Exercice 1 Calculer des valeurs absolues ●○○

Calcule sans calculatrice.

a. $|-5|$ **b.** $|3-7|$ **c.** $|2{,}4|$

d. $|\pi-4|$ **e.** $|\sqrt{2}-1|$ **f.** $-|-3|$

Exercice 2 La distance entre deux réels ●○○

Calcule la distance entre les deux nombres, puis écris-la avec une valeur absolue.

a. 3 et 7 **b.** -2 et 5 **c.** -4 et -1

d. x et 3

Exercice 3 Traduire par une distance ●○○

Traduis chaque expression par une phrase avec le mot « distance ».

a. $|x-5|$ **b.** $|x+2|$ **c.** $|x|$

d. $|x-1|=4$

Exercice 4 Équations avec une valeur absolue ●○○

Résous les équations suivantes.

a. $|x-2|=5$

b. $|x+1|=3$

c. $|x|=-1$

d. $|x-4|=0$

Exercice 5 De la valeur absolue à l'intervalle ●●○

Écris l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle et représente-le.

a. $|x-4| \leqslant 2$

b. $|x+1|<3$

c. $|x| \leqslant 5$

Exercice 6 De l'intervalle à la valeur absolue ●●○

Écris chaque intervalle sous la forme $\{x \ / \ |x - c| \leqslant r\}$ ou avec une inégalité stricte.

a. $[1\,;\,7]$ **b.** $]-5\,;\,1[$ **c.** $[-0{,}5\,;\,2{,}5]$

d. $[-3\,;\,3]$

Exercice 7 Quand la distance est grande ●●○

Résous $|x - 1| > 2$ et représente les solutions sur une droite graduée.

Exercice 8 — Écrire sans valeur absolue ●●○

a. Écris sans valeur absolue : $A = |\sqrt{3} - 2|$ et $B = |1 - \pi| + |\pi - 4|$.

b. Écris $C = |x - 5|$ sans valeur absolue, selon les valeurs de x.

Exercice 9 — Une tolérance de fabrication ●●○

Une usine fabrique des tiges de 25 mm. Une tige est acceptée si sa longueur L (en mm) vérifie $|L - 25| \leqslant 0{,}2$.

a. Traduis cette condition par un intervalle.

b. Les tiges de $24{,}7$; $24{,}85$; $25{,}2$ et $25{,}25$ mm sont-elles acceptées ?

Exercice 10 — Vrai ou faux ? ●●○

Pour tous réels a et b, dis si l'égalité est vraie. Justifie ou donne un contre-exemple.

a. $|-a| = |a|$

b. $|ab| = |a| \times |b|$

c. $|a+b| = |a| + |b|$

d. $\sqrt{a^2} = a$

Exercice 11 — Deux équations plus difficiles ●●●

a. Résous $|2x - 3| = 5$.

b. Résous $|x - 1| = |x + 3|$ en interprétant avec des distances.

Exercice 12 — Plus proche de 2 ou de 8 ? ●●●

On cherche les réels x plus proches de 2 que de 8.

a. Traduis cette condition avec des valeurs absolues.

b. Résous-la à l'aide d'une droite graduée, puis vérifie avec $x = 4$ et $x = 6$.

Exercice 13 TYPE CONTRÔLE Distances, intervalles et valeurs absolues ●●●

1. Résous en interprétant chaque expression comme une distance, puis représente les solutions sur une droite graduée :

a. $|x-3| \leqslant 2$; b. $|x+1| < 4$; c. $|x-2| \geqslant 3$; d. $|2x-6| = 4$.

2. Écris chaque intervalle sous la forme $|x-a| \leqslant r$ ou $|x-a| < r$: a. $[-2\,;6]$; b. $]-7\,;-1[$; c. $[0{,}5\,;1{,}5]$.

3. Pour quels réels x a-t-on à la fois $|x-1| \leqslant 3$ et $|x-5| \leqslant 2$?

Exercice 14 TYPE CONTRÔLE **Une somme de deux distances** ●●●

On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = |x - 2|$ et $g(x) = |x - 2| + |x + 1|$.

1. Écris $f(x)$ sans valeur absolue, selon que $x \geqslant 2$ ou $x < 2$. Dresse le tableau de variations de f et trace sa courbe.
2. Résous $f(x) = 3$, puis $f(x) \leqslant 3$.
3. Écris $g(x)$ sans valeur absolue sur chacun des intervalles $]-\infty\,;-1[$, $[-1\,;2]$ et $]2\,;+\infty[$.
4. Trace la courbe de g. Quel est le minimum de g ? Pour quels x est-il atteint ?
5. Interprète $g(x)$ comme une somme de distances et explique le résultat de la question 4 sans calcul.

