## Exercice 1 — Développer et réduire ●○○

Développe et réduis.

$A = 3(2x - 5)$

$B = -2x(x + 4)$

$C = (x + 3)(x - 2)$

$D = (2x - 1)(3x + 4)$

## Exercice 2 — Développer avec les identités remarquables ●○○

Développe à l'aide des identités remarquables.

$A = (x + 5)^2$

$B = (3x - 2)^2$

$C = (2x + 7)(2x - 7)$

$D = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2$

## Exercice 3 — Calcul mental malin ●○○

Calcule sans calculatrice, à l'aide d'une identité remarquable.

**a.** $101^2$

**b.** $99^2$

**c.** $51 \times 49$

**d.** $1\,002 \times 998$

## Exercice 4 Factoriser avec un facteur commun ●●○

Factorise.

$A = 6x^2 - 9x$

$B = (x+1)(2x-3) + (x+1)(x+4)$

$C = (2x-1)^2 - (2x-1)(x+3)$

## Exercice 5 Factoriser avec les identités remarquables ●●○

Factorise.

$A = x^2 - 10x + 25$

$B = 4x^2 - 9$

$C = 9x^2 + 12x + 4$

$D = (x+1)^2 - 16$

## Exercice 6 — Trois formes d'une même expression ●●○

Soit $E = (x-1)^2 - 4$.

**a.** Développe et réduis $E$, puis factorise-la.

**b.** En choisissant la forme la plus adaptée, calcule $E$ pour $x = 0$, $x = 1$ et $x = 3$.

**c.** Résous $E = 0$, puis $E = -3$.

## Exercice 7 — Expressions fractionnaires ●●○

Écris chaque expression sous la forme d'un seul quotient ($x$ est différent des valeurs interdites).

$$A = \frac{1}{x} + \frac{2}{x+1} \qquad B = 3 - \frac{2}{x-1}$$

$$C = \frac{x}{x-2} - \frac{1}{x}$$

## Exercice 8 Démontrer une identité ●●○

**a.** Démontre que, pour tous réels $a$ et $b$ : $(a+b)^2-(a-b)^2=4ab$.

**b.** Utilise ce résultat pour calculer $1\,001^2-999^2$ de tête.

## Exercice 9 Un programme de calcul ●●○

On considère ce programme :

```
Choisir un entier n
Calculer le carré de l'entier suivant
Soustraire le carré de n
```

**a.** Applique le programme à $3$, puis à $10$.

**b.** Démontre que le résultat est toujours un nombre impair.

## Exercice 10 — Une aire en fonction de x ●●○

Dans un carré de côté $x + 3$, on découpe un rectangle de dimensions $x$ et $x - 1$ ($x > 1$, en cm).

**a.** Exprime l'aire $\mathcal{A}(x)$ restante sous forme développée et réduite.

**b.** Pour quelle valeur de $x$ l'aire restante vaut-elle $30$ cm$^2$ ?

## Exercice 11 — Une différence de carrés ●●○

**a.** Calcule $5^2 - 3^2$, $8^2 - 6^2$, $12^2 - 10^2$.

**b.** Démontre que, pour tout entier $n$, $(n+1)^2 - (n-1)^2$ est un multiple de $4$.

## Exercice 12 Simplifier des quotients ●●●

**a.** Pour $x \neq -2$, simplifie $\dfrac{x^2-4}{x+2}$.

**b.** Pour $x \neq 1$ et $x \neq -1$, montre que $\dfrac{1}{x-1} - \dfrac{1}{x+1} = \dfrac{2}{x^2-1}$.

**c.** Déduis-en la valeur de $\dfrac{1}{99} - \dfrac{1}{101}$ sous forme de fraction.

**Exercice 13** TYPE CONTRÔLE **Développer ou factoriser : choisir la forme** ●●●

On considère l'expression $E = (2x+1)^2 - (x+3)^2$.

1. Développe et réduis $E$.
2. Factorise $E$.
3. En choisissant à chaque fois la forme la plus adaptée :

a. calcule $E$ pour $x = 0$, puis pour $x = \sqrt{2}$ ;

b. résous l'équation $E = 0$ ;

c. résous l'équation $E = -8$.

**Exercice 14** TYPE CONTRÔLE **Des preuves avec le calcul littéral** ●●●

$n$ désigne un nombre entier.

1. Calcule $(n+1)^2 - n^2$. Déduis-en que la différence des carrés de deux entiers consécutifs est toujours un nombre impair.
2. Sans calculatrice, calcule $1\,001^2 - 999^2$, puis $51^2 - 50^2$.
3. Teste avec trois exemples : on multiplie deux nombres impairs consécutifs et on ajoute $1$. Que remarques-tu ?
4. Les deux nombres impairs s'écrivent $2n+1$ et $2n+3$. Démontre que $(2n+1)(2n+3)+1 = 4(n+1)^2$. Conclus.

