Exercices sur les probabilités conditionnelles en terminale spé maths

CAMPUS XYZ

Exercice 1 — Lire et compléter un arbre ●○○

On donne $P(A) = 0{,}3$, $P_A(B) = 0{,}8$ et $P_{\overline{A}}(B) = 0{,}4$.

a. Construis l'arbre pondéré correspondant.

b. Calcule $P(A \cap B)$, puis $P(B)$.

c. Calcule $P_B(A)$, arrondie au centième.

Exercice 2 — Un tableau croisé ●○○

Dans un lycée, sur 200 élèves de terminale, 120 sont des filles. 70 filles et 30 garçons suivent l'option maths expertes. On choisit un élève au hasard ; F : « c'est une fille », O : « il suit l'option ».

Calcule $P(O)$, $P_F(O)$ et $P_O(F)$.

Exercice 3 Indépendants ou pas ? ●○○

Dans chaque cas, dis si les évènements A et B sont indépendants.

a. $P(A) = 0{,}4$, $P(B) = 0{,}5$ et $P(A \cap B) = 0{,}2$.

b. $P(A) = 0{,}4$, $P(B) = 0{,}5$ et $P(A \cap B) = 0{,}25$.

c. $P(A) = 0{,}6$ et $P_A(B) = P(B) = 0{,}3$.

Exercice 4 Deux tirages sans remise ●○○

Une urne contient 5 boules rouges et 3 vertes. On tire successivement deux boules sans remise.

a. Calcule la probabilité de tirer deux boules rouges.

b. Calcule la probabilité que la deuxième boule soit rouge.

Exercice 5 Un test de dépistage ●●○

Une maladie touche $2\,\%$ de la population. Un test est positif chez $95\,\%$ des malades et chez $10\,\%$ des personnes saines. On note M : « la personne est malade » et T : « le test est positif ».

a. Calcule $P(T)$.

b. Une personne a un test positif. Quelle est la probabilité qu'elle soit malade ? Commente.

Exercice 6 Trois machines ●●○

Une usine produit $50\,\%$ de ses pièces avec la machine M_1, $30\,\%$ avec M_2 et $20\,\%$ avec M_3. Les taux de pièces défectueuses sont $2\,\%$, $3\,\%$ et $5\,\%$.

a. Calcule la probabilité qu'une pièce soit défectueuse.

b. Une pièce est défectueuse. Quelle est la probabilité qu'elle vienne de M_3 ?

Exercice 7 Indépendance et évènement contraire ●●○

a. Montre que si A et B sont indépendants, alors A et $\overline{B}$ le sont aussi.

b. A et B sont indépendants, $P(A) = 0{,}3$ et $P(B) = 0{,}6$. Calcule $P(A \cup B)$ et $P\left(A \cap \overline{B}\right)$.

Exercice 8 Des épreuves indépendantes ●●○

a. On lance un dé équilibré puis une pièce équilibrée. Probabilité d'obtenir 6 et pile ?

b. On lance 3 fois une pièce équilibrée. Probabilité d'obtenir au moins un pile ?

Exercice 9 — Une probabilité manquante ●●○

On sait que $P(A) = 0{,}6$, $P_A(B) = 0{,}5$ et $P(B) = 0{,}45$. Calcule $P_{\overline{A}}(B)$.

Exercice 10 — Beau temps ou pluie ? ●●○

S'il fait beau un jour, il fait beau le lendemain avec probabilité $0{,}7$; s'il pleut, il fait beau le lendemain avec probabilité $0{,}4$. On note p_n la probabilité qu'il fasse beau le jour n. Aujourd'hui (jour 0), il fait beau : $p_0 = 1$.

a. Calcule p_1 et p_2.

b. Montre que $p_{n+1} = 0{,}3\,p_n + 0{,}4$.

Exercice 11 À long terme, quel temps ? ●●●

On reprend $p_{n+1} = 0{,}3\,p_n + 0{,}4$ et $p_0 = 1$ (exercice 10). On pose $q_n = p_n - \dfrac{4}{7}$.

a. Montre que (q_n) est géométrique de raison $0{,}3$.

b. Exprime p_n en fonction de n et détermine sa limite. Interprète.

Exercice 12 Deux tests valent mieux qu'un ●●●

On reprend l'exercice 5. Une personne passe deux fois le test ; les résultats sont indépendants l'un de l'autre, sachant qu'elle est malade ou sachant qu'elle est saine.

Les deux tests sont positifs. Quelle est la probabilité qu'elle soit malade ?

