## Exercice 1 — Du signe de f' aux variations de f ●○○

Une fonction $f$ est dérivable sur $[-4\,;4]$. Voici le tableau de signes de sa dérivée, et on sait que $f(-4)=1$, $f(-1)=5$, $f(2)=-3$ et $f(4)=0$.

| $x$ | $-4$ | | $-1$ | | $2$ | | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Dresse le tableau de variations de $f$ et donne son maximum et son minimum sur $[-4\,;4]$.

## Exercice 2 — Variations d'une fonction cubique ●○○

Étudie les variations de $f(x)=x^3-3x+1$ sur $\mathbb{R}$ et précise ses extremums locaux.

## Exercice 3 — Une cubique avec des fractions ●●○

Étudie les variations de $f(x) = x^3 - x^2 - x$ sur $\mathbb{R}$.

## Exercice 4 — Variations d'une fonction quotient ●●○

On considère $f(x) = \dfrac{x}{x^2 + 3}$ sur $\mathbb{R}$.

**a.** Montre que $f'(x) = \dfrac{3 - x^2}{(x^2 + 3)^2}$.

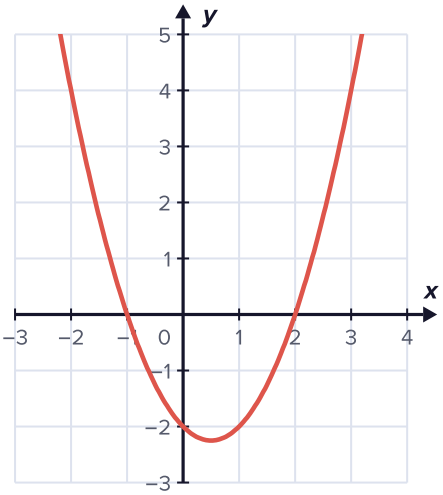
**b.** Dresse le tableau de variations de $f$ et donne son maximum.

## Exercice 5 — Un minimum sur ]0 ; +∞[ ●●○

On considère $f(x) = 2x + \dfrac{8}{x}$ sur $]0\,;+\infty[$. Montre que $f$ admet un minimum et donne sa valeur.

## Exercice 6 — Lire le signe de f' sur sa courbe ●●○

On a tracé ci-dessous la courbe de la **dérivée** $f'$ d'une fonction $f$ définie sur $[-3\,;4]$.




**a.** Dresse le tableau de signes de $f'$.

**b.** Déduis-en les variations de $f$. En quelles valeurs $f$ admet-elle un extremum local ?

## Exercice 7 — La boîte de volume maximal ●●○

Dans une plaque carrée de $12$ cm de côté, on découpe aux quatre coins des carrés de côté $x$ cm, puis on replie pour former une boîte sans couvercle.

**a.** Montre que le volume de la boîte est $V(x) = x(12 - 2x)^2$ pour $x \in ]0\,;6[$.

**b.** Montre que $V'(x) = (12 - 2x)(12 - 6x)$.

**c.** Pour quelle valeur de $x$ le volume est-il maximal ? Quel est ce volume ?

## Exercice 8 — Vrai ou faux sur les extremums ●●○

Vrai ou faux ? Justifie.

**a.** Si $f'(a) = 0$, alors $f$ admet un extremum local en $a$.

**b.** Si $f$ admet un extremum local en $a$ (à l'intérieur de l'intervalle) et est dérivable en $a$, alors $f'(a) = 0$.

**c.** Si $f'(x) > 0$ pour tout $x$ de $[1\,;5]$, alors $f(5) > f(1)$.

## Exercice 9 — Maximum avec une racine carrée ●●○

On considère $f(x) = \sqrt{x} - x$ sur $[0\,;+\infty[$ (dérivable sur $]0\,;+\infty[$). Étudie ses variations et donne son maximum.

## Exercice 10 — Le bénéfice maximal ●●○

Le bénéfice d'une entreprise, en milliers d'euros, pour $x$ tonnes produites est $B(x) = -x^3 + 6x^2 + 15x - 20$, pour $x \in [0\,;10]$.