**Exercice 15** TYPE CONTRÔLE **L'aire d'une figure découpée** ●●●

Dans un rectangle de longueur $2x + 5$ et de largeur $x + 3$ (en cm, avec $x > 0$), on retire un carré de côté $x + 1$ dans un coin. On note $\mathscr{A}(x)$ l'aire de la figure restante.

1. Exprime $\mathscr{A}(x)$ en fonction de $x$, sans développer.
2. Démontre que $\mathscr{A}(x) = x^2 + 9x + 14$.
3. Démontre que $\mathscr{A}(x) = (x + 2)(x + 7)$.
4. Calcule l'aire pour $x = 3$ avec les deux formes.
5. Vérifie que $x^2 + 9x - 22 = (x - 2)(x + 11)$, puis détermine $x$ pour que l'aire soit égale à $36$ cm².

## Exercice 16 TYPE CONTRÔLE Une somme astucieuse ●●●

**1.** Écris sous la forme d'un seul quotient, en précisant les valeurs interdites :

$$A = 3 + \frac{5}{x+2} \text{ et } B = \frac{2}{x} - \frac{1}{x+1}.$$

**2.** Démontre que, pour tout réel $x$ différent de $0$ et de $-1$ : $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} = \frac{1}{x(x+1)}$.

**3.** Déduis-en que $\frac{1}{1\times 2} = 1 - \frac{1}{2}$, $\frac{1}{2\times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$, et ainsi de suite.

**4.** Calcule sans calculatrice $S = \frac{1}{1\times 2} + \frac{1}{2\times 3} + \frac{1}{3\times 4} + \cdots + \frac{1}{9\times 10}$.

**5.** Quelle serait la valeur de la somme si l'on allait jusqu'à $\frac{1}{99\times 100}$ ?





LA FICHE MAGIQUE QUI VA AVEC

**« Distributivité et identités remarquables »**

Développer, factoriser et reconnaître une identité remarquable expliqués pas à pas sur une fiche.

**Les fiches magiques seconde : campusxyz.fr/produit/les-fiches-magiques-2de**

CAMPUS XYZ

# Corrigés

## Exercices sur le calcul littéral en seconde

## Exercice 1 — Développer et réduire ●○○

Chaque terme du premier facteur multiplie chaque terme du second.

$A = \mathbf{6x - 15}$

$B = \mathbf{-2x^2 - 8x}$

$C = x^2 - 2x + 3x - 6 = \mathbf{x^2 + x - 6}$

$D = 6x^2 + 8x - 3x - 4 = \mathbf{6x^2 + 5x - 4}$

## Exercice 2 — Développer avec les identités remarquables ●○○

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ; $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ; $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$.

$A = \mathbf{x^2 + 10x + 25}$

$B = \mathbf{9x^2 - 12x + 4}$

$C = \mathbf{4x^2 - 49}$

$D = \mathbf{x^2 + x + \frac{1}{4}}$

> Attention au double produit : $(3x-2)^2$ n'est pas $9x^2 - 4$.

## Exercice 3 — Calcul mental malin ●○○

a. $(100+1)^2 = 10\,000 + 200 + 1 = \mathbf{10\,201}$

b. $(100-1)^2 = 10\,000 - 200 + 1 = \mathbf{9\,801}$

c. $(50+1)(50-1) = 2\,500 - 1 = \mathbf{2\,499}$

d. $(1\,000+2)(1\,000-2) = \mathbf{999\,996}$

## Exercice 4 — Factoriser avec un facteur commun ●●○

On repère le facteur commun, on le met devant, et on écrit entre crochets ce qui reste.

- $A = 3x(2x-3)$.
- $B = (x+1)\big[(2x-3) + (x+4)\big] = \mathbf{(x+1)(3x+1)}$.
- $C = (2x-1)\big[(2x-1) - (x+3)\big] = \mathbf{(2x-1)(x-4)}$.

> Devant un « moins », on garde les parenthèses dans les crochets : $-(x+3) = -x - 3$.

## Exercice 5 — Factoriser avec les identités remarquables ●●○

$A = \mathbf{(x-5)^2}$

$B = (2x)^2 - 3^2 = \mathbf{(2x-3)(2x+3)}$

$C = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 2 + 2^2 = \mathbf{(3x+2)^2}$

$D = (x+1)^2 - 4^2 = \mathbf{(x-3)(x+5)}$

> Pour $D$ : $(x+1-4)(x+1+4) = (x-3)(x+5)$.

## Exercice 6 — Trois formes d'une même expression ●●○

**a.** Développée : $E = x^2 - 2x + 1 - 4 = \boldsymbol{x^2 - 2x - 3}$. Factorisée :
$E = (x - 1 - 2)(x - 1 + 2) = \boldsymbol{(x - 3)(x + 1)}$.