Exercice 13 TYPE CONTRÔLE **Les retards du bus** ●●●

La probabilité qu'il pleuve un jour donné est $0{,}3$. Quand il pleut, le bus est en retard avec probabilité $0{,}4$; sinon, avec probabilité $0{,}1$.

1. Construis un arbre pondéré et calcule la probabilité que le bus soit en retard.
2. Le bus est en retard. Quelle est la probabilité qu'il pleuve ?
3. Les évènements « il pleut » et « le bus est en retard » sont-ils indépendants ?
4. On observe 5 jours, de façon indépendante. Quelle est la probabilité que le bus ne soit jamais en retard ?
5. Au bout de combien de jours la probabilité d'avoir au moins un retard dépasse-t-elle $0{,}99$?

Exercice 14 TYPE CONTRÔLE **Un contrôle qualité rentable ?** ●●●

$4\,\%$ des pièces produites sont défectueuses. Un contrôle rejette $90\,\%$ des pièces défectueuses, mais aussi $5\,\%$ des pièces correctes.

1. Calcule la probabilité qu'une pièce soit rejetée.
2. Une pièce est acceptée. Quelle est la probabilité qu'elle soit défectueuse ?
3. Une pièce rejetée coûte 2 €. Une pièce défectueuse vendue coûte 50 € (remboursement). Calcule le coût moyen par pièce avec contrôle.
4. Quel serait le coût moyen par pièce sans contrôle ? Le contrôle est-il rentable s'il coûte 1 € par pièce ?

Exercice 15 BAC 2026 Les tomates de deux fournisseurs ●●○

Bac spé maths 2026, Amérique du Nord, jour 2, exercice 1

Un supermarché dispose d'un stock de tomates provenant de deux fournisseurs A et B.

Il a été constaté que :

- 91% du stock de tomates est commercialisable ;
- 60 % du stock de tomates provient du fournisseur A ;
- parmi les tomates provenant du fournisseur A , la proportion de tomates commercialisables est de 95 %.

On choisit au hasard une tomate dans le stock.

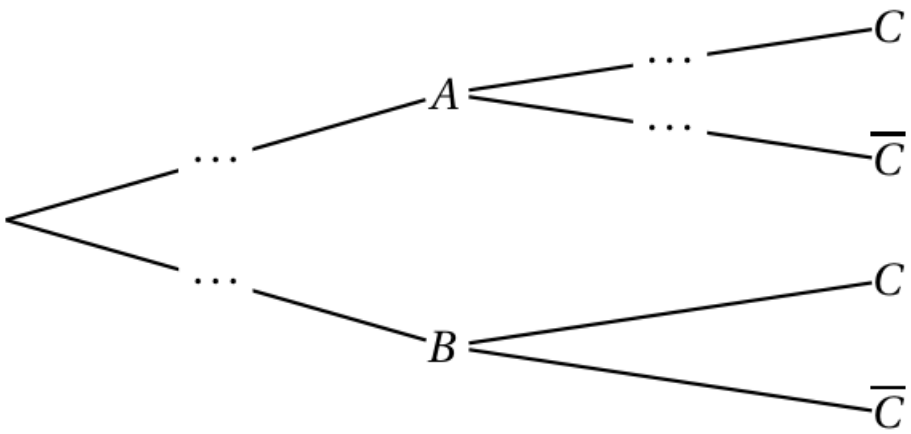
On désigne par :

- A l'évènement « La tomate provient du fournisseur A » ;
- B l'évènement « La tomate provient du fournisseur B » ;
- C l'évènement « La tomate est commercialisable ».

Pour un évènement quelconque E, on note $P(E)$ la probabilité de E.

Partie A

1. Recopier l'arbre ci-dessous en complétant les pointillés.



2.

a. Déterminer la probabilité que la tomate choisie soit commercialisable et provienne du fournisseur A

b. Démontrer que $P_B(C) = 0{,}85$.

c. La tomate choisie est non commercialisable. Le responsable des achats estime qu'il y a deux fois moins de chance qu'elle provienne du fournisseur A que du fournisseur B. A-t-il raison ?

Partie B

On rappelle que 9 % des tomates du stock ne sont pas commercialisables.

1. On prend 15 tomates dans le stock au hasard et de manière indépendante. On considère que le stock est suffisamment important pour qu'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage aléatoire avec remise.