**a.** Montre que $B'(x) = -3(x-5)(x+1)$.

**b.** Dresse le tableau de variations de $B$ sur $[0\,;10]$ et donne le bénéfice maximal.

## Exercice 11 Démontrer une inégalité ●●●

On veut démontrer que, pour tout $x \geqslant 0$, $x^3 \geqslant 3x - 2$.

**a.** On pose $g(x) = x^3 - 3x + 2$. Étudie les variations de $g$ sur $[0\,;+\infty[$.

**b.** Conclus.

## Exercice 12 Le point le plus proche ●●●

On considère la parabole $y = x^2$ et le point $A(0\,;2)$. Pour un point $M(x\,;x^2)$ de la parabole, on note $d(x) = AM^2$.

**a.** Montre que $d(x) = x^4 - 3x^2 + 4$.

**b.** Étudie les variations de $d$ sur $\mathbb{R}$.

**c.** Déduis-en la distance minimale entre $A$ et la parabole.

## Exercice 13 Toujours croissante ? ●●●

Pour un réel $a$, on considère $f(x) = x^3 + ax$ sur $\mathbb{R}$. Pour quelles valeurs de $a$ la fonction $f$ est-elle croissante sur $\mathbb{R}$ ?

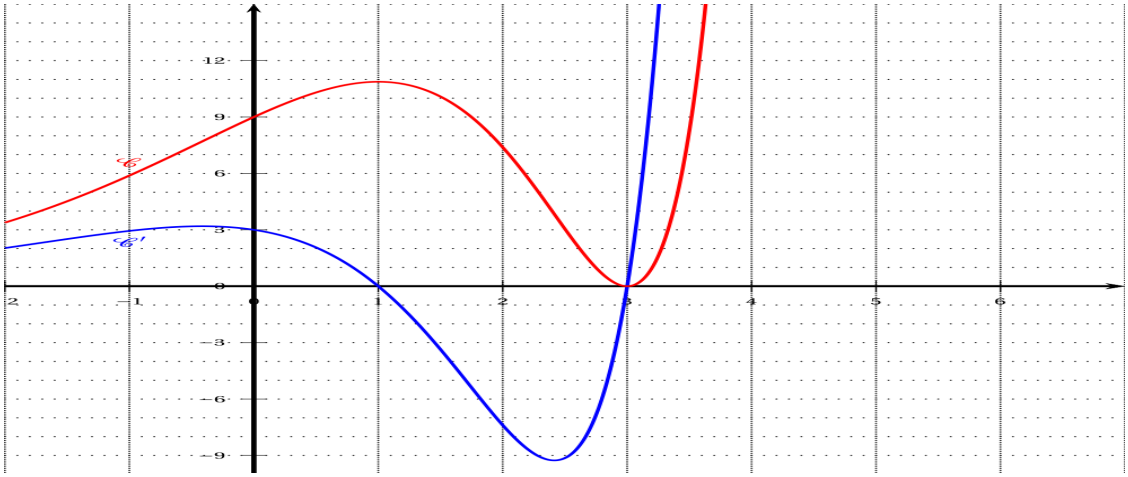
## Exercice 14 ÉPREUVE ANTICIPÉE 2026 Étude graphique puis étude de fonction ●●●

Épreuve anticipée de maths 2026, Métropole (secours), exercice 1

### Partie A : Étude graphique

On a tracé ci-dessous, dans un repère, la courbe $\mathcal{C}$ d'une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et la courbe $\mathcal{C}'$ de sa fonction dérivée. On précise également que :

- $\mathcal{C}$ coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnées (0 ; 9) et tangente l'axe des abscisses au point de coordonnées (3 ; 0),
- $\mathcal{C}'$ coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnées (0 ; 3) et l'axe des abscisses aux points de coordonnées (1 ; 0) et (3 ; 0).




