Exercice 1 — Le principe multiplicatif ●○○

a. Combien de codes à 4 chiffres (de 0000 à 9999) peut-on former ?

b. Un restaurant propose 3 entrées, 4 plats et 2 desserts. Combien de menus entrée-plat-dessert différents ?

Exercice 2 — Mots de trois lettres ●○○

On forme des « mots » de 3 lettres (pas forcément prononçables) avec les 26 lettres de l'alphabet.

a. Combien de mots peut-on former ?

b. Combien de mots ont trois lettres différentes ?

Exercice 3 — Permutations et anagrammes ●○○

a. De combien de façons peut-on ranger 5 livres différents sur une étagère ?

b. Combien d'anagrammes a le mot MATHS ?

c. Combien d'anagrammes a le mot ELLE ? (on choisira d'abord la place des deux L)

Exercice 4 — Calculer des combinaisons ●○○

Calcule :

a. $\binom{5}{2}$

b. $\binom{10}{3}$

c. $\binom{8}{0}$

d. $\binom{32}{5}$ (à la calculatrice)

Exercice 5 — Des mains de 5 cartes ●●○

On tire simultanément 5 cartes d'un jeu de 32 cartes (dont 4 as).

a. Combien de mains différentes peut-on obtenir ?

b. Combien de mains contiennent exactement 2 as ?

c. Combien de mains contiennent au moins un as ?

Exercice 6 — Former un comité ●●○

Une association compte 12 membres : 5 femmes et 7 hommes.

a. Combien de comités de 4 membres peut-on former ?

b. Combien de ces comités comptent 2 femmes et 2 hommes ?

c. Combien de façons de choisir un président, un trésorier et un secrétaire (trois personnes différentes) ?

Exercice 7 — Le triangle de Pascal ●●○

a. À l'aide de la relation $\binom{n+1}{k+1} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1}$, écris les lignes $n = 0$ à $n = 6$ du triangle de Pascal.

b. Pourquoi chaque ligne est-elle symétrique ?

Exercice 8 — Combien de pizzas ? ●●○

Une pizzeria propose 10 garnitures. Une pizza est définie par l'ensemble de ses garnitures (éventuellement aucune).

a. Combien de pizzas différentes peut-on composer ?

b. Combien ont exactement 3 garnitures ?

Exercice 9 Des chemins dans un quadrillage ●●○

Dans un quadrillage, on va du point $(0\,;0)$ au point $(5\,;3)$ en faisant uniquement des pas d'une unité vers la droite ou vers le haut.

Combien de chemins différents existe-t-il ?

Exercice 10 Des octets ●●○

Un octet est une suite de 8 chiffres égaux à 0 ou 1.

a. Combien y a-t-il d'octets ?

b. Combien contiennent exactement trois 1 ?

c. Combien contiennent au moins un 1 ?

Exercice 11 Lancer quatre dés ●●●

On lance 4 dés équilibrés à 6 faces, discernables (de couleurs différentes).

a. Combien de résultats possibles ?

b. Quelle est la probabilité que les quatre dés affichent des valeurs toutes différentes ?

c. Quelle est la probabilité d'obtenir au moins un 6 ?

Exercice 12 Démontrer par le dénombrement ●●●

Soit E un ensemble à n éléments ($n \geqslant 2$) et a un élément de E.

a. En comptant séparément les parties à k éléments qui contiennent a et celles qui ne le contiennent pas, démontre que $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$.

b. En comptant de deux façons le nombre de comités de k personnes avec un président, démontre que $k\binom{n}{k} = n\binom{n-1}{k-1}$.

Exercice 13 TYPE CONTRÔLE **Les chances au loto** ●●●

Une grille de loto consiste à choisir 5 numéros parmi 49 et 1 numéro « chance » parmi 10.

1. Combien de grilles différentes existe-t-il ?
2. Quelle est la probabilité de gagner le gros lot avec une grille (les 5 bons numéros et le bon numéro chance) ?
3. Combien de choix de 5 numéros contiennent exactement 3 des 5 numéros gagnants ? Déduis-en la probabilité d'avoir exactement 3 bons numéros (sans tenir compte du numéro chance).
4. Un joueur affirme : « jouer $1\,2\,3\,4\,5$ donne moins de chances que des numéros au hasard ». A-t-il raison ?

