Exercices sur les vecteurs, droites et plans de l'espace en terminale spé maths

CAMPUS XYZ

Exercice 1 — Points alignés ? ●○○

Dans un repère de l'espace, on donne $A(1\,;2\,;-1)$, $B(3\,;-2\,;5)$ et $C(0\,;4\,;-4)$.

a. Calcule les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$, et celles du milieu I de $[AB]$.

b. Les points A, B et C sont-ils alignés ?

Exercice 2 — Chasles dans un cube ●○○

Dans tout l'exercice, $ABCDEFGH$ est un cube : $ABCD$ est la face du bas, $EFGH$ celle du haut, avec E au-dessus de A, F au-dessus de B, etc. On utilise le repère $\left(A\,;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)$.

Simplifie chaque somme en un seul vecteur dont les extrémités sont des sommets du cube.

a. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{FG}$ **b.** $\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{DC}$ **c.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE}$

Exercice 3 — Une représentation paramétrique ●○○

Soit d la droite passant par $A(1\,;0\,;2)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(2\,;-1\,;3)$.

a. Donne une représentation paramétrique de d.

b. Les points $M(5\,;-2\,;8)$ et $N(3\,;-1\,;4)$ appartiennent-ils à d ?

Exercice 4 — Trois vecteurs coplanaires ? ●○○

On donne $\vec{u}(1\,;2\,;0)$, $\vec{v}(0\,;1\,;-1)$ et $\vec{w}(2\,;5\,;-1)$.

Montre que $\vec{w}$ s'écrit $a\vec{u}+b\vec{v}$, et conclus.

Exercice 5 Sécantes ou non coplanaires ? ●●○

On considère les droites $d_1 : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$, $d_2 : \begin{cases} x = 2 + s \\ y = 1 - s \\ z = s \end{cases}$ et $d_3 : \begin{cases} x = 1 + s \\ y = 3 - s \\ z = 1 + s \end{cases}$ (t, s réels).

a. Étudie la position relative de d_1 et d_2.

b. Étudie la position relative de d_1 et d_3.

Exercice 6 Un point dans un plan ? ●●○

On donne $A(0\,;0\,;1)$, $B(1\,;0\,;2)$, $C(0\,;2\,;1)$ et $D(2\,;4\,;3)$.

a. Montre que A, B et C définissent un plan.

b. Le point D appartient-il au plan (ABC) ?

Exercice 7 Les milieux d'un tétraèdre ●●○

$ABCD$ est un tétraèdre, I est le milieu de $[AB]$ et J celui de $[CD]$.

Montre que $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}\right)$.

Exercice 8 — Le centre de gravité d'un triangle ●●○

On donne $A(1\,;2\,;3)$, $B(-1\,;0\,;4)$ et $C(3\,;1\,;-1)$. Le point G vérifie $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$.

Montre que les coordonnées de G sont les moyennes de celles de A, B et C, et calcule-les.

Exercice 9 — Parallèles ou confondues ? ●●○

Soit $d : \begin{cases} x = 2+4t \\ y = -1-2t \\ z = 3+6t \end{cases}$ et $d' : \begin{cases} x = 1+2s \\ y = -s \\ z = 5+3s \end{cases}$.

Montre que d et d' sont parallèles. Sont-elles confondues ?

Exercice 10 — Où la droite perce-t-elle le sol ? ●●○

Soit $d : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = -2 + 4t \end{cases}$. Détermine les points d'intersection de d avec le plan (xOy) d'équation $z = 0$, puis avec le plan (yOz) d'équation $x = 0$.

Exercice 11 — La grande diagonale du cube ●●●

Dans tout l'exercice, $ABCDEFGH$ est un cube : $ABCD$ est la face du bas, $EFGH$ celle du haut, avec E au-dessus de A, F au-dessus de B, etc. On utilise le repère $\left(A\,;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)$.

a. Donne les coordonnées de B, D, G, E et C.

b. Calcule les coordonnées du centre de gravité K du triangle BDG.

c. Donne une représentation paramétrique de (EC) et montre que $K \in (EC)$.

Exercice 12 Trouver un point du plan ●●●

On donne $A(1\,;0\,;0)$, $B(0\,;1\,;0)$, $C(0\,;0\,;1)$ et $D(m\,;1\,;1)$, où m est un réel.

Pour quelle valeur de m le point D appartient-il au plan (ABC) ?

