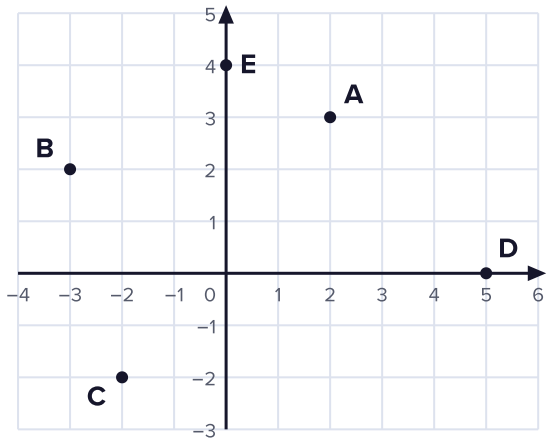
Exercices sur les coordonnées, le milieu et la distance en seconde

CAMPUS XYZ

Exercice 1 Lire des coordonnées ●○○

Lis les coordonnées des points A, B, C, D et E dans le repère orthonormé.



Exercice 2 Le milieu d'un segment ●○○

Calcule les coordonnées du milieu M de $[AB]$, puis du milieu N de $[CD]$.

a. $A(2\,;\,5)$ et $B(-4\,;\,1)$

b. $C(-3\,;\,-2)$ et $D(5\,;\,-6)$

Exercice 3 La distance entre deux points ●○○

Dans un repère orthonormé, calcule les distances AB et CD.

a. $A(1\,;\,2)$ et $B(4\,;\,6)$

b. $C(-2\,;\,3)$ et $D(1\,;\,-1)$

Exercice 4 La norme d'un vecteur ●○○

Calcule la norme de chaque vecteur (repère orthonormé).

a. $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\-4\end{pmatrix}$

b. $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\2\end{pmatrix}$

c. $\vec{w}\begin{pmatrix}0\\-7\end{pmatrix}$

d. $\overrightarrow{AB}$ avec $A(1\,;\,-1)$, $B(3\,;\,0)$

Exercice 5 Le symétrique d'un point ●●○

On donne $A(3\,;\,-1)$ et $I(1\,;\,2)$. Calcule les coordonnées du point B, symétrique de A par rapport à I.

Exercice 6 Un triangle isocèle ? ●●○

On donne $A(0\,;\,0)$, $B(4\,;\,0)$ et $C(2\,;\,3)$. Quelle est la nature du triangle ABC ?

Exercice 7 Un triangle rectangle ? ●●○

On donne $A(1\,;\,1)$, $B(5\,;\,3)$ et $C(3\,;\,7)$. Démontre que ABC est rectangle et isocèle.

Exercice 8 Un parallélogramme ? ●●○

On donne $A(-1\,;\,2)$, $B(3\,;\,4)$, $C(5\,;\,1)$ et $D(1\,;\,-1)$.

a. Démontre que $ABCD$ est un parallélogramme.

b. Est-ce un losange ?

Exercice 9 Des points sur un cercle ●●○

Le cercle $\mathcal{C}$ a pour centre $\Omega(2\,;\,-1)$ et pour rayon 5. Les points $A(5\,;\,3)$, $B(-2\,;\,2)$ et $C(6\,;\,1)$ sont-ils sur $\mathcal{C}$?

Exercice 10 Un rectangle ? ●●●

On donne $A(1\,;\,1)$, $B(5\,;\,3)$, $C(4\,;\,5)$ et $D(0\,;\,3)$. Démontre que $ABCD$ est un rectangle.

Exercice 11 Un point à égale distance ●●●

On donne $A(1\,;\,3)$ et $B(5\,;\,1)$. Trouve le point M de l'axe des abscisses tel que $MA = MB$.

Exercice 12 Le cercle circonscrit ●●●

On reprend le triangle ABC rectangle en B avec $A(1\,;\,1)$, $B(5\,;\,3)$ et $C(3\,;\,7)$.

Donne le centre K et le rayon r du cercle circonscrit à ABC, puis vérifie que $KB = r$.

Exercice 13 TYPE CONTRÔLE **Un losange dans un repère** ●●●

Dans un repère orthonormé (unité : le centimètre), on considère les points $A(4\,;6)$, $B(1\,;0)$ et $C(-2\,;3)$.

1. Place les points. La figure sera complétée au fur et à mesure.
2. Calcule les longueurs AB et AC. Que peut-on en déduire pour le triangle ABC ?
3. Calcule les coordonnées du milieu I de $[BC]$.
4. Calcule les coordonnées du point D, symétrique de A par rapport à I.
5. Démontre que $ABDC$ est un losange.
6. Calcule les longueurs exactes des diagonales AD et BC, puis l'aire du losange.