Exercice 14 TYPE CONTRÔLE La sécurité d'un mot de passe ●●●

Un mot de passe est formé de 8 caractères choisis parmi les 26 minuscules, les 26 majuscules et les 10 chiffres.

1. Combien de mots de passe différents existe-t-il ? Donne l'ordre de grandeur.
2. Combien contiennent au moins un chiffre ? Quelle proportion cela représente-t-il ?
3. Combien de mots de passe ont 8 caractères tous différents ?
4. Un ordinateur teste un milliard de mots de passe par seconde. Combien de temps lui faut-il, au pire, pour trouver le bon ?
5. Combien de temps faudrait-il pour un mot de passe de 8 minuscules ? Conclus.

Exercice 15 BAC 2025 Dénombrement et probabilités ●●●

Bac spé maths 2025, Amérique du Sud, jour 2, exercice 4

Partie A : dénombrement

On considère l'ensemble des nombres entiers relatifs **non nuls** compris entre -30 et 30 ; cet ensemble peut s'écrire ainsi : $\{-30\ ;\ -29\ ;\ -28\ ;\ \ldots -1\ ;\ 1\ ;\ \ldots\ ;\ 28\ ;\ 29\ ;\ 30\}$. Il comporte 60 éléments.

On choisit dans cet ensemble successivement et sans remise un entier relatif a puis un entier relatif c.

1. Combien de couples $(a\ ;\ c)$ différents peut-on ainsi obtenir ?

On considère l'évènement M : « l'équation $ax^2 + 2x + c = 0$ possède deux solutions réelles distinctes », où a et c sont les entiers relatifs précédemment choisis.

1. Montrer que l'évènement M a lieu si et seulement si $ac < 1$.
2. Expliquer pourquoi l'évènement contraire $\overline{M}$ comporte 1740 issues.
3. Quelle est la probabilité de l'évènement M ? On arrondira le résultat à 10^{-2}.

Partie B : équation différentielle

On considère l'équation différentielle

$$(E) : \quad y' + 10y = \left(30x^2 + 22x - 8\right) \mathrm{e}^{-5x+1} \quad \text{avec} \quad x \in \mathbb{R}$$

où y est une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

1. Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle : $y' + 10y = 0$.
2. Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

   $$f(x) = (6x^2 + 2x - 2)\mathrm{e}^{-5x+1}.$$

   On admet que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on note f' la fonction dérivée de la fonction f.

   Justifier que f est une solution particulière de (E).
3. Donner l'expression de toutes les solutions de (E).

Partie C : étude de fonction

On propose d'étudier dans cette partie la fonction f rencontrée à la partie B question 2.

On rappelle que, pour tout réel x , $f(x) = \left(6x^2 + 2x - 2\right) \mathrm{e}^{-5x+1}$.

On note f' la fonction dérivée de la fonction f. On appelle $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de f dans un repère du plan.

1. On admet que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$.

   Déterminer la limite de la fonction f en $-\infty$

2. En utilisant la partie A, montrer que $\mathcal{C}_f$ coupe l'axe des abscisses en deux points (les coordonnées de ces points ne sont pas attendues).

3. En utilisant les parties A et B, montrer que $\mathcal{C}_f$ possède deux tangentes horizontales.

4. Dresser le tableau de variation complet de la fonction f.

5. Déterminer en justifiant le nombre de solution(s) de l'équation $f(x) = 1$.

6. Pour tout réel m strictement supérieur à $0{,}2$, on définit I_m par $I_m = \displaystyle\int_{0,2}^{m} f(x)\,\mathrm{d}x$.

   a. Vérifier que la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par

   $$F(x) = \left(-\frac{6}{5}x^2 - \frac{22}{25}x + \frac{28}{125}\right)\mathrm{e}^{-5x+1}$$

   est une primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

   b. Existe-t-il une valeur de m pour laquelle $I_m = 0$?

   Interpréter graphiquement ce résultat.