1. Donner un argument graphique qui montre que c'est bien la courbe $\mathcal{C}'$ qui représente la dérivée de la fonction représentée par la courbe $\mathcal{C}$, et non l'inverse.
2. On note $f$ la fonction représentée par la courbe $\mathcal{C}$. Montrer qu'une équation de la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0 est $y = 3x + 9$.

### Partie B : Étude du modèle

Afin d'établir l'efficacité d'un antibiotique, un biologiste étudie l'évolution d'une population de bactéries dans un milieu de culture.

À l'instant $t = 0$, le milieu contient une population initiale de bactéries et l'antibiotique est introduit dans le milieu.

La densité de population bactérienne (en milliers de bactéries par millilitre) peut être modélisée par la fonction $f$ représentée par $\mathcal{C}$ dans la partie A et définie pour tout réel $t$ par :

$$f(t) = \mathrm{e}^t \left(t^2 - 6t + 9\right)$$

où $t$ représente le temps écoulé depuis le début de l'observation, exprimé en heure.

**Données :** $\mathrm{e}^1 \approx 2{,}7 ; \mathrm{e}^3 \approx 20{,}1$.

1. Montrer que pour tout réel $t$, on a : $f(t) = \mathrm{e}^t(t-3)^2$.

   En déduire le signe de la fonction $f$ sur $\mathbb{R}$.

2. Calculer $f(0)$ et interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.

3. Montrer que la fonction dérivée de la fonction $f$ est définie, pour tout réel $t$, par :

$$f'(t) = \mathrm{e}^t\left(t^2 - 4t + 3\right)$$

4.

   a. Étudier le signe de $f'$ sur $\mathbb{R}$.

   b. Dresser le tableau des variations complet de la fonction $f$ sur $[0\ ;\ +\infty[$.

**Exercice 15** TYPE CONTRÔLE **Étude complète d'une fonction** ●●●

On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{2x-1}{x^2+2}$ et sa courbe $\mathcal{C}$.

1. Justifie que $f$ est définie sur $\mathbb{R}$.
2. Montre que $f'(x) = \dfrac{-2(x-2)(x+1)}{(x^2+2)^2}$.
3. Dresse le tableau de variations de $f$.
4. Montre que, pour tout $x \in [-1\,;2]$, $-1 \leqslant f(x) \leqslant \dfrac{1}{2}$.
5. Détermine l'équation de la tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse $0$.

## Exercice 16 — TYPE CONTRÔLE — La canette la plus économique ●●●

Une canette cylindrique doit contenir $250$ cm$^3$. On note $r$ son rayon et $h$ sa hauteur, en cm. On veut utiliser le moins de métal possible.

1. Exprime $h$ en fonction de $r$ (volume d'un cylindre : $\pi r^2 h$).

2. Montre que l'aire totale de métal (deux disques et la paroi) est $S(r) = 2\pi r^2 + \dfrac{500}{r}$, pour $r > 0$.

3. Montre que $S'(r) = \dfrac{4\left(\pi r^3 - 125\right)}{r^2}$.

4. Étudie les variations de $S$. On donne $\sqrt[3]{\dfrac{125}{\pi}} = \dfrac{5}{\sqrt[3]{\pi}} \approx 3{,}41$.

5. Quelles dimensions donnent la canette la plus économique ? Que remarques-tu sur $h$ et $r$ ?




LA FICHE MAGIQUE QUI VA AVEC

**« Dérivées et variations »**

Le lien entre le signe de la dérivée et le sens de variation, avec un exemple complet, sur une fiche.

**Les fiches magiques 1re spé maths : campusxyz.fr/produit/les-fiches-magiques-1re**

CAMPUS XYZ

# Corrigés

Exercices sur les variations et les extremums en première

# Exercices sur les variations et les extremums en première : corrigés

CAMPUS XYZ

## Exercice 1 — Du signe de f' aux variations de f ●○○

$f' > 0$ : $f$ croissante ; $f' < 0$ : $f$ décroissante.

| $x$ | −4 | | −1 | | 2 | | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 1 | ↗ | 5 | ↘ | −3 | ↗ | 0 |

**Maximum $5$ atteint en $-1$ ; minimum $-3$ atteint en $2$.**

## Exercice 2 — Variations d'une fonction cubique ●○○

$f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x-1)(x+1)$, positif à l'extérieur de $-1$ et $1$.