Exercice 14 TYPE CONTRÔLE **Du triangle rectangle au carré** ●●●

Dans un repère orthonormé, on donne $A(-1\,;1)$, $B(3\,;3)$ et $C(1\,;7)$.

1. Calcule AB^2, BC^2 et AC^2. Démontre que le triangle ABC est rectangle et isocèle. Précise en quel point.
2. Calcule les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme. Quelle est la nature exacte de $ABCD$?
3. Détermine le centre Ω et le rayon du cercle circonscrit au triangle ABC.
4. Le point $E(3\,;5)$ appartient-il à ce cercle ? Et le point D ?

Exercice 15 TYPE CONTRÔLE **Le parallélogramme des milieux** ●●●

Dans un repère orthonormé, on considère le quadrilatère $ABCD$ avec $A(-4\,;0)$, $B(2\,;-4)$, $C(6\,;2)$ et $D(-2\,;4)$. On note I, J, K et L les milieux respectifs de $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$.

1. $ABCD$ est-il un parallélogramme ? Justifie.
2. Calcule les coordonnées de I, J, K et L.
3. Démontre que $IJKL$ est un parallélogramme.
4. Calcule les coordonnées de $\overrightarrow{IJ}$ et de $\overrightarrow{AC}$. Quelle relation remarques-tu ?
5. $IJKL$ est-il un rectangle ? un losange ? Justifie.

Exercice 16 TYPE CONTRÔLE Rectangle ou carré ? ●●●

Dans un repère orthonormé, on donne $A(-3\,;1)$, $B(1\,;-1)$, $C(2\,;1)$ et $D(-2\,;3)$.

1. Démontre que $ABCD$ est un parallélogramme de deux façons : avec des vecteurs, puis avec les milieux des diagonales.
2. Calcule AC et BD. Déduis-en que $ABCD$ est un rectangle.
3. $ABCD$ est-il un carré ?
4. Calcule l'aire de $ABCD$.
5. Détermine le centre et le rayon du cercle passant par les quatre sommets.



LA FICHE MAGIQUE QUI VA AVEC

« Distance entre deux points »

Milieu, distance et norme dans un repère orthonormé expliqués pas à pas sur une fiche.

Les fiches magiques seconde : campusxyz.fr/produit/les-fiches-magiques-2de

CAMPUS XYZ

Corrigés

Exercices sur les coordonnées, le milieu et la distance en seconde

Exercices sur les coordonnées, le milieu et la distance en seconde : corrigés

CAMPUS XYZ

Exercice 1 Lire des coordonnées ●○○

On lit d'abord l'abscisse (axe horizontal), puis l'ordonnée (axe vertical).

a. $A(2\,;\,3)$

b. $B(-3\,;\,2)$

c. $C(-2\,;\,-2)$

d. $D(5\,;\,0)$

e. $E(0\,;\,4)$

Exercice 2 Le milieu d'un segment ●○○

Milieu : on fait la moyenne des abscisses et la moyenne des ordonnées.

- $x_M = \dfrac{2+(-4)}{2} = -1$ et $y_M = \dfrac{5+1}{2} = 3$: $M(-1\,;\,3)$.
- $x_N = \dfrac{-3+5}{2} = 1$ et $y_N = \dfrac{-2+(-6)}{2} = -4$: $N(1\,;\,-4)$.

Exercice 3 La distance entre deux points ●○○

$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$ (dans un repère orthonormé).

- $AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = \mathbf{5}$.
- $CD = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = \sqrt{25} = \mathbf{5}$.

Exercice 4 La norme d'un vecteur ●○○

$\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$.

a. $\sqrt{9+16} = \mathbf{5}$

b. $\sqrt{4+4} = \sqrt{8} = \mathbf{2\sqrt{2}}$

c. $\mathbf{7}$

d. $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$, $\mathbf{\sqrt{5}}$

Exercice 5 — Le symétrique d'un point ●●○

B est le symétrique de A par rapport à I, donc I **est le milieu de** $[AB]$. On note $B(x\,;\,y)$:

$$\frac{3+x}{2}=1 \iff x=-1$$
$$\frac{-1+y}{2}=2 \iff y=5$$

$B(-1\,;\,5)$.

Exercice 6 — Un triangle isocèle ? ●●○

On calcule les trois longueurs.

- $AB=\sqrt{16+0}=4$; $AC=\sqrt{4+9}=\sqrt{13}$; $BC=\sqrt{4+9}=\sqrt{13}$.

$AC=BC$: **le triangle est isocèle en** C. Il n'est pas équilatéral ($4\neq\sqrt{13}$).

Exercice 7 — Un triangle rectangle ? ●●○

On calcule les carrés des longueurs (plus simple pour Pythagore).

- $AB^2=4^2+2^2=20$; $BC^2=(-2)^2+4^2=20$; $AC^2=2^2+6^2=40$.