**b.** $x = 0$ (forme développée) : $-3$ ; $x = 1$ (forme initiale) : $-4$ ; $x = 3$ (forme factorisée) : $0$.

**c.** $E = 0 \iff (x - 3)(x + 1) = 0 : S = \{-1\,;\,3\}$.
$E = -3 \iff x^2 - 2x = 0 \iff x(x - 2) = 0 : S = \{0\,;\,2\}$.

## Exercice 7 — Expressions fractionnaires ●●○

On réduit au même dénominateur, comme avec des fractions de nombres.

- $A = \dfrac{(x+1) + 2x}{x(x+1)} = \boldsymbol{\dfrac{3x + 1}{x(x+1)}}$.
- $B = \dfrac{3(x-1) - 2}{x - 1} = \boldsymbol{\dfrac{3x - 5}{x - 1}}$.
- $C = \dfrac{x^2 - (x - 2)}{x(x-2)} = \boldsymbol{\dfrac{x^2 - x + 2}{x(x-2)}}$.

## Exercice 8 — Démontrer une identité ●●○

**a.**

$$\begin{aligned}(a+b)^2 - (a-b)^2 &= (a^2 + 2ab + b^2) - (a^2 - 2ab + b^2) \\ &= a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2 = 4ab\end{aligned}$$

**b.** Avec $a = 1\,000$ et $b = 1 : 4 \times 1\,000 \times 1 = \boldsymbol{4\,000}$.

## Exercice 9 — Un programme de calcul ●●○

**a.** $4^2 - 3^2 = \boldsymbol{7}$ ; $11^2 - 10^2 = \boldsymbol{21}$.

**b.** $(n+1)^2 - n^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2 = \boldsymbol{2n + 1}$ : c'est un nombre impair.

## Exercice 10 — Une aire en fonction de x ●●○

**a.**

$$\begin{aligned}\mathcal{A}(x) &= (x+3)^2 - x(x-1) \\ &= x^2 + 6x + 9 - x^2 + x \\ &= 7x + 9\end{aligned}$$

**b.** $7x + 9 = 30 \iff 7x = 21 \iff x = 3$.

## Exercice 11 — Une différence de carrés ●●○

**a.** $16, 28, 44$ : **des multiples de** $4$.

**b.** Avec $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ :

$(n+1)^2 - (n-1)^2 = \big[(n+1) - (n-1)\big]\big[(n+1) + (n-1)\big] = 2 \times 2n = \boldsymbol{4n}$.

## Exercice 12 — Simplifier des quotients ●●●

**a.** $\dfrac{(x-2)(x+2)}{x+2} = \boldsymbol{x - 2}$ (on simplifie par $x + 2 \neq 0$).

**b.** $\dfrac{(x+1) - (x-1)}{(x-1)(x+1)} = \dfrac{2}{x^2 - 1}$.

**c.** Avec $x = 100$ : $\dfrac{2}{100^2 - 1} = \boldsymbol{\dfrac{2}{9\,999}}$.

## Exercice 13 — TYPE CONTRÔLE — Développer ou factoriser : choisir la forme ●●●

**1.** Avec $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ :

$$\begin{aligned} E &= \big(4x^2 + 4x + 1\big) - \big(x^2 + 6x + 9\big) \\ &= 4x^2 + 4x + 1 - x^2 - 6x - 9 \\ &= 3x^2 - 2x - 8 \end{aligned}$$

$E = 3x^2 - 2x - 8$.

**2.** $E$ est de la forme $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ avec $a = 2x + 1$ et $b = x + 3$ :

$$\begin{aligned} E &= \big[(2x+1) - (x+3)\big]\big[(2x+1) + (x+3)\big] \\ &= (x-2)(3x+4) \end{aligned}$$

$E = (x-2)(3x+4)$.

**3a.** Forme développée : $E = 3 \times 0^2 - 2 \times 0 - 8 = \boldsymbol{-8}$ ;

$E = 3 \times 2 - 2\sqrt{2} - 8 = \boldsymbol{-2 - 2\sqrt{2}}$.

**b.** Forme factorisée : $(x-2)(3x+4) = 0 \iff x = 2$ ou $x = -\dfrac{4}{3}$. **Solutions :** $2$ **et** $-\dfrac{4}{3}$.

**c.** Forme développée : $3x^2 - 2x - 8 = -8 \iff 3x^2 - 2x = 0 \iff x(3x-2) = 0$.

**Solutions :** $0$ **et** $\dfrac{2}{3}$.

> Forme factorisée pour « $= 0$ » ; forme développée quand le terme constant disparaît d'un côté.

