Exercice 1 Inéquations du premier degré ●○○

Résous chaque inéquation et donne l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle.

a. $3x - 2 > 7$

b. $-2x + 5 \leqslant 1$

c. $4x + 1 \geqslant 2x - 5$

d. $5 - x < 3x + 1$

Exercice 2 Quand le sens change ●○○

Résous.

a. $-3x < 12$

b. $-\dfrac{x}{2} \geqslant 3$

c. $-x > -4$

d. $\dfrac{x}{5} \leqslant -1$

Exercice 3 Est-ce une solution ? ●○○

Les nombres proposés sont-ils solutions de l'inéquation ?

a. 2 et -1 pour $x^2 - 3x + 1 < 0$

b. 0 et 4 pour $\dfrac{x+2}{x-3} \geqslant 1$

Exercice 4 Avec des parenthèses et des fractions ●●○

Résous.

a. $3(x-1) - 2(x+4) \leqslant 0$

b. $\dfrac{x+1}{2} > \dfrac{2x-1}{3}$

Exercice 5 Une double inégalité ●●○

Trouve tous les réels x tels que :

a. $-1 \leqslant 2x + 3 < 7$

b. $0 < 5 - x \leqslant 2$

Exercice 6 Inéquations avec un carré ●●○

Résous à l'aide de la courbe de la fonction carré (ou en raisonnant sur les distances à 0).

a. $x^2 \leqslant 16$ **b.** $x^2 > 1$ **c.** $x^2 < -2$

Exercice 7 Choisir un forfait ●●○

Forfait A : 15 € par mois plus 2 € par giga de données. Forfait B : 25 € par mois, données illimitées.

Pour combien de gigas x le forfait A est-il strictement moins cher ?

Exercice 8 Un périmètre limité ●●○

Un rectangle a pour largeur x et pour longueur $2x + 1$ (en cm). Son périmètre doit être inférieur à 30 cm.

Quelles valeurs peut prendre x ?

Exercice 9 Le plus grand entier ●●○

Le triple d'un entier diminué de 7 est strictement inférieur à son double augmenté de 2.

a. Écris l'inéquation vérifiée par cet entier n.

b. Quel est le plus grand entier qui convient ?

Exercice 10 — Comparer en étudiant une différence ●●●

a. Démontre que, pour tout réel a, $a^2 + 1 \geqslant 2a$ (indice : étudie $a^2 + 1 - 2a$).

b. Pour quelle valeur de a a-t-on l'égalité ?

Exercice 11 — Deux carrés à comparer ●●●

Résous l'inéquation $(x - 1)^2 \geqslant (x + 2)^2$.

Exercice 12 — Viser la moyenne ●●○

Léa a eu 8 et 11 à deux contrôles de coefficient 1. Le troisième contrôle compte double.

Quelle note x doit-elle obtenir au troisième pour avoir au moins 12 de moyenne ?

Exercice 13 TYPE CONTRÔLE **L'offre et la demande** ●●●

Le prix x d'un article, en euros, est compris entre 20 et 50. L'offre est le nombre d'articles qu'une entreprise propose au prix x : $O(x) = 30x - 400$. La demande est le nombre d'articles que les clients sont prêts à acheter au prix x : $D(x) = -20x + 1\,600$.

1. Calcule l'offre et la demande pour un prix de 30 €. Que constates-tu ?
2. Quel est le sens de variation de l'offre ? de la demande ? Est-ce logique ?
3. Le prix d'équilibre est le prix pour lequel l'offre est égale à la demande. Calcule-le.
4. Résous $O(x) > D(x)$ sur $[20\,;50]$. Interprète.
5. Pour quels prix la demande dépasse-t-elle 700 articles ? Pour quels prix l'offre est-elle comprise entre 500 et 800 articles ?

Exercice 14 TYPE CONTRÔLE **Un rectangle sous contraintes** ●●●

Un jardin rectangulaire a une largeur de x mètres et une longueur de $x + 4$ mètres. On veut que son périmètre ne dépasse pas 40 m et que son aire soit d'au moins 45 m².

1. Traduis la condition sur le périmètre par une inéquation, puis résous-la.
2. Traduis la condition sur l'aire par une inéquation. Démontre qu'elle équivaut à $x^2 + 4x - 45 \geqslant 0$.
3. Vérifie que $x^2 + 4x - 45 = (x + 9)(x - 5)$, puis résous l'inéquation de la question 2 avec un tableau de signes (avec $x > 0$).
4. Déduis-en toutes les largeurs possibles, puis les dimensions du plus grand jardin possible.