Exercice 16 BAC 2024 Un QCM de dénombrement ●●○

Bac spé maths 2024, Polynésie, jour 2, exercice 2

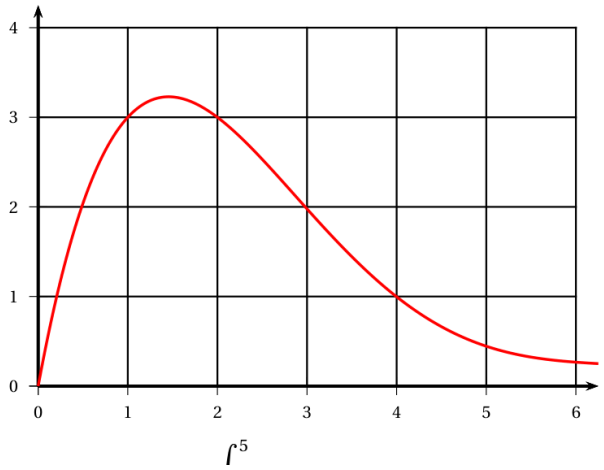
Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM) qui comprend cinq questions. Les cinq questions sont indépendantes.
*Pour chacune des questions, **une seule des quatre réponses est exacte**. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question suivi de la lettre correspondant à la réponse exacte.*
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse fausse, une réponse multiple ou une absence de réponse ne rapporte, ni n'enlève aucun point.

1. La solution f de l'équation différentielle $y' = -3y + 7$ telle que $f(0) = 1$ est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

1.1.9

A. $f(x) = \mathrm{e}^{-3x}$	**B.** $f(x) = -\dfrac{4}{3}\mathrm{e}^{-3x} + \dfrac{7}{3}$
C. $f(x) = \mathrm{e}^{-3x} + \dfrac{7}{3}$	**D.** $f(x) = -\dfrac{10}{3}\mathrm{e}^{-3x} - \dfrac{7}{3}$

2. La courbe d'une fonction f définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ est donnée ci-dessous.



f^5

Un encadrement de l'intégrale $I = \displaystyle\int_1^5 f(x)\,\mathrm{d}x$ est :

A. $0 \leqslant I \leqslant 4$	**B.** $1 \leqslant I \leqslant 5$
C. $5 \leqslant I \leqslant 10$	**D.** $10 \leqslant I \leqslant 15$

3. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^2 \ln\left(x^2 + 4\right)$.

Alors $\displaystyle\int_0^2 g'(x)\,\mathrm{d}x$ vaut, à 10^{-1} près :

A. 4,9	**B.** $8{,}3$
C. $1{,}7$	**D.** $7{,}5$



LA FICHE MAGIQUE QUI VA AVEC

« Combinaisons »

Combinaisons, coefficients binomiaux et triangle de Pascal réunis sur une seule fiche.

Les fiches magiques terminale spé maths : campusxyz.fr/produit/les-fiches-magiques-terminale

31^5 $31 \times 30 \times 29 \times 28 \times 27$ 31

CAMPUS XYZ

Corrigés

Exercices sur le dénombrement en terminale spé maths

Exercice 1 — Le principe multiplicatif ●○○

a. 10 choix pour chaque chiffre : $10^4 = 10\,000$ **codes**.

b. $3 \times 4 \times 2 = 24$ **menus**.

Exercice 2 — Mots de trois lettres ●○○

a. Ce sont des 3-uplets : $26^3 = 17\,576$ **mots**.

b. Arrangements : $26 \times 25 \times 24 = 15\,600$ **mots**.

> Ordre important et répétitions possibles : n^k (k-uplets). Ordre important sans répétition : $\dfrac{n!}{(n-k)!}$ (arrangements). Ordre sans importance : $\binom{n}{k}$ (combinaisons).

Exercice 3 — Permutations et anagrammes ●○○

a. $5! = 120$ rangements.

b. 5 lettres toutes différentes : $5! = 120$ anagrammes.

c. On choisit 2 places parmi 4 pour les L ($\binom{4}{2} = 6$ choix) ; les E occupent les deux autres. 6 **anagrammes**.

Exercice 4 — Calculer des combinaisons ●○○

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}.$$

a. $\dfrac{5 \times 4}{2} = \mathbf{10}$

b. $\dfrac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = \mathbf{120}$

c. 1 (une seule façon de ne rien choisir)

d. $201\,376$

Exercice 5 — Des mains de 5 cartes ●●○

a. Tirage simultané : l'ordre ne compte pas. $\binom{32}{5} = 201\,376$ **mains**.

b. 2 as parmi 4, puis 3 cartes parmi les 28 autres : $\binom{4}{2} \times \binom{28}{3} = 6 \times 3\,276 = 19\,656$.

c. On enlève les mains sans as : $\binom{32}{5} - \binom{28}{5} = 201\,376 - 98\,280 = 103\,096$.