Exercice 13 TYPE CONTRÔLE **Deux droites dans un cube** ●●●

Dans tout l'exercice, $ABCDEFGH$ est un cube : $ABCD$ est la face du bas, $EFGH$ celle du haut, avec E au-dessus de A, F au-dessus de B, etc. On utilise le repère $\left(A\,;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)$.

On note I le milieu de $[AB]$ et J le milieu de $[CG]$.

1. Donne les coordonnées de E, I, D et J.
2. Donne une représentation paramétrique des droites (EI) et (DJ).
3. Les droites (EI) et (DJ) sont-elles sécantes ? coplanaires ?
4. Montre que la droite (EG) est parallèle au plan (ACH).
5. Détermine le point d'intersection de (DJ) avec le plan (EFG), d'équation $z = 1$. Est-il sur une face du cube ?

Exercice 14 TYPE CONTRÔLE **Quatre points coplanaires** ●●●

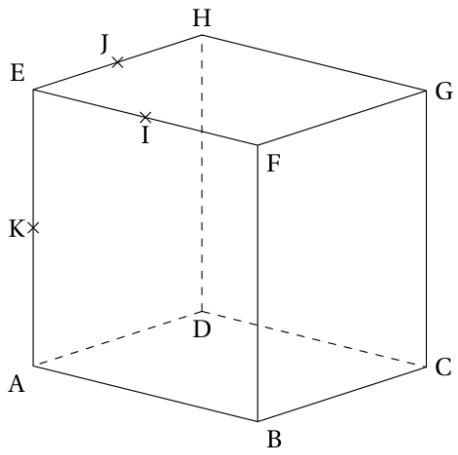
On donne $A(2\,;1\,;0)$, $B(0\,;3\,;1)$, $C(1\,;1\,;2)$ et $D(3\,;-1\,;1)$.

1. Montre que A, B et C ne sont pas alignés.
2. Montre que D appartient au plan (ABC).
3. Montre que $ABCD$ est un parallélogramme.
4. Calcule les coordonnées de son centre O.
5. Soit Δ la droite passant par O et dirigée par $\vec{u}(1\,;1\,;1)$. Détermine son intersection avec le plan d'équation $z = 0$.

Exercice 15 BAC 2026 Des milieux dans un cube ●●○

Bac spé maths 2026, Centres étrangers, jour 1, exercice 3

On considère le cube ABCDEFGH représenté ci-dessous.



On munit l'espace du repère orthonormal $\left(\text{A}; \overrightarrow{\text{AB}}, \overrightarrow{\text{AD}}, \overrightarrow{\text{AE}}\right)$.

Soit I le milieu du segment [EF], J le milieu de [EH] et K le milieu de [AE].

1. Donner les coordonnées des points I, J et K.
2.
   a. Déterminer la valeur du produit scalaire $\overrightarrow{\text{AI}} \cdot \overrightarrow{\text{AJ}}$.
   b. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{\text{IAJ}}$ arrondie au dixième de degré.
3.
   a. Démontrer que le vecteur $\overrightarrow{\text{KC}}$ est un vecteur normal au plan (AIJ).
   b. En déduire qu'une équation cartésienne du plan (AIJ) est
   $$x + y - \frac{1}{2}z = 0$$
4. Soit L le projeté orthogonal du point C sur le plan (AIJ).
   a. Déterminer les coordonnées du point L.
   b. En déduire que la distance du point C au plan (AIJ) est égale à $\frac{4}{3}$.
5. Soit M un point de la droite (FG).
   On admet que les coordonnées de M sont $(1; m; 1)$ avec m appartenant à $\mathbb{R}$.
   a. Démontrer qu'une représentation paramétrique de la droite (IM) est
   $$\begin{cases} x = \frac{1}{2}s + \frac{1}{2} \\ y = ms \\ z = 1 \end{cases} \quad \text{avec } s \in \mathbb{R}$$
   b. Peut-on affirmer que les droites (IM) et (KC) sont coplanaires quelle que soit la valeur de m ?

Exercice 16 BAC 2026 Un plan et une droite dans l'espace ●●●

Bac spé maths 2026, Polynésie, jour 2, exercice 3

Dans l'espace muni d'un repère orthonormal $\left(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$, on considère les points :

$A(-1;1;1)$, $B(1;-6;-1)$ et $C(-5;2;3)$.