Exercice 15 TYPE CONTRÔLE **Une série d'inéquations** ●●●

Résous les inéquations suivantes. Donne les solutions sous forme d'intervalle.

a. $-3 < 2x + 1 \leqslant 7$

b. $\dfrac{x}{3} - \dfrac{x-1}{2} \geqslant 1$

c. $3 - x > 2(x - 3)$ et, en même temps, $5x - 1 \geqslant x + 3$. Quels sont les entiers solutions ?

d. $x^2 < 4x$ (attention au piège).

e. $(x-1)^2 \leqslant (x+3)^2$

Exercice 16 TYPE CONTRÔLE Un sirop plus ou moins concentré ●●●

Une bouteille contient 1 L d'un mélange à $20\,\%$ de sirop (et $80\,\%$ d'eau). On y ajoute x litres de sirop pur.

1. Quelle quantité de sirop la bouteille contient-elle au départ ? Après l'ajout ?
2. Démontre que la proportion de sirop dans le mélange est $c(x) = \dfrac{0{,}2 + x}{1 + x}$.
3. Combien de litres de sirop pur faut-il ajouter pour que le mélange contienne au moins $50\,\%$ de sirop ?
4. Même question pour au moins $90\,\%$. Que penses-tu du résultat ?
5. Peut-on obtenir un mélange à $100\,\%$ de sirop ? Justifie par le calcul.



LA FICHE MAGIQUE QUI VA AVEC

« Inéquations »

Résoudre une inéquation du premier degré et écrire les solutions en intervalle, expliqué pas à pas sur une fiche.

Les fiches magiques seconde : campusxyz.fr/produit/les-fiches-magiques-2de

CAMPUS XYZ

Corrigés

Exercices sur les inéquations en seconde

Exercices sur les inéquations en seconde : corrigés

CAMPUS XYZ

Exercice 1 — Inéquations du premier degré ●○○

On résout comme une équation, mais on **change le sens** de l'inégalité quand on multiplie ou divise par un nombre négatif.

$3x > 9$ $\quad -2x \leqslant -4$ $\quad 2x \geqslant -6$ $\quad -4x < -4$

$x > 3$ $\quad x \geqslant 2$ $\quad x \geqslant -3$ $\quad x > 1$

a. $S =]3\,;\,+\infty[$ **b.** $S = [2\,;\,+\infty[$

c. $S = [-3\,;\,+\infty[$ **d.** $S =]1\,;\,+\infty[$

Pour **a**, sur une droite graduée : on colorie à droite de 3, crochet tourné vers l'extérieur.



Exercice 2 — Quand le sens change ●○○

- On divise par $-3 < 0$: $x > -4$, $S =]-4\,;\,+\infty[$.
- On multiplie par $-2 < 0$: $x \leqslant -6$, $S =]-\infty\,;\,-6]$.
- On multiplie par -1 : $x < 4$, $S =]-\infty\,;\,4[$.
- On multiplie par $5 > 0$, le sens ne change pas : $x \leqslant -5$, $S =]-\infty\,;\,-5]$.

Exercice 3 — Est-ce une solution ? ●○○

On remplace et on vérifie si l'inégalité est vraie.

- $x = 2$: $4 - 6 + 1 = -1 < 0$, **oui**. $x = -1$: $1 + 3 + 1 = 5$, **non**.
- $x = 0$: $\dfrac{2}{-3} < 1$, **non**. $x = 4$: $\dfrac{6}{1} = 6 \geqslant 1$, **oui**.

Exercice 4 — Avec des parenthèses et des fractions ●●○

- $3x - 3 - 2x - 8 \leqslant 0 \iff x - 11 \leqslant 0 \iff x \leqslant 11$: $S =]-\infty\,;\,11]$.
- On multiplie par $6 > 0$:
  $3(x+1) > 2(2x-1) \iff 3x + 3 > 4x - 2 \iff -x > -5 \iff x < 5$:
  $S =]-\infty\,;\,5[$.

Exercice 5 — Une double inégalité ●●○

On applique les mêmes opérations aux trois membres.

$$-1 \leqslant 2x+3 < 7 \qquad 0 < 5-x \leqslant 2$$
$$-4 \leqslant 2x < 4 \qquad -5 < -x \leqslant -3$$
$$-2 \leqslant x < 2 \qquad 5 > x \geqslant 3$$

$S = [-2\,;\,2[$ et $S = [3\,;\,5[$.