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

| $x$ | −∞ | | −1 | | 1 | | +∞ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | ↗ | 3 | ↘ | −1 | ↗ | |

$f(-1) = -1 + 3 + 1 = 3$ et $f(1) = 1 - 3 + 1 = -1$ : **maximum local $3$ en $-1$, minimum local $-1$ en $1$.**

## Exercice 3 — Une cubique avec des fractions ●●○

$f'(x) = 3x^2 - 2x - 1$ : $\Delta = 4 + 12 = 16$, racines $\dfrac{2-4}{6} = -\dfrac{1}{3}$ et $\dfrac{2+4}{6} = 1$ ; $a = 3 > 0$.

| $x$ | $-\infty$ | | $-1/3$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | ↗ | 5/27 | ↘ | −1 | ↗ | |

$f\left(-\dfrac{1}{3}\right) = -\dfrac{1}{27} - \dfrac{1}{9} + \dfrac{1}{3} = \dfrac{-1-3+9}{27} = \dfrac{5}{27}$ et $f(1) = 1 - 1 - 1 = -1$. **$f$ est croissante sur $\left]-\infty\,;-\dfrac{1}{3}\right]$, décroissante sur $\left[-\dfrac{1}{3}\,;1\right]$, croissante sur $[1\,;+\infty[$.**

## Exercice 4 — Variations d'une fonction quotient ●●○

**a.** $f'(x) = \dfrac{1 \times \left(x^2+3\right) - x \times 2x}{\left(x^2+3\right)^2} = \dfrac{3 - x^2}{\left(x^2+3\right)^2}$.

**b.** Le dénominateur est positif : $f'$ a le signe de $3 - x^2$, positif entre $-\sqrt{3}$ et $\sqrt{3}$.

| $x$ | $-\infty$ | | $-\sqrt{3}$ | | $\sqrt{3}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | ↘ | −√3/6 | ↗ | √3/6 | ↘ | |

$f\left(\sqrt{3}\right) = \dfrac{\sqrt{3}}{6}$ : **maximum $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$ atteint en $\sqrt{3}$.**

## Exercice 5 — Un minimum sur ]0 ; +∞[ ●●○

$f'(x) = 2 - \dfrac{8}{x^2} = \dfrac{2x^2 - 8}{x^2} = \dfrac{2(x-2)(x+2)}{x^2}$. Sur $]0\,;+\infty[$, $x^2 > 0$ et $x + 2 > 0$ : $f'$ a le signe de $x - 2$.

| $x$ | 0 | | 2 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | ↘ | **8** | ↗ | |

**Minimum** $f(2) = 4 + 4 = 8$.

## Exercice 6 — Lire le signe de f' sur sa courbe ●●○

**a.** On regarde si la courbe de $f'$ est au-dessus ou en dessous de l'axe des abscisses :

| $x$ | $-3$ | | $-1$ | | $2$ | | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

**b.** **$f$ est croissante sur $[-3\,;-1]$, décroissante sur $[-1\,;2]$, croissante sur $[2\,;4]$. Maximum local en $-1$, minimum local en $2$.**

> Attention : ce n'est pas la courbe de $f$. On lit le **signe** de $f'$, pas ses variations.

## Exercice 7 — La boîte de volume maximal ●●○

**a.** Le fond est un carré de côté $12 - 2x$, la hauteur vaut $x$ : $V(x) = x(12-2x)^2$.

**b.** Produit $u = x$, $v = (12-2x)^2$, $v' = -2 \times 2(12-2x) = -4(12-2x)$ :

$$V'(x) = (12-2x)^2 - 4x(12-2x)$$
$$= (12-2x)\big[(12-2x) - 4x\big] = (12-2x)(12-6x)$$

**c.** Sur $]0\,;6[$, $12 - 2x > 0$ : $V'$ a le signe de $12 - 6x$, positif avant $2$, négatif après. **Volume maximal pour $x = 2$ cm : $V(2) = 2 \times 8^2 = 128$ cm³.**

## Exercice 8 — Vrai ou faux sur les extremums ●●○

**a.** **Faux** : $f(x) = x^3$ vérifie $f'(0) = 0$ mais est croissante sur $\mathbb{R}$, sans extremum en $0$. Il faut que $f'$ **change de signe** en $a$.