1.

a. Démontrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.

b. Démontrer que le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}6\\-2\\13\end{pmatrix}$ est normal au plan (ABC).

c. En déduire que le plan (ABC) admet pour équation cartésienne :

$$6x - 2y + 13z - 5 = 0.$$

2. On considère le plan (P) d'équation cartésienne $8x - 2y - 4z + 18 = 0$.

On admet que deux plans sont perpendiculaires si leurs vecteurs normaux respectifs sont orthogonaux.

Démontrer que les plans (ABC) et (P) sont perpendiculaires.

3. Soit (d) une droite dont une représentation paramétrique est :

$$\begin{cases} x = -4 + t \\ y = -11 + 6t \\ z = 2 - t \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}.$$

Démontrer que la droite (d) intersecte le plan (ABC) en un unique point qu'on nommera E, et qui a pour coordonnées $E(-3;-5;1)$.

4. Soit $H(-2;1;0)$.

a. Montrer que H est le projeté orthogonal de A sur (d).

b. En déduire la distance du point A à la droite (d).

c. Montrer que le triangle AHE est rectangle et que son aire est égale à $\sqrt{19}$ unités d'aire.



LA FICHE MAGIQUE QUI VA AVEC

« Représentation paramétrique d'une droite »

Écrire et utiliser une représentation paramétrique, sur une seule fiche.

Les fiches magiques terminale spé maths : campusxyz.fr/produit/les-fiches-magiques-terminale

CAMPUS XYZ

Corrigés

Exercices sur les vecteurs, droites et plans de l'espace en terminale spé maths

Exercice 1 Points alignés ? ●○○

a. $\overrightarrow{AB}(2\,;-4\,;6)$, $\overrightarrow{AC}(-1\,;2\,;-3)$, $I(2\,;0\,;2)$.

b. $\overrightarrow{AC}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$: les vecteurs sont colinéaires, **les points sont alignés**.

Exercice 2 Chasles dans un cube ●○○

a. $\overrightarrow{FG}=\overrightarrow{BC}$, donc $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{\overrightarrow{AC}}$.

b. $\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{EF}$, donc $\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EF}=\boldsymbol{\overrightarrow{AF}}$.

c. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CG}=\boldsymbol{\overrightarrow{AG}}$ (diagonale du cube).

Exercice 3 Une représentation paramétrique ●○○

a. $\begin{cases}x=1+2t\\y=-t\\z=2+3t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$.

b. Pour M : $y=-2$ donne $t=2$, et alors $x=5$, $z=8$: $M\in d$. Pour N : $y=-1$ donne $t=1$, mais alors $z=5\neq 4$: $N\notin d$.

> On trouve t avec une coordonnée, puis on vérifie les deux autres.

Exercice 4 Trois vecteurs coplanaires ? ●○○

$a\vec{u}+b\vec{v}=(a\,;2a+b\,;-b)$. On veut $a=2$, $-b=-1$ soit $b=1$, et on vérifie $2a+b=5$: c'est bon. $\vec{w}=2\vec{u}+\vec{v}$ **: les trois vecteurs sont coplanaires**.

Exercice 5 Sécantes ou non coplanaires ? ●●○

Les vecteurs directeurs $(1\,;2\,;-1)$ et $(1\,;-1\,;1)$ ne sont pas colinéaires : les droites ne sont pas parallèles. On cherche un point commun.

a. $1+t=2+s$ et $2t=1-s$ donnent $t=1+s$, $2+2s=1-s$, $s=-\frac{1}{3}$, $t=\frac{2}{3}$. Troisième équation : $3-t=\frac{7}{3}$ et $s=-\frac{1}{3}$: impossible. d_1 **et** d_2 **ne sont pas coplanaires**.

b. $1+t=1+s$ donne $t=s$; $2t=3-t$ donne $t=1$; on vérifie $3-1=2=1+1$. **Sécantes au point** $(2\,;2\,;2)$.

Exercice 6 Un point dans un plan ? ●●○

a. $\overrightarrow{AB}(1\,;0\,;1)$ et $\overrightarrow{AC}(0\,;2\,;0)$ ne sont pas colinéaires : A, B, C **définissent un plan**.

b. $\overrightarrow{AD}(2\,;4\,;2)=2\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}$: les vecteurs sont coplanaires, $D\in(ABC)$.