> « Au moins un » : on passe presque toujours par le contraire, « aucun ».

Exercice 6 — Former un comité ●●○

a. $\binom{12}{4} = 495$.

b. $\binom{5}{2} \times \binom{7}{2} = 10 \times 21 = 210$.

c. Les rôles sont différents, l'ordre compte : $12 \times 11 \times 10 = 1\,320$.

Exercice 7 — Le triangle de Pascal ●●○

a. $1\,;1\,1\,;1\,2\,1\,;1\,3\,3\,1\,;1\,4\,6\,4\,1\,;1\,5\,10\,10\,5\,1\,;1\,6\,15\,20\,15\,6\,1$.

b. $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$: choisir les k éléments qu'on garde revient à choisir les $n-k$ qu'on laisse.

Exercice 8 — Combien de pizzas ? ●●○

a. Pour chaque garniture : oui ou non. $2^{10} = 1\,024$ **pizzas** (c'est aussi $\sum_{k=0}^{10} \binom{10}{k}$).

b. $\binom{10}{3} = 120$.

Exercice 9 — Des chemins dans un quadrillage ●●○

Un chemin compte 8 pas, dont 3 vers le haut. Il est déterminé par la place de ces 3 pas parmi les 8 : $\binom{8}{3} = 56$ **chemins**.

Exercice 10 — Des octets ●●○

a. $2^8 = 256$.

b. On choisit les 3 positions des 1 : $\binom{8}{3} = 56$.

c. Tous sauf 00000000 : 255.

Exercice 11 — Lancer quatre dés ●●●

a. $6^4 = 1\,296$ résultats, équiprobables.

b. $6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$ résultats favorables : $\dfrac{360}{1\,296} = \dfrac{5}{18} \approx 0{,}278$.

c. Sans aucun 6 : $5^4 = 625$. $1 - \dfrac{625}{1\,296} = \dfrac{671}{1\,296} \approx 0{,}518$.

Exercice 12 — Démontrer par le dénombrement ●●●

a. Parties contenant a : on choisit les $k-1$ autres éléments parmi $n-1$, soit $\binom{n-1}{k-1}$. Parties sans a : k éléments parmi $n-1$, soit $\binom{n-1}{k}$. Leur somme compte toutes les parties à k éléments : c'est **la formule de Pascal**.

b. On choisit le comité puis son président : $\binom{n}{k} \times k$. Ou le président d'abord (n choix), puis les $k-1$ autres membres : $n\binom{n-1}{k-1}$. Les deux comptes sont égaux.

Exercice 13 TYPE CONTRÔLE Les chances au loto ●●●

1. $\binom{49}{5} \times 10 = 1\,906\,884 \times 10 = 19\,068\,840$ **grilles**.
2. Une seule grille gagnante : $\dfrac{1}{19\,068\,840} \approx 5{,}2 \times 10^{-8}$.
3. 3 numéros parmi les 5 gagnants et 2 parmi les 44 autres : $\binom{5}{3} \times \binom{44}{2} = 10 \times 946 = \mathbf{9\,460}$. Probabilité : $\dfrac{9\,460}{1\,906\,884} \approx 0{,}005$, environ 1 chance sur 200.
4. **Non** : chaque combinaison a exactement la même probabilité, $\dfrac{1}{1\,906\,884}$ pour les 5 numéros.

Exercice 14 TYPE CONTRÔLE La sécurité d'un mot de passe ●●●

1. $62^8 \approx 2{,}18 \times 10^{14}$.
2. On enlève ceux sans chiffre : $62^8 - 52^8 \approx 1{,}65 \times 10^{14}$, soit **environ** $75{,}5\,\%$.
3. Arrangements : $62 \times 61 \times \cdots \times 55 = \dfrac{62!}{54!} \approx 1{,}36 \times 10^{14}$.
4. $\dfrac{2{,}18 \times 10^{14}}{10^9} \approx 2{,}18 \times 10^5$ s, soit **environ** 61 **heures**.
5. $26^8 \approx 2{,}09 \times 10^{11}$, soit **environ** $3{,}5$ **minutes** : varier les types de caractères multiplie la sécurité par plus de $1\,000$.