## Exercice 14 TYPE CONTRÔLE Des preuves avec le calcul littéral ●●●

1. $(n+1)^2 - n^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2 = \mathbf{2n+1}$. Comme $2n$ est pair, $2n+1$ est **toujours impair**.
2. Identité $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ :
   $1\,001^2 - 999^2 = (1\,001 - 999)(1\,001 + 999) = 2 \times 2\,000 = \mathbf{4\,000}$.
   Avec la question 1 ($n = 50$) : $51^2 - 50^2 = 2 \times 50 + 1 = \mathbf{101}$.
3. $1 \times 3 + 1 = 4 = 2^2$ ; $3 \times 5 + 1 = 16 = 4^2$ ; $7 \times 9 + 1 = 64 = 8^2$. **On obtient toujours un carré** (et même le carré d'un nombre pair).
4. $$\begin{aligned}(2n+1)(2n+3) + 1 &= 4n^2 + 6n + 2n + 3 + 1 \\ &= 4n^2 + 8n + 4 \\ &= 4\left(n^2 + 2n + 1\right) = 4(n+1)^2\end{aligned}$$
   $4(n+1)^2 = [2(n+1)]^2$ : **le résultat est toujours le carré du nombre pair compris entre les deux impairs** (par exemple $7 \times 9 + 1 = 8^2$).

## Exercice 15 TYPE CONTRÔLE L'aire d'une figure découpée ●●●

1. Aire du rectangle moins aire du carré : $\mathscr{A}(x) = (2x+5)(x+3) - (x+1)^2$.
2. $$\begin{aligned}\mathscr{A}(x) &= \left(2x^2 + 6x + 5x + 15\right) - \left(x^2 + 2x + 1\right) \\ &= 2x^2 + 11x + 15 - x^2 - 2x - 1 \\ &= x^2 + 9x + 14\end{aligned}$$
3. On développe la forme proposée :
   $(x+2)(x+7) = x^2 + 7x + 2x + 14 = x^2 + 9x + 14 = \mathscr{A}(x)$.
4. $3^2 + 9 \times 3 + 14 = 9 + 27 + 14 = 50$ et $(3+2)(3+7) = 5 \times 10 = 50$ : $\mathscr{A}(3) = 50$ **cm²**.
5. $(x-2)(x+11) = x^2 + 11x - 2x - 22 = x^2 + 9x - 22$.
   $$\begin{aligned}\mathscr{A}(x) = 36 &\iff x^2 + 9x + 14 = 36 \\ &\iff x^2 + 9x - 22 = 0 \\ &\iff (x-2)(x+11) = 0\end{aligned}$$
   $x = 2$ ou $x = -11$ ; or $x > 0$, donc $x = 2$. Vérification : $(2+2)(2+7) = 36$.



La méthode pas à pas est dans la fiche magique **« Distributivité et identités remarquables »** (Les fiches magiques seconde, page 24).

## Exercice 16 TYPE CONTRÔLE Une somme astucieuse ●●●

1. Pour $x \neq -2$ : $A = \dfrac{3(x+2)}{x+2} + \dfrac{5}{x+2} = \boldsymbol{\dfrac{3x+11}{x+2}}$.

   Pour $x \neq 0$ et $x \neq -1$ : $B = \dfrac{2(x+1)-x}{x(x+1)} = \boldsymbol{\dfrac{x+2}{x(x+1)}}$.

2. Même dénominateur $x(x+1)$ : $\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{x+1} = \dfrac{(x+1)-x}{x(x+1)} = \dfrac{1}{x(x+1)}$.

3. On applique l'égalité avec $x = 1$, puis $x = 2$, etc. : $\dfrac{1}{1\times 2} = \dfrac{1}{1} - \dfrac{1}{2}$, $\dfrac{1}{2\times 3} = \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{3}$...

4. On remplace chaque terme : $S = \left(1 - \dfrac{1}{2}\right) + \left(\dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{3}\right) + \cdots + \left(\dfrac{1}{9} - \dfrac{1}{10}\right)$.

   Les termes intermédiaires s'annulent deux à deux : $S = 1 - \dfrac{1}{10} = \boldsymbol{\dfrac{9}{10}}$.

5. De même, la somme vaut $1 - \dfrac{1}{100} = \boldsymbol{\dfrac{99}{100}}$.



La méthode pas à pas est dans la fiche magique **« Distributivité et identités remarquables »** (Les fiches magiques seconde, page 24).

LES FICHES MAGIQUES SECONDE

# Révise toute la seconde avec les fiches magiques




- **Plus de 40 fiches claires et illustrées** : tout le programme de seconde, une notion par page.
- **Des vidéos méthode** accessibles par QR code sur les fiches.
- **Des exercices corrigés** après chaque fiche pour vérifier que tout est acquis.

**campusxyz.fr/produit/les-fiches-magiques-2de**