Exercice 7 Les milieux d'un tétraèdre ●●○

Chasles de deux façons : $\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DJ}$ et $\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CJ}$. On additionne :

$2\overrightarrow{IJ}=\left(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}\right)+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}+\left(\overrightarrow{DJ}+\overrightarrow{CJ}\right)$. Les parenthèses sont nulles (I et J sont des milieux) : $\overrightarrow{IJ}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}\right)$.

Exercice 8 Le centre de gravité d'un triangle ●●○

Sur les abscisses : $(1-x)+(-1-x)+(3-x)=0$, donc $x=\frac{1-1+3}{3}$; de même pour y et z. $G\,(1\,;1\,;2)$.

Exercice 9 **Parallèles ou confondues ?** ●●○

$\vec{u}(4\,;-2\,;6) = 2\,\vec{u'}$ avec $\vec{u'}(2\,;-1\,;3)$: **les droites sont parallèles**. Le point $(2\,;-1\,;3)$ de d est-il sur d' ? $1+2s=2$ donne $s=\dfrac{1}{2}$, mais alors $y=-\dfrac{1}{2}\neq -1$. **Elles sont strictement parallèles**.

Exercice 10 **Où la droite perce-t-elle le sol ?** ●●○

- $z=0 \iff t=\dfrac{1}{2}$: **point** $\left(2\,;\dfrac{5}{2}\,;0\right)$.
- $x=0 \iff t=-\dfrac{1}{2}$: **point** $\left(0\,;\dfrac{7}{2}\,;-4\right)$.

Exercice 11 **La grande diagonale du cube** ●●●

a. $B(1\,;0\,;0), D(0\,;1\,;0), G(1\,;1\,;1), E(0\,;0\,;1), C(1\,;1\,;0)$.

b. Moyennes des coordonnées : $K\left(\dfrac{2}{3}\,;\dfrac{2}{3}\,;\dfrac{1}{3}\right)$.

c. $\overrightarrow{EC}(1\,;1\,;-1)$: $(EC) : x=t, y=t, z=1-t$. Avec $t=\dfrac{2}{3}$, on obtient K : $K\in(EC)$.

Exercice 12 **Trouver un point du plan** ●●●

$D\in(ABC) \iff \overrightarrow{AD}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$ avec $\overrightarrow{AB}(-1\,;1\,;0)$, $\overrightarrow{AC}(-1\,;0\,;1)$, $\overrightarrow{AD}(m-1\,;1\,;1)$. On obtient $\alpha=1$, $\beta=1$, puis $m-1=-\alpha-\beta=-2$: $m=-1$.

Exercice 13 TYPE CONTRÔLE **Deux droites dans un cube** ●●●

1. $E(0\,;0\,;1), I\left(\dfrac{1}{2}\,;0\,;0\right), D(0\,;1\,;0), J\left(1\,;1\,;\dfrac{1}{2}\right)$.

2. $\overrightarrow{EI}\left(\dfrac{1}{2}\,;0\,;-1\right)$: $(EI) : x=\dfrac{t}{2}, y=0, z=1-t$. $\overrightarrow{DJ}\left(1\,;0\,;\dfrac{1}{2}\right)$: $(DJ) : x=s, y=1, z=\dfrac{s}{2}$.

3. Un point commun aurait $y=0$ et $y=1$: **pas sécantes**. Les vecteurs directeurs ne sont pas colinéaires : pas parallèles. **Les droites ne sont pas coplanaires**.

4. $\overrightarrow{EG}(1\,;1\,;0)=\overrightarrow{AC}$, et $\overrightarrow{AC}$ dirige une droite du plan (ACH) : (EG) **est parallèle au plan** (ACH).

5. $\dfrac{s}{2}=1$ donne $s=2$: **point** $(2\,;1\,;1)$. Son abscisse vaut $2>1$: **il est en dehors du cube**, sur le prolongement du plan du dessus.