$AB^2+BC^2=40=AC^2$: d'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABC **est rectangle en** B. Et $AB=BC$: il est aussi **isocèle en** B.

Exercice 8 — Un parallélogramme ? ●●○

a. Milieu de $[AC]$: $\left(\frac{-1+5}{2}\,;\,\frac{2+1}{2}\right)=(2\,;\,1{,}5)$. Milieu de $[BD]$:

$\left(\frac{3+1}{2}\,;\,\frac{4-1}{2}\right)=(2\,;\,1{,}5)$.

Les diagonales ont le même milieu : $ABCD$ **est un parallélogramme**.

b. $AB^2=16+4=20$ et $BC^2=4+9=13$: deux côtés consécutifs différents, **ce n'est pas un losange**.

Exercice 9 — Des points sur un cercle ●●○

Un point M est sur le cercle si $\Omega M = 5$, c'est-à-dire $\Omega M^2 = 25$.

- $\Omega A^2 = 3^2 + 4^2 = 25$: $A \in \mathcal{C}$.
- $\Omega B^2 = (-4)^2 + 3^2 = 25$: $B \in \mathcal{C}$.
- $\Omega C^2 = 4^2 + 2^2 = 20 \neq 25$: $C \notin \mathcal{C}$ (il est à l'intérieur).

Exercice 10 — Un rectangle ? ●●●

- Milieu de $[AC]$: $(2{,}5\,;\,3)$; milieu de $[BD]$: $(2{,}5\,;\,3)$. Les diagonales ont le même milieu : $ABCD$ est un parallélogramme.
- $AC^2 = 3^2 + 4^2 = 25$ et $BD^2 = (-5)^2 + 0^2 = 25$: les diagonales ont la même longueur.

Un parallélogramme dont les diagonales ont la même longueur est **un rectangle**.

Exercice 11 — Un point à égale distance ●●●

M est sur l'axe des abscisses : $M(x\,;\,0)$. On écrit $MA^2 = MB^2$:

$$\begin{aligned}(x-1)^2 + 3^2 &= (x-5)^2 + 1^2\\ x^2 - 2x + 10 &= x^2 - 10x + 26\\ 8x &= 16\\ x &= 2\end{aligned}$$

$M(2\,;\,0)$. Vérification : $MA^2 = 1 + 9 = 10$ et $MB^2 = 9 + 1 = 10$.

Exercice 12 — Le cercle circonscrit ●●●

Le cercle circonscrit à un triangle rectangle a pour centre le **milieu de l'hypoténuse** $[AC]$.

- $K\left(\dfrac{1+3}{2}\,;\,\dfrac{1+7}{2}\right) = \boldsymbol{K(2\,;\,4)}$.
- $r = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{\sqrt{40}}{2} = \dfrac{2\sqrt{10}}{2} = \boldsymbol{\sqrt{10}}$.
- $KB = \sqrt{3^2 + (-1)^2} = \sqrt{10} = r$: B est bien sur le cercle.

Exercice 13 TYPE CONTRÔLE Un losange dans un repère ●●●

1. On place les trois points.
2. Repère orthonormé : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.
   $AB = \sqrt{(1-4)^2 + (0-6)^2} = \sqrt{9+36} = \sqrt{45}$ et
   $AC = \sqrt{(-2-4)^2 + (3-6)^2} = \sqrt{36+9} = \sqrt{45}$.
   $AB = AC$: **le triangle ABC est isocèle en A.**
3. $x_I = \dfrac{1+(-2)}{2} = -\dfrac{1}{2}$ et $y_I = \dfrac{0+3}{2} = \dfrac{3}{2}$: $I\left(-\dfrac{1}{2}\,;\,\dfrac{3}{2}\right)$.
4. I est le milieu de $[AD]$: $\dfrac{4+x_D}{2} = -\dfrac{1}{2}$ donne $x_D = -5$, et $\dfrac{6+y_D}{2} = \dfrac{3}{2}$ donne $y_D = -3$.
   $D(-5\,;-3)$.
5. Les diagonales $[AD]$ et $[BC]$ de $ABDC$ ont le même milieu I : c'est un parallélogramme. De plus, deux côtés consécutifs sont égaux ($AB = AC$) : $ABDC$ **est un losange**.
6. $AD = \sqrt{(-9)^2 + (-9)^2} = \sqrt{162} = 9\sqrt{2}$ et $BC = \sqrt{(-3)^2 + 3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$.
   Aire d'un losange $= \dfrac{\text{diagonale} \times \text{diagonale}}{2} = \dfrac{9\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}}{2} = \dfrac{27 \times 2}{2} = 27$ **cm²**.