Exercice 15 TYPE CONTRÔLE **Une station-service sur la route** ●●●

Une route droite est repérée par des bornes kilométriques. Le village A est au kilomètre 12 et le village B au kilomètre 30. On veut construire une station-service au kilomètre x, avec x entre 0 et 50.

1. Exprime, à l'aide de valeurs absolues, la distance d_A de la station au village A et la distance d_B au village B.
2. Où placer la station pour qu'elle soit à égale distance des deux villages ?
3. On veut que la station soit à au plus 5 km de A et à au plus 15 km de B. Traduis ces conditions et détermine les positions possibles.
4. Calcule $d_A + d_B$ pour $x = 5$, $x = 20$ et $x = 40$. Où placer la station pour que la somme des deux distances soit la plus petite possible ?

Exercice 16 TYPE CONTRÔLE Propriétés et majorations ●●●

1. Vrai ou faux ? Justifie par une preuve ou un contre-exemple.

a. Pour tout réel x, $|-x| = |x|$. Pour tous réels a et b, $|a+b| = |a| + |b|$.

c. Pour tout réel x, $\sqrt{x^2} = x$. Pour tout réel x, $|x|^2 = x^2$.

2. On sait que $|x-1| < 0{,}1$.

a. Encadre x, puis $x+1$.

b. Démontre que $|x^2-1| = |x-1| \times |x+1|$.

c. Déduis-en que $|x^2-1| < 0{,}21$. Interprète : si x est proche de 1 à $0{,}1$ près, à combien près x^2 est-il proche de 1 ?



LA FICHE MAGIQUE QUI VA AVEC

« Distance et valeur absolue »

Distance entre deux réels et lien avec les intervalles expliqués pas à pas sur une fiche.

Les fiches magiques seconde : campusxyz.fr/produit/les-fiches-magiques-2de

CAMPUS XYZ

Corrigés

Exercices sur la valeur absolue en seconde

Exercice 1 — Calculer des valeurs absolues ●○○

$|a| = a$ si $a \geqslant 0$ et $|a| = -a$ si $a < 0$: une valeur absolue est toujours positive.

a. $\mathbf{5}$

b. $\mathbf{|-4| = 4}$

c. $\mathbf{2{,}4}$

d. $\pi - 4 < 0$, donc $\mathbf{4 - \pi}$

e. $\sqrt{2} - 1 > 0$, donc $\mathbf{\sqrt{2} - 1}$

f. $\mathbf{-3}$ (le signe est à l'extérieur)

Exercice 2 — La distance entre deux réels ●○○

La distance entre a et b est $|a - b|$ (ou $|b - a|$, c'est pareil).

a. $\mathbf{|7 - 3| = 4}$

b. $\mathbf{|5 - (-2)| = 7}$

c. $\mathbf{|-1 - (-4)| = 3}$

d. $\mathbf{|x - 3|}$

Exercice 3 — Traduire par une distance ●○○

- $|x - 5|$: la **distance entre x et 5**.
- $|x + 2| = |x - (-2)|$: la **distance entre x et -2**.
- $|x|$: la **distance entre x et 0**.
- $|x - 1| = 4$: **x est à une distance 4 de 1**.

> Pour $|x + a|$, on écrit d'abord $|x - (-a)|$: la distance se mesure à $-a$.

Exercice 4 — Équations avec une valeur absolue ●○○

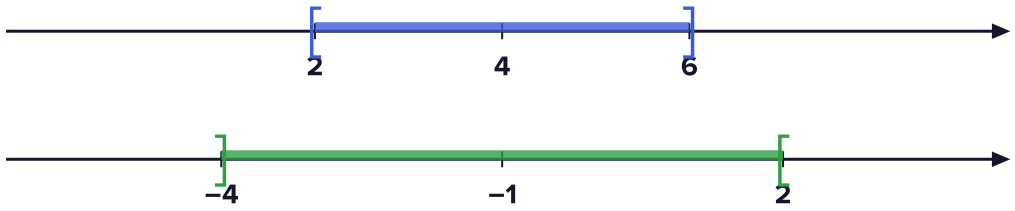
$|x - a| = r$ (avec $r > 0$) : les nombres situés à la distance r de a, soit $a - r$ et $a + r$.

- x est à distance 5 de 2 : $S = \{-3\,;\,7\}$.
- x est à distance 3 de -1 : $S = \{-4\,;\,2\}$.
- Une distance n'est jamais négative : $S = \varnothing$.
- Distance nulle : $S = \{4\}$.

Exercice 5 — De la valeur absolue à l'intervalle ●●○

$|x-a| \leqslant r \iff x \in [a-r\,;\,a+r]$: l'intervalle de centre a et de rayon r.