Exercice 14 TYPE CONTRÔLE **Quatre points coplanaires** ●●●

1. $\overrightarrow{AB}(-2\,;2\,;1)$ et $\overrightarrow{AC}(-1\,;0\,;2)$ ne sont pas colinéaires (la deuxième coordonnée de $\overrightarrow{AC}$ est nulle, pas celle de $\overrightarrow{AB}$).
2. $\overrightarrow{AD}(1\,;-2\,;1)$. On cherche $\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$: $2\alpha=-2$ donne $\alpha=-1$; $-2\alpha-\beta=1$ donne $\beta=1$; on vérifie $\alpha+2\beta=1$. $D\in(ABC)$.
3. $\overrightarrow{DC}(-2\,;2\,;1)=\overrightarrow{AB}$: $ABCD$ **est un parallélogramme**.
4. O est le milieu de $[AC]$: $O\left(\frac{3}{2}\,;1\,;1\right)$.
5. $\Delta : x=\frac{3}{2}+t, y=1+t, z=1+t$. $z=0$ pour $t=-1$: **point** $\left(\frac{1}{2}\,;0\,;0\right)$.



La méthode pas à pas est dans la fiche magique **« Représentation paramétrique d'une droite »** (Les fiches magiques terminale spé maths, page 68).

Exercice 15 BAC 2026 **Des milieux dans un cube** ●●○

1. ABCDEFGH est un cube donc, dans le repère $\left(\text{A}; \overrightarrow{\text{AB}}, \overrightarrow{\text{AD}}, \overrightarrow{\text{AE}}\right)$, on a :

$\text{A}(0;0;0)$; $\text{E}(0;0;1)$ $\text{F}(1;0;1)$ et $\text{H}(0;1;1)$.

I est le milieu du segment [EF] donc $x_I = \dfrac{x_E + x_F}{2} = \dfrac{0+1}{2} = \dfrac{1}{2}$, $y_I = \dfrac{x_E + x_F}{2} = \dfrac{0+0}{2} = 0$ et

$z_I = \dfrac{z_E + z_F}{2} = \dfrac{1+1}{2} = \dfrac{2}{2} = 1$

Donc I a pour coordonnées $\left(\dfrac{1}{2}; 0; 1\right)$

Par le même raisonnement on a : J $\left(0; \dfrac{1}{2}; 1\right)$ et K $\left(0; 0; \dfrac{1}{2}\right)$

2.

a. On a : $\overrightarrow{\text{AI}} \begin{pmatrix} x_\text{I} - x_\text{A} \\ y_\text{I} - y_\text{A} \\ z_\text{I} - z_\text{A} \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{\text{AI}} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} - 0 \\ 0 - 0 \\ 1 - 0 \end{pmatrix}$ et donc, finalement : $\overrightarrow{\text{AI}} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

De même : $\overrightarrow{\text{AJ}} \begin{pmatrix} x_\text{J} - x_\text{A} \\ y_\text{J} - y_\text{A} \\ z_\text{J} - z_\text{A} \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{\text{AJ}} \begin{pmatrix} 0 - 0 \\ \frac{1}{2} - 0 \\ 1 - 0 \end{pmatrix}$ et donc, finalement : $\overrightarrow{\text{AJ}} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$.

Comme le repère est orthonormé, le produit scalaire peut se calculer avec la formule analytique :

$\overrightarrow{\text{AI}} \cdot \overrightarrow{\text{AJ}} = \dfrac{1}{2} \times 0 + 0 \times \dfrac{1}{2} + 1 \times 1 = 1.$

b. Comme on est dans un repère orthonormé :

$\text{AI} = \sqrt{x_{\overrightarrow{\text{AI}}}^2 + y_{\overrightarrow{\text{AI}}}^2 + z_{\overrightarrow{\text{AI}}}^2} = \sqrt{\left(\dfrac{1}{2}\right)^2 + 0^2 + 1^2} = \sqrt{\dfrac{1}{4} + 0 + 1} = \sqrt{\dfrac{5}{4}} = \dfrac{\sqrt{5}}{2}.$

et de même : $\text{AJ} = \sqrt{0^2 + \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 + 1^2} = \sqrt{0\dfrac{1}{4} + 1} = \sqrt{\dfrac{5}{4}} = \dfrac{\sqrt{5}}{2}.$

L'expression trigonométrique du produit scalaire donne :

$\overrightarrow{\text{AI}} \cdot \overrightarrow{\text{AJ}} = \text{AI} \times \text{AJ} \times \cos\left(\widehat{\text{IAJ}}\right)$

donc, avec les valeurs connues :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\text{AI}} \cdot \overrightarrow{\text{AJ}} &= \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{\sqrt{5}}{2} \times \cos\left(\widehat{\text{IAJ}}\right) \\ &= \frac{5}{4} \cos\left(\widehat{\text{IAJ}}\right) \end{aligned}$$

On a donc deux expressions du même produit scalaire, ce qui donne :

$1 = \dfrac{5}{4} \cos\left(\widehat{\text{IAJ}}\right) \iff \cos\left(\widehat{\text{AIJ}}\right) = \dfrac{4}{5}$

D'où : $\widehat{\text{AIJ}} \approx 36{,}9^\circ$ au dixième de degré près.