   On note X la variable aléatoire égale au nombre de tomates non commercialisables dans cet échantillon de 15 tomates.

   a. On admet que la variable aléatoire X suit une loi binomiale. En préciser les paramètres.

   b. Déterminer la probabilité qu'exactement deux tomates soient non commercialisables.
   On donnera la valeur arrondie au millième.

   c. Déterminer la probabilité qu'au plus deux tomates soient non commercialisables.
   On donnera la valeur arrondie au millième.

2. On constitue désormais un échantillon de n tomates, toujours dans les mêmes conditions, où n désigne un entier naturel non nul.

   On note X_n, la variable aléatoire égale au nombre de tomates non commercialisables et F_n la variable aléatoire égale à la fréquence de tomates non commercialisables dans cet échantillon de n tomates.

   On a donc $F_n = \dfrac{X_n}{n}$.

   On admet que la variable aléatoire X_n, suit la loi binomiale de paramètres n et $0{,}09$.

   a. Calculer l'espérance $E(F_n)$ et exprimer la variance $V(F_n)$ en fonction de n.

   b. Démontrer que $P(0{,}04 < F_n < 0{,}14) \geqslant 1 - \dfrac{32,76}{n}$.

   c. Le responsable des achats prélève dans le stock un échantillon de 500 tomates. Il s'aperçoit que 55 tomates ne sont pas commercialisables.

   Est-ce conforme à ce qu'il pouvait attendre ? Justifier la réponse.

Exercice 16 BAC 2026 Une enquête par tranches d'âge ●●●

Bac spé maths 2026, Centres étrangers, jour 2, exercice 2

Parmi les habitants âgés d'au moins 15 ans vivant en France, on compte :

- $21\ \%$ de personnes de 15 à 29 ans;
- $46\ \%$ de personnes de 30 à 59 ans;
- $33\ \%$ de personnes d'au moins 60 ans.

On s'intéresse à l'utilisation d'un réseau social par les habitants âgés d'au moins 15 ans vivant en France.
On a ainsi pu observer que :

- $70\ \%$ des personnes de 15 à 29 ans ont déjà publié sur ce réseau social;
- $46\ \%$ des personnes de 30 à 59 ans ont déjà publié sur ce réseau social;
- $15\ \%$ des personnes d'au moins 60 ans ont déjà publié sur ce réseau social.

On interroge une personne âgée d'au moins 15 ans vivant en France et on lui demande si elle a déjà publié sur ce réseau social.
On note :

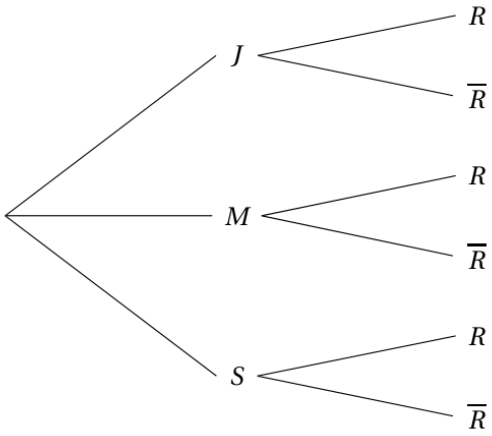
- J l'événement : « la personne interrogée a entre 15 et 29 ans »;
- M l'événement : « la personne interrogée a entre 30 et 59 ans »;
- S l'événement : « la personne interrogée a au moins 60 ans »;
- R l'événement: « la personne interrogée a déjà publié sur ce réseau social ».

On note $\overline{R}$ l'événement contraire de l'événement R.

Dans tout l'exercice, les valeurs approchées seront arrondies au millième.

Partie A

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilité.



2. Déterminer $P(M \cap R)$.

   Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

3. On interroge au hasard une personne âgée d'au moins 15 ans vivant en France.

   a. Calculer la probabilité qu'elle ait déjà publié sur ce réseau social.

   b. On sait que cette personne a déjà publié sur ce réseau social.

   Déterminer la probabilité qu'elle ait au moins 60 ans.

Partie B

Au cours d'un sondage, on interroge successivement, au hasard et de manière indépendante, 100 personnes âgées d'au moins 15 ans vivant en France et on leur demande si elles ont déjà publié sur ce réseau social.

La population du pays est suffisamment grande pour qu'on assimile le choix des personnes sondées à des tirages successifs avec remise.

On note X la variable aléatoire qui donne le nombre de personnes ayant déjà publié sur ce réseau social parmi ces 100 personnes interrogées.