- Centre 4, rayon 2 : $S = [2\,;\,6]$.
- Centre -1, rayon 3, inégalité stricte : $S =]-4\,;\,2[$.
- Centre 0, rayon 5 : $S = [-5\,;\,5]$.



Exercice 6 — De l'intervalle à la valeur absolue ●●○

Centre $c = \dfrac{\text{borne gauche} + \text{borne droite}}{2}$, rayon $r = \dfrac{\text{longueur}}{2}$.

a. $c = 4, r = 3$: $|x-4| \leqslant 3$

b. $c = -2, r = 3$: $|x+2| < 3$

c. $c = 1, r = 1{,}5$: $|x-1| \leqslant 1{,}5$

d. $c = 0, r = 3$: $|x| \leqslant 3$

Exercice 7 — Quand la distance est grande ●●○

On cherche les nombres **à plus de** 2 de 1 : ceux qui sont avant $1-2=-1$ ou après $1+2=3$.



$S =]-\infty\,;\,-1[\cup]3\,;\,+\infty[$.

Exercice 8 — Écrire sans valeur absolue ●●○

a. $\sqrt{3} \approx 1{,}73 < 2$, donc $A = 2-\sqrt{3}$.
$1-\pi < 0$ et $\pi - 4 < 0$, donc $B = (\pi-1)+(4-\pi) = 3$.

b. Si $x \geqslant 5$, $x-5 \geqslant 0$ et $C = x-5$; si $x < 5$, $C = 5-x$.

Exercice 9 — Une tolérance de fabrication ●●○

a. L est à au plus $0{,}2$ de 25 : $L \in [24{,}8\,;\,25{,}2]$.

b. $24{,}7$: **refusée** ; $24{,}85$: **acceptée** ; $25{,}2$: **acceptée** (borne comprise) ; $25{,}25$: **refusée**.

Exercice 10 — Vrai ou faux ? ●●○

- $|-a| = |a|$: **vrai**, a et $-a$ sont à la même distance de 0.
- $|ab| = |a| \times |b|$: **vrai** (le signe du produit ne change pas sa « taille »).
- $|a+b| = |a| + |b|$: **faux**, avec $a = 1$ et $b = -1$: $|0| = 0$ mais $|1| + |-1| = 2$.
- $\sqrt{a^2} = a$: **faux**, avec $a = -3$: $\sqrt{9} = 3 \neq -3$. La bonne formule est $\sqrt{a^2} = |a|$.

Exercice 11 — Deux équations plus difficiles ●●●

a. $|2x-3| = 5 \iff 2x - 3 = 5$ ou $2x - 3 = -5$, donc $x = 4$ ou $x = -1$: $S = \{-1\,;\,4\}$.

b. $|x-1| = |x-(-3)|$: x est à la même distance de 1 et de -3. C'est le milieu :

$$\frac{1+(-3)}{2} = -1.\ S = \{-1\}.$$

Exercice 12 — Plus proche de 2 ou de 8 ? ●●●

a. $|x-2| < |x-8|$.

b. Le point à égale distance de 2 et de 8 est leur milieu 5. Les nombres plus proches de 2 sont à sa gauche : $S =]-\infty\,;\,5[$.

$x = 4$: $|4-2| = 2 < |4-8| = 4$, il convient. $x = 6$: $4 > 2$, il ne convient pas.

Exercice 13 — TYPE CONTRÔLE — Distances, intervalles et valeurs absolues ●●●

$|x-a|$ est la distance entre x et a sur la droite graduée.

1a. x est à une distance d'au plus 2 de 3 : $x \in [1\,;5]$.

b. $|x+1| = |x-(-1)|$: distance à -1 strictement inférieure à 4, $x \in]-5\,;3[$.

c. Distance à 2 d'au moins 3 : $x \in]-\infty\,;-1] \cup [5\,;+\infty[$.

d. $|2x-6| = 2|x-3|$, donc $|x-3| = 2$: $x = 1$ **ou** $x = 5$.

2. Centre a = milieu de l'intervalle, rayon r = demi-longueur.

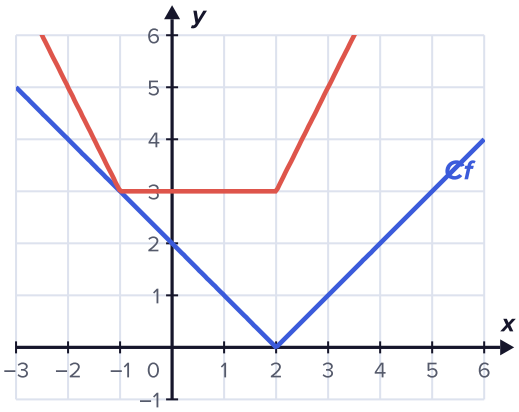
a. Centre 2, rayon 4 : $|x-2| \leqslant 4$. **b.** Centre -4, rayon 3 : $|x+4| < 3$. **c.** Centre 1, rayon $0{,}5$: $|x-1| \leqslant 0{,}5$.