3.

a. On a : $\overrightarrow{\text{AI}} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{\text{AJ}} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$.

Ces coordonnées ne sont pas proportionnelles, donc les vecteurs ne sont pas colinéaires.

On a : $\overrightarrow{\text{KC}} \begin{pmatrix} x_\text{C} - x_\text{K} \\ y_\text{C} - y_\text{K} \\ z_\text{C} - z_\text{K} \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{\text{KC}} \begin{pmatrix} 1 - 0 \\ 1 - 0 \\ 0 - \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ et donc, finalement : $\overrightarrow{\text{KC}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

Comme le repère est orthonormal, on va utiliser la formule analytique pour calculer les produits scalaires :

- **b.** $\overrightarrow{KC} \cdot \overrightarrow{AI} = 1 \times \frac{1}{2} + 1 \times 0 - \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$. $\overrightarrow{KC}$ et $\overrightarrow{AI}$ sont orthogonaux;
- **c.** $\overrightarrow{KC} \cdot \overrightarrow{AJ} = 1 \times 0 + 1 \times \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times (-1) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$ $\overrightarrow{KC}$ et $\overrightarrow{AJ}$ sont orthogonaux.

$\overrightarrow{KC}$ est donc orthogonal à deux vecteurs non colinéaires qui forment une base du plan (AIJ), donc il est normal au plan (AIJ).

d. Par propriété, on en déduit qu'une équation cartésienne du plan (AIJ) est de la forme

$1 \times x + 1 \times y - \frac{1}{2} \times z + d = 0$ avec $d \in \mathbb{R}$.

A étant un point du plan (AIJ), ses coordonnées doivent vérifier l'équation du plan.

$$\begin{aligned} A \in (AIJ) &\iff 1 \times 0 + 1 \times 0 - \frac{1}{2} \times 0 + d = 0 \\ &\iff 0 + d = 0 \\ &\iff d = 0 \end{aligned}$$

Une équation cartésienne du plan est donc bien $x + y - \frac{1}{2}z = 0$.

4.

a. Le vecteur $\overrightarrow{KC}$ est un vecteur normal au plan (AIJ) donc la droite (KC) est orthogonale au plan (AIJ).

Le point L, projeté orthogonal du point C sur le plan (AIJ) sera donc l'intersection du plan (AIJ) et de la droite (KC).

La droite (KC) a pour vecteur directeur le vecteur $\overrightarrow{KC}$ et passe par le point C donc une représentation paramétrique de la droite (KC) est :

$$\begin{cases} x = 1 + 1 \times t \\ y = 1 + 1 \times t \\ z = 0 - \frac{1}{2}t \end{cases} \quad \text{avec } t \in \mathbb{R}$$

L est un point de la droite (KC) donc ses coordonnées sont donc de la forme $\left(1 + t; 1 + t; -\frac{1}{2}t\right)$ avec un t réel.

Comme c'est aussi un point du plan (AIJ), ces coordonnées doivent vérifier l'équation du plan :

$$\begin{aligned} x_L + y_L - \frac{1}{2}z_L = 0 &\iff (1+t) + (1+t) - \frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{2}t\right) = 0 \\ &\iff 2t + \frac{1}{4}t = -2 \\ &\iff \frac{9}{4}t = -2 \\ &\iff t = -\frac{8}{9} \end{aligned}$$

L a donc pour coordonnées : $\left(1 - \frac{8}{9}; 1 - \frac{8}{9}; -\frac{1}{2} \times \frac{-8}{9}\right)$ soit $\left(\frac{1}{9}; \frac{1}{9}; \frac{4}{9}\right)$.

b. L est le projeté orthogonal du point C sur le plan (AIJ) donc la distance du point C au plan (AIJ) est égale à CL.