La méthode pas à pas est dans la fiche magique **« Combinaisons »** (Les fiches magiques terminale spé maths, page 82).

Exercice 15 BAC 2025 **Dénombrement et probabilités** ●●●

Partie A : dénombrement

On considère l'ensemble des nombres entiers relatifs **non nuls** compris entre -30 et 30 ; cet ensemble peut s'écrire ainsi : { $-30\ ;\ -29\ ;\ -28\ ;\ \ldots -1\ ;\ 1\ ;\ \ldots\ ;\ 28\ ;\ 29\ ;\ 30$}. Il comporte 60 éléments.

On choisit dans cet ensemble successivement et sans remise un entier relatif a puis un entier relatif c.

1. On peut choisir comme premier terme du couple entre 60 entiers ; comme il n'y a pas de remise et que $(a\ ;\ b) \neq (b\ ;\ a)$, le deuxième terme peut être choisi entre 59 entiers.

   On peut donc obtenir $60 \times 59 = 3540$ couples différents.

1. L'équation a deux racines si le déterminant est supérieur à zéro, donc si :

   $\Delta = 4 - 4ac > \iff (4(1 - ac) > \iff 1 - ac > 0 \iff ac < 1.$

2. Il faut donc trouver le nombre de couples vérifiant $ac \geqslant 1$, mais en fait $ac > 1$ puisque l'on ne peut avoir $(-1\ ;\ -1)$ ni (1 ; 1).

   Si l'on choisit en premier un entier négatif (30 choix) le second terme sera choisi dans les 29 entiers négatifs restant, soit $30 \times 29 = 870$ couples ;

   Même chose si les deux termes choisis sont positifs, soit 870 couples.

   L'évènement $\overline{M}$ sera réalisé pour $870 + 870 = 1740$ couples.

3. D'après le résultat précédent l'évènement M sera réalisé pour $3540 - 1740 = 1800$ couples.

   Donc $p(M) = \dfrac{1800}{3540} = \dfrac{30}{59} \approx 0{,}5084$ soit 0,508 au millième près.

Partie B : équation différentielle

On considère l'équation différentielle

$$(E) : \quad y' + 10y = \left(30x^2 + 22x - 8\right)\mathrm{e}^{-5x+1} \quad \text{avec} \quad x \in \mathbb{R}$$

où y est une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

1. L'équation différentielle est équivalente à l'équation $y' = -10y$.

   On sait que les solutions de cette équation sont les fonctions définies par

   $x \longmapsto f(x) = C\mathrm{e}^{-10x}, \quad \text{avec } C \in \mathbb{R}.$

2. $f(x) = \left(6x^2 + 2x - 2\right)\mathrm{e}^{-5x+1}.$

   Étant admis que f est dérivable sur $\mathbb{R}$, on calcule :

   $f'(x) = (12x + 2)\mathrm{e}^{-5x+1} + (-5)\left(6x^2 + 2x - 2\right)\mathrm{e}^{-5x+1} = \mathrm{e}^{-5x+1}\left[12x + 2 - 30x^2 - 10x + 10)\right] = \mathrm{e}^{-5x+1}\left(-30x^2 + 2x + 12\right).$

   Alors $f'(x) + f(x) = \mathrm{e}^{-5x+1}\left(-30x^2 + 2x + 12\right) + 10\left(6x^2 + 2x - 2\right)\mathrm{e}^{-5x+1} =$

   $\mathrm{e}^{-5x+1}\left(-30x^2 + 2x + 12 + 60x^2 + 20x - 20\right) = \mathrm{e}^{-5x+1}\left(30x^2 + 22x - 8\right).$

   On a donc bien démontré que f est une solution de l'équation différentielle (E).

3. Les résultats précédents permettent d'énoncer que toutes les solutions de (E) sont la somme de f et des solutions de l'équation $y' + 10y = 0$, soit

   Toutes les solutions de (E) sont de la forme $\left(6x^2 + 2x - 2\right)\mathrm{e}^{-5x+1} + C\mathrm{e}^{-10x}$, avec $C \in \mathbb{R}$.

Partie C : étude de fonction

On rappelle que, pour tout réel x , $f(x) = \left(6x^2 + 2x - 2\right)\mathrm{e}^{-5x+1}$.