3. $|x-1| \leqslant 3 \iff x \in [-2\,;4]$ et $|x-5| \leqslant 2 \iff x \in [3\,;7]$. Les deux à la fois : $x \in [3\,;4]$.

Exercice 14 TYPE CONTRÔLE Une somme de deux distances ●●●

1. Si $x \geqslant 2$, $x - 2 \geqslant 0$ et $f(x) = x - 2$; si $x < 2$, $f(x) = -(x-2) = 2 - x$. f est décroissante puis croissante, minimum 0 en 2.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$	↘	0	↗



2. Distance à 2 égale à 3 : $x = -1$ **ou** $x = 5$; au plus 3 : $x \in [-1\,;5]$.

3. On étudie le signe de $x - 2$ et de $x + 1$:

- si $x < -1$: $g(x) = (2 - x) + (-x - 1) = \mathbf{-2x + 1}$;
- si $-1 \leqslant x \leqslant 2$: $g(x) = (2 - x) + (x + 1) = \mathbf{3}$;
- si $x > 2$: $g(x) = (x - 2) + (x + 1) = \mathbf{2x - 1}$.

4. La courbe (en rouge) descend, est horizontale entre -1 et 2, puis remonte. **Le minimum de g est 3, atteint pour tout $x \in [-1\,;2]$.**

5. $g(x)$ est la somme des distances de x à 2 et de x à -1. Si x est entre -1 et 2, cette somme vaut toujours la longueur du segment, 3 ; si x est à l'extérieur, on fait un détour et la somme est plus grande.

Exercice 15 TYPE CONTRÔLE Une station-service sur la route ●●●

1. $d_A = |x - 12|$ et $d_B = |x - 30|$ (distance entre deux bornes).
2. Le point à égale distance de 12 et de 30 est le milieu : $\dfrac{12 + 30}{2} = 21$, **soit au kilomètre** 21.
3. $|x - 12| \leqslant 5 \iff x \in [7\,;17]$ et $|x - 30| \leqslant 15 \iff x \in [15\,;45]$. **La station doit être entre les kilomètres** 15 **et** 17.
4. $x = 5 : 7 + 25 = 32$; $x = 20 : 8 + 10 = 18$; $x = 40 : 28 + 10 = 38$.
   Entre les deux villages, la somme vaut toujours $30 - 12 = 18$; à l'extérieur, elle est plus grande.
   N'importe quel point entre les kilomètres 12 **et** 30 **convient** (somme minimale 18 km).



La méthode pas à pas est dans la fiche magique **« Distance et valeur absolue »** (Les fiches magiques seconde, page 12).

Exercice 16 TYPE CONTRÔLE Propriétés et majorations ●●●

1a. **Vrai** : x et $-x$ sont à la même distance de 0.

b. **Faux** : $a = 3, b = -3$ donne $|a + b| = 0$ mais $|a| + |b| = 6$. (On a seulement $|a + b| \leqslant |a| + |b|$.)

c. **Faux** : $\sqrt{(-2)^2} = \sqrt{4} = 2 \neq -2$. En fait $\sqrt{x^2} = |x|$.

d. **Vrai** : $|x|$ vaut x ou $-x$, et dans les deux cas son carré est x^2.

2a. $|x - 1| < 0{,}1 \iff 0{,}9 < x < 1{,}1$, donc $1{,}9 < x + 1 < 2{,}1$.

b. $x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$, et la valeur absolue d'un produit est le produit des valeurs absolues.

c. $x + 1 > 0$, donc $|x + 1| = x + 1 < 2{,}1$:

$$\left|x^2 - 1\right| = |x - 1| \times |x + 1| < 0{,}1 \times 2{,}1 = 0{,}21$$

x^2 **est proche de** 1 **à** $0{,}21$ **près** : l'écart est environ doublé quand on élève au carré près de 1.



La méthode pas à pas est dans la fiche magique **« Distance et valeur absolue »** (Les fiches magiques seconde, page 12).

LES FICHES MAGIQUES SECONDE

Révise toute la seconde avec les fiches magiques



- **Plus de 40 fiches claires et illustrées** : tout le programme de seconde, une notion par page.
- **Des vidéos méthode** accessibles par QR code sur les fiches.
- **Des exercices corrigés** après chaque fiche pour vérifier que tout est acquis.

campusxyz.fr/produit/les-fiches-magiques-2de