Exercice 6 — Inéquations avec un carré ●●○

$x^2 \leqslant a^2$ (avec $a > 0$) équivaut à $-a \leqslant x \leqslant a$.

- $S = [-4\,;\,4]$.
- x est « loin » de 0 : $S =]-\infty\,;\,-1[\cup]1\,;\,+\infty[$.
- Un carré n'est jamais négatif : $S = \varnothing$.

Exercice 7 — Choisir un forfait ●●○

On traduit « A moins cher que B » par une inéquation :

$$\begin{aligned} 15 + 2x &< 25 \\ 2x &< 10 \\ x &< 5 \end{aligned}$$

Le forfait A est moins cher pour **moins de 5 gigas** par mois ; à 5 gigas, les deux coûtent 25 €.

Exercice 8 — Un périmètre limité ●●○

Périmètre : $2(x + 2x + 1) = 6x + 2$.

$$\begin{aligned} 6x + 2 &< 30 \\ 6x &< 28 \\ x &< \frac{14}{3} \end{aligned}$$

Une longueur est positive : $x \in \left]0\,;\,\frac{14}{3}\right[$, soit x entre 0 et environ $4{,}67$ cm.

Exercice 9 — Le plus grand entier ●●○

a. $3n - 7 < 2n + 2$.

b. $3n - 2n < 2 + 7 \iff n < 9$. Le plus grand entier est 8 (vérification : $17 < 18$).

Exercice 10 — Comparer en étudiant une différence ●●●

a. Pour comparer deux nombres, on étudie le signe de leur différence : $a^2 + 1 - 2a = (a-1)^2$.
Un carré est positif, donc $a^2 + 1 - 2a \geqslant 0$, soit $a^2 + 1 \geqslant 2a$.

b. $(a-1)^2 = 0 \iff a = 1$.

Exercice 11 — Deux carrés à comparer ●●●

On développe : les termes en x^2 disparaissent.

$$\begin{aligned} x^2 - 2x + 1 &\geqslant x^2 + 4x + 4 \\ -6x &\geqslant 3 \\ x &\leqslant -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$S = \left]-\infty\,;\,-\frac{1}{2}\right]$. Interprétation : x est plus loin de 1 que de -2, donc à gauche du milieu $-\frac{1}{2}$.

Exercice 12 — Viser la moyenne ●●○

Moyenne : $\dfrac{8 + 11 + 2x}{4}$.

$$\begin{aligned} \frac{19 + 2x}{4} &\geqslant 12 \\ 19 + 2x &\geqslant 48 \\ x &\geqslant 14{,}5 \end{aligned}$$

Elle doit obtenir **au moins** $14{,}5$.

Exercice 13 — TYPE CONTRÔLE — L'offre et la demande ●●●

1. $O(30) = 900 - 400 = \mathbf{500}$ et $D(30) = -600 + 1\,600 = \mathbf{1\,000}$. À 30 €, **la demande dépasse l'offre** : il manque des articles.
2. O est affine de coefficient $30 > 0$: **croissante**. D est affine de coefficient $-20 < 0$: **décroissante**. C'est logique : plus le prix est élevé, plus l'entreprise veut vendre, et moins les clients veulent acheter.
3. $30x - 400 = -20x + 1\,600 \iff 50x = 2\,000 \iff x = 40$. **Prix d'équilibre : 40 €** ($O(40) = D(40) = 800$ articles).
4. $30x - 400 > -20x + 1\,600 \iff 50x > 2\,000 \iff x > 40$. **Solutions :** $]40\,;\,50]$: au-delà de 40 €, il y a trop d'articles proposés (invendus).
5. $-20x + 1\,600 > 700 \iff -20x > -900 \iff x < 45$ (on divise par -20 : le sens change). **Pour un prix dans** $[20\,;\,45[$.
   $500 \leqslant 30x - 400 \leqslant 800 \iff 900 \leqslant 30x \leqslant 1\,200 \iff 30 \leqslant x \leqslant 40$. **Pour un prix dans** $[30\,;\,40]$.