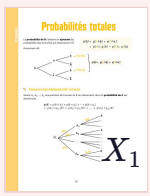
Dans cette partie, on admet que la probabilité qu'une personne âgée d'au moins 15 ans vivant en France ait déjà publié sur ce réseau social est 0,41.

1. On admet que la variable aléatoire X suit une loi binomiale.

   Donner ses paramètres.

2. Calculer la probabilité qu'au moins la moitié des 100 personnes interrogées ait déjà publié sur ce réseau social.

3. Déterminer l'espérance de la variable aléatoire X et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.



LA FICHE MAGIQUE QUI VA AVEC

« Probabilités totales »

Arbre pondéré et formule des probabilités totales, avec la rédaction attendue, sur une seule fiche.

Les fiches magiques terminale spé maths : campusxyz.fr/produit/les-fiches-magiques-terminale

CAMPUS XYZ

Corrigés

Exercices sur les probabilités conditionnelles en terminale spé maths

Exercices sur les probabilités conditionnelles en terminale spé maths : corrigés

CAMPUS XYZ

Exercice 1 — Lire et compléter un arbre ●○○

a. Premier niveau : A (0,3) et $\overline{A}$ (0,7). Sous A : B (0,8), $\overline{B}$ (0,2). Sous $\overline{A}$: B (0,4), $\overline{B}$ (0,6).

b. $P(A \cap B) = 0{,}3 \times 0{,}8 = \mathbf{0{,}24}$. Probabilités totales : $P(B) = 0{,}24 + 0{,}7 \times 0{,}4 = \mathbf{0{,}52}$.

c. $P_B(A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{0{,}24}{0{,}52} \approx 0{,}46$.

Exercice 2 — Un tableau croisé ●○○

- $P(O) = \dfrac{100}{200} = 0{,}5$.
- $P_F(O)$: parmi les 120 filles, 70 suivent l'option : $\dfrac{70}{120} = \dfrac{7}{12} \approx 0{,}58$.
- $P_O(F)$: parmi les 100 élèves de l'option, 70 sont des filles : $0{,}7$.

> $P_F(O)$ et $P_O(F)$ ne sont pas égales : on ne divise pas par le même effectif.

Exercice 3 — Indépendants ou pas ? ●○○

A et B sont indépendants si $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ (ou si $P_A(B) = P(B)$).

a. $0{,}4 \times 0{,}5 = 0{,}2$: **indépendants**.

b. $0{,}25 \neq 0{,}2$: **pas indépendants**.

c. Savoir que A est réalisé ne change pas la probabilité de B : **indépendants**.

Exercice 4 — Deux tirages sans remise ●○○

a. $P(R_1 \cap R_2) = P(R_1) \times P_{R_1}(R_2) = \dfrac{5}{8} \times \dfrac{4}{7} = \mathbf{\dfrac{5}{14}}$.

b. $P(R_2) = \dfrac{5}{8} \times \dfrac{4}{7} + \dfrac{3}{8} \times \dfrac{5}{7} = \dfrac{20 + 15}{56} = \mathbf{\dfrac{5}{8}}$: la même que pour la première boule.

Exercice 5 — Un test de dépistage ●●○

a. $P(T) = 0{,}02 \times 0{,}95 + 0{,}98 \times 0{,}1 = 0{,}019 + 0{,}098 = \mathbf{0{,}117}$.

b. $P_T(M) = \dfrac{0{,}019}{0{,}117} \approx 0{,}16$. Seulement $16\,\%$ des tests positifs correspondent à un malade : la maladie est rare, les faux positifs sont plus nombreux que les vrais.

Exercice 6 — Trois machines ●●○

a. $P(D) = 0{,}5 \times 0{,}02 + 0{,}3 \times 0{,}03 + 0{,}2 \times 0{,}05 = 0{,}01 + 0{,}009 + 0{,}01 = \mathbf{0{,}029}$.

b. $P_D(M_3) = \dfrac{0{,}01}{0{,}029} \approx 0{,}34$.

> La formule des probabilités totales s'applique à toute partition : ici M_1, M_2, M_3.

Exercice 7 — Indépendance et évènement contraire ●●○

a. $P\left(A \cap \overline{B}\right) = P(A) - P(A \cap B) = P(A) - P(A)P(B) = P(A)\big(1 - P(B)\big) = P(A)\,P\left(\overline{B}\right)$.

b. $P(A \cap B) = 0{,}18$, donc $P(A \cup B) = 0{,}3 + 0{,}6 - 0{,}18 = 0{,}72$, et $P\left(A \cap \overline{B}\right) = 0{,}3 \times 0{,}4 = 0{,}12$.