1. On admet que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$.

   On a $6x^2 + 2x - 2 = x^2\left(6 + \dfrac{2}{x} - \dfrac{2}{x^2}\right)$.

   Comme $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2}{x} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2}{x^2} = 0$, donc

   $\lim\limits_{x\to-\infty} 6 + \dfrac{2}{x} - \dfrac{2}{x^2} = 6$.

   $\lim\limits_{x\to-\infty} x^2 = +\infty$,

   Enfin on sait que $\lim\limits_{x\to-\infty} \mathrm{e}^{-5x+1} = +\infty$ on a finalement :

   $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$.

2. On sait que quel que soit le réel $-5x + 1$, $\mathrm{e}^{-5x+1} > 0$: le signe de $f(x)$ est donc celui du trinôme $6x^2 + 2x - 2$.

   Le trinôme vérifie l'évènement M puisque avec $a = 6$ et $c = -2$, $ac = -12 < 1$. Le trinôme s'annule donc pour deux réels distincts : géométriquement $\mathcal{C}_f$ coupe l'axe des abscisses en deux points.

   Non demandé : $\Delta = 4 + 48 = 52 = 4 \times 13$.

   Les racines sont donc $x_1 = \dfrac{2 + \sqrt{52}}{12} = \dfrac{1 + \sqrt{13}}{6} \approx 0{,}77$ et $x_2 = \dfrac{2 - \sqrt{52}}{12} = \dfrac{1 - \sqrt{13}}{6} \approx -0{,}43$

3. On a vu en **A . 2.** que $f'(x) = \mathrm{e}^{-5x+1}\left(-30x^2 + 2x + 12\right)$; comme on sait que quel que soit le réel $-5x + 1$, $\mathrm{e}^{-5x+1} \neq 0$, donc
   $f'(x) = 0 \iff -30x^2 + 2x + 12 = 0 \iff$
   $-15x^2 + x + 6 = 0$. Comme $\Delta = (-1)^2 - 4 \times (-15) \times 6 = 361 = 19^2 > 0$, ce trinôme s'annule pour
   $x_1 = \dfrac{-1 + 19}{-30} = -\dfrac{18}{30} = -\dfrac{3}{5}$ et $x_2 = \dfrac{-1 - 19}{-30} = \dfrac{20}{30} = \dfrac{2}{3}$.

   Aux points d'abscisse $-\dfrac{3}{5}$ et $\dfrac{2}{3}$, le nombre dérivé est nul ce qui signifie que la tangente en ces deux points est horizontale.

4. Avec $f\left(-\dfrac{3}{5}\right) \approx -56{,}8$ et $f\left(\dfrac{2}{3}\right) \approx 0{,}19$

x	$-\infty$		$-\frac{3}{5}$		$\frac{2}{3}$		$+\infty$
signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
variations de f	$+\infty$	↘	$\approx -56{,}8$	↗	$\approx 0{,}19$	↘	0

   ] [

5. Sur l'intervalle $\left]-\infty\ ;\ -\dfrac{3}{5}\right[$, la fonction f décroit de plus l'infini à environ $-56{,}8$: d'après le théorème des valeurs intermédiaires il existe un réel α de cet intervalle tel que
   $f(\alpha) = 1$.

   Sur l'intervalle $\left]-\dfrac{3}{5}\ ;\ +\infty\right[$, $f(x) \leqslant 0{,}19 < 1$: il n'existe pas de solution de l'équation $f(x) = 1$ sur cet intervalle.

   Conclusion : sur $\mathbb{R}$, l'équation $f(x) = 1$ a une solution.

6. Pour tout réel m strictement supérieur à $0{,}2$, on définit I_m par $I_m = \displaystyle\int_{0,2}^{m} f(x)\,\mathrm{d}x$.

   a. F est un produit de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$: sur cet intervalle :

   $F'(x) = \left(-\dfrac{12}{5}x - \dfrac{22}{25}\right)\mathrm{e}^{-5x+1} - 5\left(-\dfrac{6}{5}x^2 - \dfrac{22}{25}x + \dfrac{28}{125}\right)\mathrm{e}^{-5x+1} =$

$\mathrm{e}^{-5x+1}\left(-\frac{12}{5}x-\frac{22}{25}+6x^2+\frac{22}{5}x-\frac{28}{25}\right)=\left(6x^2-\frac{10}{5}x--\frac{50}{25}\right)\mathrm{e}^{-5x+1}=$

$\left(6x^2-2x+2\right)\mathrm{e}^{-5x+1}=f(x)$.

