac{81}{256} = \frac{175}{256} \approx 0{,}68$

d. Il y a 6 façons de placer les deux bonnes réponses (JJFF, JFJF, JFFJ, FJJF, FJFJ, FFJJ) :

$6 \times \frac{1}{16} \times \frac{9}{16} = \frac{54}{256} \approx 0{,}21.$

Exercice 10 — Au moins un six ●●○

a. Contraire : « aucun 6 », de probabilité $\left(\frac{5}{6}\right)^n$. $P = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n$.

b. $n = 3 : 1 - 0{,}579 = 0{,}421$; $n = 4 : 1 - 0{,}482 = 0{,}518 > 0{,}5$. **Il faut 4 lancers.**

Exercice 11 — Les trois feux ●●○

a. $0{,}6 \times 0{,}5 \times 0{,}8 = 0{,}24$

b. $0{,}4 \times 0{,}5 \times 0{,}2 = 0{,}04$

c. $0{,}6 \times 0{,}5 \times 0{,}2 = 0{,}06$

Exercice 12 — Deux alarmes valent mieux qu'une ●●○

Contraire : « aucune ne fonctionne », de probabilité $0{,}1 \times 0{,}2 = 0{,}02$. $P = 1 - 0{,}02 = 0{,}98$.

Exercice 13 — Retrouver la probabilité de succès ●●●

$1 - (1-p)^2 = 0{,}75 \iff (1-p)^2 = 0{,}25 \iff 1 - p = 0{,}5$ (car $1 - p \geqslant 0$). $p = 0{,}5$.

Exercice 14 — TYPE CONTRÔLE — Le tir à l'arc ●●●

1. Arbre à trois niveaux, chaque nœud ayant deux branches : C $(0{,}7)$ et $\overline{C}$ $(0{,}3)$, soit 8 chemins.

2. 0, 1, 2 **ou** 3.

3. $P(X = 0) = 0{,}3^3 = 0{,}027$; 1 succès sur 3 chemins : $P(X = 1) = 3 \times 0{,}7 \times 0{,}3^2 = 0{,}189$; $P(X = 2) = 3 \times 0{,}7^2 \times 0{,}3 = 0{,}441$; $P(X = 3) = 0{,}7^3 = 0{,}343$. Somme : $0{,}027 + 0{,}189 + 0{,}441 + 0{,}343 = 1$.

4. $E(X) = 0 \times 0{,}027 + 1 \times 0{,}189 + 2 \times 0{,}441 + 3 \times 0{,}343 = 0{,}189 + 0{,}882 + 1{,}029 = \mathbf{2{,}1}$, soit exactement $3 \times 0{,}7$.

5. $P(X \geqslant 2) = 0{,}441 + 0{,}343 = 0{,}784$.



La méthode pas à pas est dans la fiche magique **« Épreuves indépendantes »** (Les fiches magiques 1re spé maths, page 86).

Exercice 15 TYPE CONTRÔLE Deux défauts indépendants ●●●

1. $P(A \cap B) = 0{,}05 \times 0{,}03 = 0{,}0015$.
2. $P(A \cup B) = 0{,}05 + 0{,}03 - 0{,}0015 = 0{,}0785$; aucun défaut : $1 - 0{,}0785 = 0{,}9215$ (on retrouve $0{,}95 \times 0{,}97 = 0{,}9215$).
3. Au moins un, sans les deux : $0{,}0785 - 0{,}0015 = 0{,}077$.
4. $0{,}9215^2 \approx 0{,}849$.
5. A et B sont indépendants : savoir que B est réalisé ne change rien, $P_B(A) = P(A) = 0{,}05$.



La méthode pas à pas est dans la fiche magique **« Épreuves indépendantes »** (Les fiches magiques 1re spé maths, page 86).

LES FICHES MAGIQUES 1RE SPÉ MATHS

Révise toute la première spé maths avec les fiches magiques



- **40 fiches claires et illustrées** : tout le programme de spécialité maths de première, une notion par page.
- **Des vidéos méthode** accessibles par QR code sur les fiches.
- **Des exercices corrigés** après chaque fiche pour vérifier que tout est acquis.

campusxyz.fr/produit/les-fiches-magiques-1re