Comme on est dans un repère orthonormal :

$$\begin{aligned} CL &= \sqrt{(x_L - x_C)^2 + (y_L - y_C)^2 + (z_L - z_C)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{9} - 1\right)^2 + \left(\frac{1}{9} - 1\right)^2 + \left(\frac{4}{9} - 0\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(-\frac{8}{9}\right)^2 + \left(-\frac{8}{9}\right)^2 + \left(\frac{4}{9}\right)^2} = \sqrt{\frac{64}{81} + \frac{64}{81} + \frac{16}{81}} = \sqrt{\frac{144}{81}} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

5.

a. On a : $\overrightarrow{IM}\begin{pmatrix} x_M - x_I \\ y_M - y_I \\ z_M - z_I \end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{IM}\begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2} \\ m - 0 \\ 1 - 1 \end{pmatrix}$ et donc, finalement : $\overrightarrow{IM}\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ m \\ 0 \end{pmatrix}$.

La droite (IM) a pour vecteur directeur le vecteur $\overrightarrow{IM}$ et passe par le point I donc une représentation paramétrique de la droite (IM) est :

$$\begin{cases} x = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2} \times s \\ y = 0 + m \times s \\ z = 1 + 0 \times s \end{cases} \quad \text{avec } s \in \mathbb{R} \qquad \text{soit} \quad \begin{cases} x = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2} \times s \\ y = ms \\ z = 1 \end{cases} \quad \text{avec } s \in \mathbb{R}$$

b. Un vecteur directeur de la droite (KC) est : $\overrightarrow{\mathrm{KC}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -\dfrac{1}{2} \end{pmatrix}$ et un vecteur directeur de la droite (IM) est : $\overrightarrow{\mathrm{IM}} \begin{pmatrix} \dfrac{1}{2} \\ m \\ 0 \end{pmatrix}$.

Ces vecteurs ne sont pas colinéaires donc les droites (IM) et (KC) ne sont pas parallèles.

Recherchons un point d'intersection éventuel.

Les droites (IM) et (KC) sont sécantes si et seulement si le système (S): $\begin{cases} 1 + t = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}s \\ 1 + t = ms \\ -\dfrac{1}{2}t = 1 \end{cases}$ admet une solution.

$$\begin{cases} 1 + t = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}s \\ 1 + t = ms \\ -\dfrac{1}{2}t = 1 \end{cases} \iff \begin{cases} 2 + 2t = 1 + s \\ 1 + t = ms \\ t = -2 \end{cases} \iff \begin{cases} 2 - 4 - 1 = s \\ 1 - 2 = ms \\ t = -2 \end{cases} \iff \begin{cases} s = -3 \\ m = \dfrac{1}{3} \\ t = -2 \end{cases}$$

Le système (S) admet donc une unique solution pour $m = \dfrac{1}{3}$ et pas de solution sinon.

Les droites (IM) et (KC) sont donc coplanaires uniquement pour $m = \dfrac{1}{3}$.

Donc les droites (IM) et (KC) ne sont pas coplanaires quelle que soit la valeur de m.

Le sujet complet du bac 2026 (Centres étrangers, jour 1) corrigé →

Exercice 16 BAC 2026 **Un plan et une droite dans l'espace** ●●●

1.

a. On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\-7\\-2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-4\\1\\2\end{pmatrix}$. On voit que les coordonnées de ces deux vecteurs ne sont pas proportionnelles : les vecteurs ne sont pas colinéaires donc les points A, B et C ne sont pas alignés : ils déterminent donc un plan (ABC).

b. On a $\vec{n}\cdot\overrightarrow{AB}=12+14-26=0$; de même

$\vec{n}\cdot\overrightarrow{AB}=-24-2+26=0$.

Le vecteur $\vec{n}$ est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan (ABC) : c'est donc un vecteur normal à ce plan (ABC).

c. On sait que les coordonnées du vecteur $\vec{n}$ sont les coefficients respectifs de x, y et z dans l'équation du plan (ABC), soit

$M(x;y;z)\in(ABC)\iff 6x-2y+13z+d=0$,

avec $d\in\mathbb{R}$.

En particulier on a

$A(-1;1;1)\in ABC)\iff 6\times(-1)-2\times1+13\times1+d=0\iff -6-2+13+d=0\iff 5+d=0\iff d=-5$.

Conclusion : $M(x;y;z)\in(ABC)\iff 6x-2y+13z-5=0$.

2. Comme on l'a vu à la question précédente les coefficients respectifs de x, y et z dans l'équation du plan (P) sont les coordonnées d'un vecteur $\vec{p}$ normal à ce plan.