Sur $\mathbb{R}$, $F'(x)=f(x)$ montre que F est une primitive de la fonction f.

b. On a donc $I_m=\int_{0,2}^{m}f(x)\,\mathrm{d}x=[F(x)]_{0,2}^{m}=F(m)-F(0{,}2)$.

Or $F(0{,}2)=F\left(\frac{1}{5}\right)=\left(-\frac{6}{5}\times\frac{1}{25}-\frac{22}{25}\times\frac{1}{5}+\frac{28}{125}\right)\mathrm{e}^{-5\times\frac{1}{5}+1}=\left(-\frac{28}{125}+\frac{28}{125}\right)\mathrm{e}^{0}=$

$0\times1=0$.

Il faut donc résoudre l'équation $F(m)=0$ soit $\left(-\frac{6}{5}m^2-\frac{22}{25}m+\frac{28}{125}\right)\mathrm{e}^{-5m+1}=0\iff-\frac{6}{5}m^2-\frac{22}{25}m+\frac{28}{125}=0$, car quel que soit $m\in\mathbb{R}$, $\mathrm{e}^{-5m+1}>0$.

On étudie donc le trinôme $-\frac{6}{5}m^2-\frac{22}{25}m+\frac{28}{125}$ ou encore $-150m^2-110m+28$ en multipliant par 125, et en simplifiant par 2 le trinôme : $-75m^2-55m+14$.

Pour ce trinôme $\Delta=(-55)^2-4\times(-75)\times14=7225=85^2>0$.

Ce trinôme a deux racines $m_1=\frac{55+85}{-150}=-\frac{140}{150}=-\frac{14}{15}$ et $m_2=\frac{55-85}{-150}=\frac{-30}{-150}=\frac{1}{5}=0{,}2$.

La deuxième solution a déjà été trouvée ci-dessus ($F(0{,}2)=0$).

Il existe donc une autre valeur $-\frac{14}{15}$ telle que $F\left(-\frac{14}{15}\right)=0$ mais cette solution est négative alors que l'on demande une solution supérieure à 0,2 donc positive.

Interprétation graphique

On a tracé les représentations graphiques des fonctions f et F.

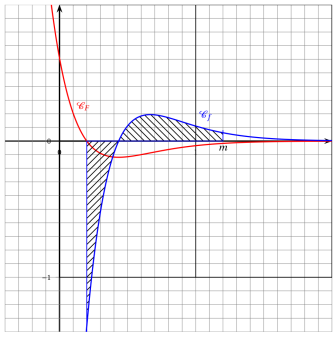
La surface limitée par la représentation graphique de f, $\mathcal{C}_f$, l'axe des abscisses et les droites verticales d'équation $x=0{,}2$ et $x=m$ est égale à l'intégrale I_m.

Cette surface se compose de deux parties :

- **c.**une première partie correspondant à l'intégrale de 0,2 à environ 0,43 (valeur qui annule f) ; la courbe étant sous l'axe des abscisses l'aire est l'opposée de l'intégrale ;
- **d.**une deuxième partie correspondant à l'intégrale de 0,43 à m ; la courbe étant au dessus de l'axe des abscisses l'aire est égale à l'intégrale.

  On a trouvé qu'il n'existe pas de valeur de m telle que I_m s'annule signifie géométriquement que quel que soit $m>0{,}2$, l'aire de la surface située au dessus de l'axe des abscisses n'est pas égale à l'aire de la surface située sous l'axe des abscisses.

  On voit aussi que pour $m>0{,}2$ aucun point de la représentation de F (en rouge) n'a une ordonnée nulle.



Le sujet complet du bac 2025 (Amérique du Sud, jour 2) corrigé →



La méthode pas à pas est dans la fiche magique **« Combinaisons »** (Les fiches magiques terminale spé maths, page 82).