**b.** **Vrai** : c'est une propriété du cours (la tangente est horizontale en un extremum).

**c.** **Vrai** : $f$ est strictement croissante sur $[1\,;5]$, donc $f(5) > f(1)$.

## Exercice 9 Maximum avec une racine carrée ●●○

$f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}} - 1 = \dfrac{1 - 2\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$, du signe de $1 - 2\sqrt{x}$ : positif quand $\sqrt{x} < \dfrac{1}{2}$, c'est-à-dire $x < \dfrac{1}{4}$.

| $x$ | 0 | 1/4 | +∞ |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 0 ↗ | 1/4 | ↘ |

**Maximum** $f\left(\dfrac{1}{4}\right) = \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{4}$.

## Exercice 10 Le bénéfice maximal ●●○

**a.** $B'(x) = -3x^2 + 12x + 15 = -3\left(x^2 - 4x - 5\right) = -3(x-5)(x+1)$ (racines $5$ et $-1$).

**b.** Sur $[0\,;10]$, $x + 1 > 0$ : $B'$ a le signe de $-3(x-5)$, positif avant $5$. $B(0) = -20$, $B(5) = -125 + 150 + 75 - 20 = 80$, $B(10) = -1\,000 + 600 + 150 - 20 = -270$.

| $x$ | 0 | 5 | 10 |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | −20 ↗ | 80 | ↘ −270 |

**Bénéfice maximal : $80\,000$ € pour $5$ tonnes.**

## Exercice 11 Démontrer une inégalité ●●●

**a.** $g'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x-1)(x+1)$. Sur $[0\,;+\infty[$, $g'$ a le signe de $x - 1$.

| $x$ | 0 | 1 | +∞ |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | ↘ 0 | ↗ |

**b.** Le minimum de $g$ sur $[0\,;+\infty[$ est $g(1) = 0$, donc $g(x) \geqslant 0$, c'est-à-dire $x^3 \geqslant 3x - 2$ **pour tout** $x \geqslant 0$.

Pour comparer deux expressions, on étudie le signe de leur différence, ici grâce à son minimum.

## Exercice 12 Le point le plus proche ●●●

**a.** $AM^2 = x^2 + \left(x^2 - 2\right)^2 = x^2 + x^4 - 4x^2 + 4 = x^4 - 3x^2 + 4$.

**b.** $d'(x) = 4x^3 - 6x = 2x\left(2x^2 - 3\right)$, qui s'annule en $0$ et $\pm\sqrt{\frac{3}{2}}$.

| $x$ | $-\infty$ | | $-\sqrt{\frac{3}{2}}$ | | $0$ | | $\sqrt{\frac{3}{2}}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $2x$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $2x^2 - 3$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $d'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

$d$ **est décroissante, croissante, décroissante puis croissante**, avec un minimum en $\pm\sqrt{\frac{3}{2}}$.

**c.** $d\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right) = \frac{9}{4} - \frac{9}{2} + 4 = \frac{7}{4}$, donc $AM \geqslant \sqrt{\frac{7}{4}}$ : **distance minimale** $\frac{\sqrt{7}}{2} \approx 1{,}32$.

## Exercice 13 Toujours croissante ? ●●●

$f'(x) = 3x^2 + a$.

- Si $a \geqslant 0$ : $f'(x) \geqslant 0$ pour tout $x$, $f$ est croissante.
- Si $a < 0$ : $f'(0) = a < 0$, et $f'$ reste négative autour de $0$ : $f$ décroît sur un intervalle, elle n'est pas croissante sur $\mathbb{R}$.

$f$ **est croissante sur** $\mathbb{R}$ **si et seulement si** $a \geqslant 0$.