Exercice 14 TYPE CONTRÔLE Du triangle rectangle au carré ●●●

1. $AB^2 = 4^2 + 2^2 = 20$; $BC^2 = (-2)^2 + 4^2 = 20$; $AC^2 = 2^2 + 6^2 = 40$.
   $AB^2 + BC^2 = 40 = AC^2$: d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle est rectangle en B. Comme $AB = BC$, ABC **est rectangle et isocèle en B.**
2. $ABCD$ parallélogramme $\iff \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. $\overrightarrow{AB}\,(4\,;2)$ et $\overrightarrow{DC}\,(1-x\,;7-y)$: $1-x = 4$ et $7-y = 2$, donc $D(-3\,;5)$.
   Un parallélogramme qui a un angle droit est un rectangle, et deux côtés consécutifs égaux en font un losange : $ABCD$ **est un carré**.
3. Le cercle circonscrit à un triangle rectangle a pour diamètre l'hypoténuse $[AC]$.
   Centre : $\Omega(0\,;4)$ (milieu de $[AC]$) ; **rayon :** $\dfrac{AC}{2} = \dfrac{\sqrt{40}}{2} = \dfrac{2\sqrt{10}}{2} = \sqrt{10}$.
4. $\Omega E = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$: E **est sur le cercle**.
   $\Omega D = \sqrt{(-3)^2 + 1^2} = \sqrt{10}$: D **aussi**, ce qui est normal : les quatre sommets d'un carré sont sur un même cercle.

Exercice 15 TYPE CONTRÔLE Le parallélogramme des milieux ●●●

1. $\overrightarrow{AB}\,(6\,;-4)$ et $\overrightarrow{DC}\,(8\,;-2)$: ces vecteurs sont différents, donc $ABCD$ **n'est pas un parallélogramme**.
2. $I(-1\,;-2)$, $J(4\,;-1)$, $K(2\,;3)$, $L(-3\,;2)$ (moyennes des coordonnées des extrémités).
3. $\overrightarrow{IJ}\,(5\,;1)$ et $\overrightarrow{LK}\,(5\,;1)$: $\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{LK}$, donc $IJKL$ **est un parallélogramme**.
4. $\overrightarrow{AC}\,(10\,;2)$, donc $\overrightarrow{IJ}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}$: c'est le théorème des milieux dans le triangle ABC.
5. Diagonales : $IK=\sqrt{3^2+5^2}=\sqrt{34}$ et $JL=\sqrt{(-7)^2+3^2}=\sqrt{58}$. Elles n'ont pas la même longueur : **ce n'est pas un rectangle**.
   Côtés : $IJ=\sqrt{26}$ et $JK=\sqrt{(-2)^2+4^2}=\sqrt{20}$. Deux côtés consécutifs différents : **ce n'est pas un losange**.

> Quel que soit le quadrilatère de départ, les milieux de ses côtés forment toujours un parallélogramme (théorème de Varignon).



La méthode pas à pas est dans la fiche magique **« Distance entre deux points »** (Les fiches magiques seconde, page 42).

Exercice 16 TYPE CONTRÔLE Rectangle ou carré ? ●●●

1. Vecteurs : $\overrightarrow{AB}\,(4\,;-2)$ et $\overrightarrow{DC}\,(4\,;-2)$, donc $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$.
   Milieux : $[AC]$ a pour milieu $\left(\dfrac{-3+2}{2}\,;\dfrac{1+1}{2}\right)=(-0{,}5\,;1)$ et $[BD]$ a pour milieu $\left(\dfrac{1-2}{2}\,;\dfrac{-1+3}{2}\right)=(-0{,}5\,;1)$.
   Dans les deux cas, $ABCD$ **est un parallélogramme**.
2. $AC=\sqrt{5^2+0^2}=5$ et $BD=\sqrt{(-3)^2+4^2}=\sqrt{25}=5$. Un parallélogramme dont les diagonales ont la même longueur est **un rectangle**.
3. $AB=\sqrt{16+4}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$ et $BC=\sqrt{1+4}=\sqrt{5}$. $AB\neq BC$: **ce n'est pas un carré**.
4. $\mathscr{A}=AB\times BC=2\sqrt{5}\times\sqrt{5}=\mathbf{10}$ unités d'aire.
5. Les diagonales d'un rectangle sont égales et se coupent en leur milieu : **centre** $(-0{,}5\,;1)$**, rayon** $\dfrac{5}{2}=2{,}5$.



La méthode pas à pas est dans la fiche magique **« Distance entre deux points »** (Les fiches magiques seconde, page 42).

LES FICHES MAGIQUES SECONDE

Révise toute la seconde avec les fiches magiques



- **Plus de 40 fiches claires et illustrées** : tout le programme de seconde, une notion par page.
- **Des vidéos méthode** accessibles par QR code sur les fiches.
- **Des exercices corrigés** après chaque fiche pour vérifier que tout est acquis.

campusxyz.fr/produit/les-fiches-magiques-2de