Exercice 16 BAC 2024 Un QCM de dénombrement ●●○

1. La solution f de l'équation différentielle $y' = -3y + 7$ telle que $f(0) = 1$ est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

A. $f(x) = \mathrm{e}^{-3x}$	**B.** $f(x) = -\dfrac{4}{3}\mathrm{e}^{-3x} + \dfrac{7}{3}$
C. $f(x) = \mathrm{e}^{-3x} + \dfrac{7}{3}$	**D.** $f(x) = -\dfrac{10}{3}\mathrm{e}^{-3x} - \dfrac{7}{3}$

L'équation différentielle $y' = -3y$ a pour solutions les fonctions $x \longmapsto f(x) = K\mathrm{e}^{-3x}$, avec $K \in \mathbb{R}$.

La fonction $x \longmapsto \alpha$, avec $\alpha \in \mathbb{R}$ est solution de l'équation différentielle $y' = -3y + 7$ si et seulement si

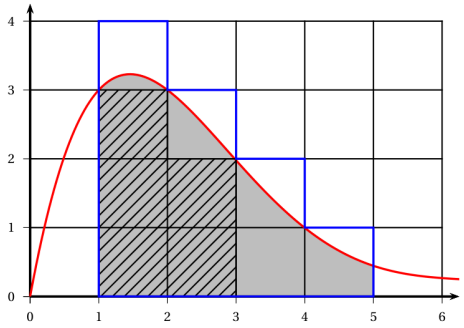
$y' = 0 = -3\alpha + 7 \iff 3\alpha = 7 \iff \alpha = \dfrac{7}{3}$.

On sait qu'alors les solutions de l'équation différentielle $y' = -3y + 7$ sont les fonctions $x \longmapsto K\mathrm{e}^{-3x} + \dfrac{7}{3}$.

En particulier la fonction f solution telle que $f(0) = 1 \iff K + \dfrac{7}{3} = 1 \iff K = -\dfrac{4}{3}$.

La seule solution est donc la fonction définie par $f(x) = -\dfrac{4}{3}\mathrm{e}^{-3x} + \dfrac{7}{3}$: réponse **B.**

2. La courbe d'une fonction f définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ est donnée ci-dessous.



Le dessin est clair : la fonction est positive sur l'intervalle[1 ; 5] ; l'intégrale est (en unités d'aire) la mesure de la surface limitée par la représentation graphique de f, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 5$.

La surface grise contient les 5 carreaux hachurés et est inscrite dans le polygone de 10 unités en bleu. Réponse **C.**

3. On sait que si g' est la dérivée de g, alors g est une primitive de la fonction g', donc :

$\displaystyle\int_0^2 g'(x)\,\mathrm{d}x = \left[x^2 \ln\left(x^2+4\right)\right]_0^2 = 2^2 \ln\left(2^2+2\right) = 4\ln 4 + 4) = 4\ln 8$ ou $4\ln 2^3 = 3 \times 4\ln 2 = 12\ln 2 \approx 8{,}31$ soit 8,3 au dixième près. Réponse **B.**

4. Le nombre de groupes de 5 élèves parmi les 31 est $\binom{31}{5}$. Réponse : **D.**

5. Elle choisit 3 élèves parmi les 20 faisant SES : elle a $\binom{20}{3}$ possibilités ; ensuite dans chacun de ces cas elle choisit 2 élèves parmi les $31 - 20 = 11$ élèves qui ne font pas SES, ce qui fait $\binom{20}{3} \times \binom{11}{2}$ possibilités. Réponse **A.**

Le sujet complet du bac 2024 (Polynésie, jour 2) corrigé →

LES FICHES MAGIQUES TERMINALE SPÉ MATHS

Révise toute la terminale spé maths avec les fiches magiques



- **41 fiches claires et illustrées** : tout le programme de spécialité maths de terminale, une notion par page.
- **Des vidéos méthode** accessibles par QR code sur les fiches.
- **Des exercices corrigés** après chaque fiche pour vérifier que tout est acquis.

campusxyz.fr/produit/les-fiches-magiques-terminale

ANNALES BAC MATHS TERMINALE 2027

Prépare le bac avec les vrais sujets



- **75 sujets types** tirés des vrais sujets du bac, classés par chapitre.
- **3 bacs blancs complets** pour s'entraîner en conditions réelles.
- Des **corrigés avec la rédaction attendue**, des conseils et un aide-mémoire.

campusxyz.fr/produit/annales-bac-2027-terminale-spe-maths