## Exercice 14 — ÉPREUVE ANTICIPÉE 2026 — Étude graphique puis étude de fonction ●●●

### Question A.1

On compare le comportement des deux courbes : la dérivée est positive là où la fonction est croissante, négative là où elle est décroissante, et nulle aux extremums.

Si $\mathcal{C}$ représentait la dérivée, elle serait positive sur $[-2\,;3]$ et la fonction représentée par $\mathcal{C}'$ serait croissante sur cet intervalle. Or $\mathcal{C}'$ descend entre $x=-0{,}5$ environ et $x=2{,}4$ : c'est faux.

Au contraire, avec $\mathcal{C}'$ dérivée de la fonction représentée par $\mathcal{C}$ : $\mathcal{C}'$ s'annule en $1$, où $\mathcal{C}$ a son maximum local, et en $3$, où $\mathcal{C}$ touche l'axe des abscisses (minimum). $\mathcal{C}'$ est positive là où $\mathcal{C}$ monte et négative là où $\mathcal{C}$ descend.

### Question A.2

L'équation de la tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse $a$ est $y=f'(a)(x-a)+f(a)$. Ici $a=0$.

On lit sur $\mathcal{C}$ : $f(0)=9$. On lit sur $\mathcal{C}'$ (courbe de la dérivée) : $f'(0)=3$.

$y=3(x-0)+9$, soit $y=3x+9$.

### Question B.1

On reconnaît une identité remarquable $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ avec $a=t$ et $b=3$ :

$(t-3)^2=t^2-2\times 3\times t+3^2=t^2-6t+9$.

Donc $f(t)=\mathrm{e}^t\left(t^2-6t+9\right)=\mathrm{e}^t(t-3)^2$.

Signe de $f$ : pour tout réel $t$, $\mathrm{e}^t>0$ et $(t-3)^2\geqslant 0$ (un carré est positif ou nul). Le produit est donc positif ou nul : $f(t)\geqslant 0$ sur $\mathbb{R}$, avec $f(t)=0$ uniquement pour $t=3$.

### Question B.2

$f(0)=\mathrm{e}^0(0-3)^2=1\times 9=9$.

Interprétation : à l'instant initial, quand on introduit l'antibiotique, la densité de bactéries est de $9$ milliers de bactéries par millilitre, soit $9\,000$ bactéries par mL.

### Question B.3

$f$ est le produit $uv$ avec $u(t)=\mathrm{e}^t$ et $v(t)=t^2-6t+9$, donc $u'(t)=\mathrm{e}^t$ et $v'(t)=2t-6$. La formule est $(uv)'=u'v+uv'$.

$f'(t)=\mathrm{e}^t\left(t^2-6t+9\right)+\mathrm{e}^t(2t-6)$

On factorise par $\mathrm{e}^t$ :

$f'(t)=\mathrm{e}^t\left(t^2-6t+9+2t-6\right)=\mathrm{e}^t\left(t^2-4t+3\right)$.

### Question B.4.a

Comme $\mathrm{e}^t>0$, le signe de $f'(t)$ est celui du trinôme $t^2-4t+3$.

Ses racines sont $1$ et $3$ : en effet $(t-1)(t-3) = t^2 - 3t - t + 3 = t^2 - 4t + 3$. (Avec le discriminant : $\Delta = 16 - 12 = 4$, donc $t = \dfrac{4 \pm 2}{2}$.)

Le coefficient de $t^2$ est $1 > 0$ : le trinôme est positif à l'extérieur des racines et négatif entre elles.

Donc $f'(t) \geqslant 0$ sur $]-\infty\,;1]$ et sur $[3\,;+\infty[$, et $f'(t) < 0$ sur $]1\,;3[$.

On retrouve ce qu'on lit sur $\mathcal{C}'$ : la courbe est sous l'axe des abscisses entre $1$ et $3$.