Exercice 14 — TYPE CONTRÔLE — Un rectangle sous contraintes ●●●

1. $2\left(x + (x+4)\right) \leqslant 40 \iff 4x + 8 \leqslant 40 \iff 4x \leqslant 32 \iff x \leqslant 8$. Avec $x > 0$: $x \in]0\,;\,8]$.
2. $x(x+4) \geqslant 45 \iff x^2 + 4x \geqslant 45 \iff x^2 + 4x - 45 \geqslant 0$.
3. $(x+9)(x-5) = x^2 - 5x + 9x - 45 = x^2 + 4x - 45$.

x	$-\infty$		-9		5		$+\infty$
$x+9$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-5$		$-$		$-$	0	$+$	
produit		$+$	0	$-$	0	$+$	

Avec $x > 0$, l'aire convient pour $x \geqslant 5$.

4. Les deux conditions ensemble : $x \in [5\,;\,8]$. L'aire $x(x+4)$ augmente avec x : le plus grand jardin a pour largeur 8 m, soit 8 **m sur** 12 **m (**96 **m²)**, avec un périmètre de 40 m exactement.

Exercice 15 TYPE CONTRÔLE Une série d'inéquations ●●●

a. On soustrait 1 partout, puis on divise par $2 > 0$: $-4 < 2x \leqslant 6 \iff -2 < x \leqslant 3$. $]-2\,;3]$.

b. On multiplie par $6 > 0$:

$2x - 3(x-1) \geqslant 6 \iff -x + 3 \geqslant 6 \iff -x \geqslant 3 \iff x \leqslant -3$. $]-\infty\,;-3]$.

c. $3 - x > 2x - 6 \iff 9 > 3x \iff x < 3$;

$5x - 1 \geqslant x + 3 \iff 4x \geqslant 4 \iff x \geqslant 1$.

Les deux à la fois : $[1\,;3[$. Entiers solutions : 1 **et** 2.

d. On ne divise pas par x (on ne connaît pas son signe) : $x^2 - 4x < 0 \iff x(x-4) < 0$. Un produit de deux facteurs est négatif entre ses racines : $]0\,;4[$.

e. On développe : $x^2 - 2x + 1 \leqslant x^2 + 6x + 9 \iff -8x \leqslant 8 \iff x \geqslant -1$. $[-1\,;+\infty[$.

> Diviser ou multiplier par un nombre négatif change le sens ; par une expression dont on ne connaît pas le signe, c'est interdit.



La méthode pas à pas est dans la fiche magique **« Inéquations »** (Les fiches magiques seconde, page 28).

Exercice 16 TYPE CONTRÔLE Un sirop plus ou moins concentré ●●●

1. Au départ : $0{,}2 \times 1 = 0{,}2$ **L de sirop**. Après l'ajout : $0{,}2 + x$ **litres**, pour un volume total de $1 + x$ litres.

2. Proportion = quantité de sirop ÷ volume total : $c(x) = \dfrac{0{,}2 + x}{1 + x}$.

3. $1 + x > 0$, on peut multiplier sans changer le sens :

$$\frac{0{,}2 + x}{1 + x} \geqslant 0{,}5 \iff 0{,}2 + x \geqslant 0{,}5 + 0{,}5x$$
$$\iff 0{,}5x \geqslant 0{,}3 \iff x \geqslant 0{,}6$$

Il faut ajouter au moins $0{,}6$ L de sirop.

4. $0{,}2 + x \geqslant 0{,}9 + 0{,}9x \iff 0{,}1x \geqslant 0{,}7 \iff x \geqslant 7$. **Il faut au moins 7 L de sirop** : pour passer de $50\,\%$ à $90\,\%$, il faut beaucoup plus de sirop que pour passer de $20\,\%$ à $50\,\%$.

5. $\dfrac{0{,}2 + x}{1 + x} = 1 \iff 0{,}2 + x = 1 + x \iff 0{,}2 = 1$: impossible. **Non**, il reste toujours les $0{,}8$ L d'eau du départ.



La méthode pas à pas est dans la fiche magique **« Inéquations »** (Les fiches magiques seconde, page 28).

LES FICHES MAGIQUES SECONDE

Révise toute la seconde avec les fiches magiques



- **Plus de 40 fiches claires et illustrées** : tout le programme de seconde, une notion par page.
- **Des vidéos méthode** accessibles par QR code sur les fiches.
- **Des exercices corrigés** après chaque fiche pour vérifier que tout est acquis.

campusxyz.fr/produit/les-fiches-magiques-2de