Exercice 8 — Des épreuves indépendantes ●●○

a. Épreuves indépendantes : $\dfrac{1}{6} \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{12}$.

b. Contraire « trois faces » : $\left(\dfrac{1}{2}\right)^3 = \dfrac{1}{8}$. $1 - \dfrac{1}{8} = \dfrac{7}{8}$.

Exercice 9 — Une probabilité manquante ●●○

Probabilités totales : $P(B) = 0{,}6 \times 0{,}5 + 0{,}4 \times x$, avec $x = P_{\overline{A}}(B)$. Donc $0{,}45 = 0{,}3 + 0{,}4x$ et $x = 0{,}375$.

Exercice 10 — Beau temps ou pluie ? ●●○

a. $p_1 = 0{,}7$ et $p_2 = 0{,}7 \times 0{,}7 + 0{,}3 \times 0{,}4 = \mathbf{0{,}61}$.

b. Probabilités totales : $p_{n+1} = 0{,}7\,p_n + 0{,}4\,(1 - p_n) = 0{,}3\,p_n + 0{,}4$.

Exercice 11 — À long terme, quel temps ? ●●●

a. $q_{n+1} = 0{,}3\,p_n + 0{,}4 - \dfrac{4}{7} = 0{,}3\,p_n - \dfrac{6}{35} = 0{,}3\left(p_n - \dfrac{4}{7}\right) = 0{,}3\,q_n$ (car $0{,}3 \times \dfrac{4}{7} = \dfrac{6}{35}$).

b. $q_0 = \dfrac{3}{7}$, donc $p_n = \dfrac{4}{7} + \dfrac{3}{7} \times 0{,}3^n$ et $\lim p_n = \dfrac{4}{7} \approx 0{,}57$: à long terme, il fait beau environ 4 jours sur 7, quel que soit le temps de départ.

Exercice 12 Deux tests valent mieux qu'un ●●●

$P(M \cap T_1 \cap T_2) = 0{,}02 \times 0{,}95^2 = 0{,}01805$ et $P\left(\overline{M} \cap T_1 \cap T_2\right) = 0{,}98 \times 0{,}1^2 = 0{,}0098$.

$P = \dfrac{0{,}01805}{0{,}01805 + 0{,}0098} \approx 0{,}65$: un second test positif fait passer de $16\,\%$ à $65\,\%$.

Exercice 13 TYPE CONTRÔLE Les retards du bus ●●●

1. $P(R) = 0{,}3 \times 0{,}4 + 0{,}7 \times 0{,}1 = 0{,}12 + 0{,}07 = \mathbf{0{,}19}$.
2. $P_R(P) = \dfrac{0{,}12}{0{,}19} \approx 0{,}63$.
3. $P_P(R) = 0{,}4 \neq P(R) = 0{,}19$: **non**.
4. $0{,}81^5 \approx 0{,}35$.
5. $1 - 0{,}81^n > 0{,}99 \iff 0{,}81^n < 0{,}01 \iff n > \dfrac{\ln 0{,}01}{\ln 0{,}81} \approx 21{,}9$: **22 jours**.

Exercice 14 TYPE CONTRÔLE Un contrôle qualité rentable ? ●●●

1. $P(R) = 0{,}04 \times 0{,}9 + 0{,}96 \times 0{,}05 = 0{,}036 + 0{,}048 = \mathbf{0{,}084}$.
2. $P\left(D \cap \overline{R}\right) = 0{,}04 \times 0{,}1 = 0{,}004$ et $P\left(\overline{R}\right) = 0{,}916$: $\dfrac{0{,}004}{0{,}916} \approx 0{,}0044$.
3. $0{,}084 \times 2 + 0{,}004 \times 50 = 0{,}168 + 0{,}2 = 0{,}368$ **€**.
4. Sans contrôle : $0{,}04 \times 50 = 2$ **€**. Avec contrôle : $0{,}368 + 1 = 1{,}368$ € : **le contrôle est rentable**.



La méthode pas à pas est dans la fiche magique **« Probabilités totales »** (Les fiches magiques terminale spé maths, page 86).

Exercice 15 BAC 2026 Les tomates de deux fournisseurs ●●○

Un supermarché dispose d'un stock de tomates provenant de deux fournisseurs A et B.

Il a été constaté que :

- 91 % du stock de tomates est commercialisable ;
- 60 % du stock de tomates provient du fournisseur A ;
- parmi les tomates provenant du fournisseur A, la proportion de tomates commercialisables est de 95 %.