**Question B.4.b**

Sur $[0\,;+\infty[$ :

- $f$ est croissante sur $[0\,;1]$, de $f(0) = 9$ à $f(1) = \mathrm{e} \times (1-3)^2 = 4\mathrm{e} \approx 10{,}8$ ;
- $f$ est décroissante sur $[1\,;3]$, de $4\mathrm{e}$ à $f(3) = \mathrm{e}^3 \times 0 = 0$ ;
- $f$ est croissante sur $[3\,;+\infty[$, à partir de $0$.

| $x$ | $0$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f$ | $9$ | ↗ | $\mathrm{e}^4$ | ↘ | $0$ | ↗ | |

Vérification : $f(3) = 0$ est bien le minimum de $f$ puisque $f \geqslant 0$.

**Le sujet complet de l'épreuve anticipée 2026 (Métropole (secours)) corrigé →**

## Exercice 15 TYPE CONTRÔLE Étude complète d'une fonction ●●●

**1.** $x^2+2 \geqslant 2 > 0$ : le dénominateur ne s'annule jamais.

**2.**

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{2\left(x^2+2\right)-(2x-1)\times 2x}{\left(x^2+2\right)^2} \\ &= \frac{-2x^2+2x+4}{\left(x^2+2\right)^2} = \frac{-2\left(x^2-x-2\right)}{\left(x^2+2\right)^2} \\ &= \frac{-2(x-2)(x+1)}{\left(x^2+2\right)^2} \end{aligned}$$

**3.** Le signe de $f'$ est celui de $-2(x-2)(x+1)$, positif entre $-1$ et $2$. $f(-1)=-1$ et $f(2)=\frac{1}{2}$.

| $x$ | $-\infty$ | $-1$ | $2$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | ↘ | $-1$ | ↗ $1/2$ | ↘ |

**4.** Sur $[-1\,;2]$, $f$ est croissante, donc $f(-1) \leqslant f(x) \leqslant f(2) : -1 \leqslant f(x) \leqslant \frac{1}{2}$.

**5.** $f(0)=-\frac{1}{2}$ et $f'(0)=\frac{4}{4}=1 : y=x-\frac{1}{2}$.



La méthode pas à pas est dans la fiche magique **« Dérivées et variations »** (Les fiches magiques 1re spé maths, page 44).

## Exercice 16 TYPE CONTRÔLE La canette la plus économique ●●●

1. $\pi r^2 h = 250$, donc $h = \dfrac{250}{\pi r^2}$.

2. Deux disques : $2\pi r^2$. Paroi : rectangle de longueur $2\pi r$ et de hauteur $h$, soit
$2\pi r h = 2\pi r \times \dfrac{250}{\pi r^2} = \dfrac{500}{r}$.

3. $S'(r) = 4\pi r - \dfrac{500}{r^2} = \dfrac{4\pi r^3 - 500}{r^2} = \dfrac{4\left(\pi r^3 - 125\right)}{r^2}$.

4. $S'(r)$ a le signe de $\pi r^3 - 125$, positif quand $r^3 > \dfrac{125}{\pi}$, soit $r > r_0 \approx 3{,}41$. **$S$ est décroissante sur $]0\,;r_0]$ et croissante sur $[r_0\,;+\infty[$.**

5. Minimum pour $r \approx 3{,}41$ **cm** et $h = \dfrac{250}{\pi r_0^2}$. Or $\pi r_0^3 = 125$, donc $h = \dfrac{250\,r_0}{\pi r_0^3} = \dfrac{250\,r_0}{125} = 2r_0$ : $h \approx 6{,}83$ **cm, la hauteur est égale au diamètre**.



La méthode pas à pas est dans la fiche magique **« Dérivées et variations »** (Les fiches magiques 1re spé maths, page 44).

LES FICHES MAGIQUES 1RE SPÉ MATHS

# Révise toute la première avec les fiches magiques




- **40 fiches claires et illustrées** : tout le programme de spécialité maths de première, une notion par page.
- **Des vidéos méthode** accessibles par QR code sur les fiches.
- **Des exercices corrigés** après chaque fiche pour vérifier que tout est acquis.

campusxyz.fr/produit/les-fiches-magiques-1re