On a donc $\vec{p}\begin{pmatrix}8\\-2\\-4\end{pmatrix}$.

Or $\vec{n}\cdot\vec{p}=6\times8-2\times(-2)+13\times(-4)=48+4-52=0$: d'après la propriété admise les deux vecteurs normaux aux deux plans sont orthogonaux donc les deux plans sont orthogonaux.

3. La droite (d) est sécante au plan (ABC) s'il existe un point dont les coordonnées vérifient les équations paramétriques de (d) et l'équation cartésienne du plan (ABC), autrement dit si les coordonnées $(x;y;z)$ vérifient le système d'équations :

$$\begin{cases} x &= -4+t\\ y &= -11+6t\\ z &= 2-t\\ 6x-2y+13z-5 &= 0\end{cases}$$

En remplaçant x, y et z par leurs expressions en fonction de t dans la dernière équation, on obtient :

$6(-4+t)-2(-11+6t)+13(2-t)-5=0\iff -24+6t+22-12t+26-13t-5=0$,

soit enfin $19-19t=0\iff 19=19t\iff 1=t$.

En reportant cette valeur $t=1$ dans les équations paramétriques de (d), on obtient $x=-4+1=-3$, $y=-11+6=-5$, $z=2-1=1$.

La droite (d) et le plan (ABC) ont bien un point commun E$(-3;-5;1)$.

4.

a. H est le projeté orthogonal de A sur (d) si :

- **b.**H $\in(d)$, ce qui est aisé à voir en prenant la valeur $t=2$ dans les équations paramétriques de (d) qui conduit bien aux coordonnées $(-2;1;0)$ qui sont bien celles de H;
- **c.**la droite (AH) est perpendiculaire à (d) ;

Or $\overrightarrow{AH}\begin{pmatrix}-1\\0\\-1\end{pmatrix}$ et $\vec{\delta}\begin{pmatrix}1\\6\\-1\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite (d) (d'après ses équations paramétriques)

et $\overrightarrow{AH}\cdot\vec{\delta}=-1+0+1=0$, ce qui montre que les vecteurs $\overrightarrow{AH}$ et $\vec{\delta}$ sont orthogonaux donc que les droites (AH) et (d) sont perpendiculaires.

Le point H est le projeté orthogonal de A sur (d).

d. La distance du point A à la droite (d) est la distance de A à son projeté orthogonal sur la droite (d), soit la distance AH.

Des coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AH}$, on calcule AH$^2=(-1)^2+0^2+1^2=1+1=2$. Conclusion AH $=\sqrt{2}$.

e. H et E sont deux points de (d) et la droite (AH) est perpendiculaire à (d) : le triangle AHE est donc rectangle en H et son aire est égale au demi-produit des longueurs de ses côtés perpendiculaires :

$$\mathcal{A}(\text{AHE}) = \frac{\text{AH} \times \text{HE}}{2}$$

On a $\text{HE}^2 = (-3+2)^2 + (-5-1)^2 + (1-0)^2 = 1 + 36 + 1 = 38$, d'où $\text{HE} = \sqrt{38}$ et

$$\mathcal{A}(\text{AHE}) = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{38}}{2} = \frac{\sqrt{76}}{2} = \frac{\sqrt{76}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\frac{76}{4}} = \sqrt{19}.$$

Le sujet complet du bac 2026 (Polynésie, jour 2) corrigé →



La méthode pas à pas est dans la fiche magique **« Représentation paramétrique d'une droite »** (Les fiches magiques terminale spé maths, page 68).

LES FICHES MAGIQUES TERMINALE SPÉ MATHS

Révise toute la terminale spé maths avec les fiches magiques



- **41 fiches claires et illustrées** : tout le programme de spécialité maths de terminale, une notion par page.
- **Des vidéos méthode** accessibles par QR code sur les fiches.
- **Des exercices corrigés** après chaque fiche pour vérifier que tout est acquis.

campusxyz.fr/produit/les-fiches-magiques-terminale

ANNALES BAC MATHS TERMINALE 2027

Prépare le bac avec les vrais sujets



- **75 sujets types** tirés des vrais sujets du bac, classés par chapitre.
- **3 bacs blancs complets** pour s'entraîner en conditions réelles.
- Des **corrigés avec la rédaction attendue**, des conseils et un aide-mémoire.

campusxyz.fr/produit/annales-bac-2027-terminale-spe-maths