On choisit au hasard une tomate dans le stock.

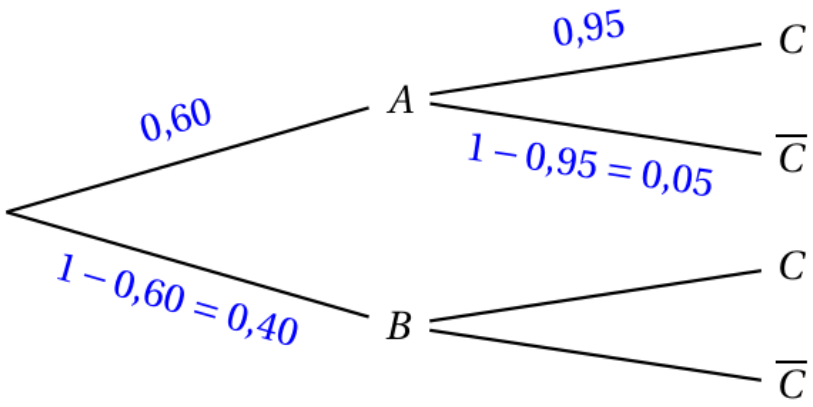
On désigne par :

- A l'évènement « La tomate provient du fournisseur A » ;
- B l'évènement « La tomate provient du fournisseur B » ;
- C l'évènement « La tomate est commercialisable ».

Pour un évènement quelconque E, on note $P(E)$ la probabilité de E.

Partie A

1. On complète l'arbre ci-dessous.



2.

a. La probabilité que la tomate choisie soit commercialisable et provienne du fournisseur A est $P(A \cap C) = P(A) \times P_A(C) = 0{,}60 \times 0{,}95 = 0{,}57$.

b. On cherche $P_B(C)$. D'après le texte: $P(C) = 0{,}91$.

D'après la formule des probabilités totales, on a:

$P(C) = P(A \cap C) + P(B \cap C)$ donc $P(C) = P(A \cap C) + P(B) \times P_B(C)$.

Donc: $0{,}91 = 0{,}57 + 0{,}40 \times P_B(C)$, soit $0{,}34 = 0{,}40 \times P_B(C)$, et donc:

$$P_B(C) = \frac{0{,}34}{0{,}40} = 0{,}85.$$

c. La tomate choisie est non commercialisable. Le responsable des achats estime qu'il y a deux fois moins de chance qu'elle provienne du fournisseur A que du fournisseur B.

Il faut donc comparer $P_{\overline{C}}(A)$ et $P_{\overline{C}}(B)$.

$$P_{\overline{C}}(A) = \frac{P(A \cap \overline{C})}{P(\overline{C})} = \frac{0{,}60 \times 0{,}05}{1 - 0{,}91} = \frac{0{,}03}{0{,}09} = \frac{1}{3}$$

$$P_{\overline{C}}(B) = \frac{P(B \cap \overline{C})}{P(\overline{C})} = \frac{0{,}40 \times (1 - 0{,}85)}{0{,}09} = \frac{0{,}06}{0{,}09} = \frac{2}{3}$$

$P_{\overline{C}}(A) = \frac{1}{2} \times P_{\overline{C}}(B)$ donc le responsable commercial a raison.

Partie B

On rappelle que 9 % des tomates du stock ne sont pas commercialisables.

1. On prend 15 tomates dans le stock au hasard et de manière indépendante. On considère que le stock est suffisamment important pour qu'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage aléatoire avec remise. On note X la variable aléatoire égale au nombre de tomates non commercialisables dans cet échantillon de 15 tomates.

   a. On admet que la variable aléatoire X suit une loi binomiale; ses paramètres sont $n = 15$ et $p = 0{,}09$.

   b. La probabilité qu'exactement deux tomates soient non commercialisables est:

   $P(X = 2) = \binom{15}{2} \times 0{,}09^2 \times (1 - 0{,}09)^{15-2}$ qui a pour arrondi au millième $0{,}250$.

   c. La probabilité qu'au plus deux tomates soient non commercialisables est:

   $P(X \leqslant 2) \approx 0{,}853$ (à la calculatrice).

2. On constitue désormais un échantillon de n tomates, toujours dans les mêmes conditions, où n désigne un entier naturel non nul.

   On note X_n, la variable aléatoire égale au nombre de tomates non commercialisables et F_n la variable aléatoire égale à la fréquence de tomates non commercialisables dans cet échantillon de n tomates.

   On a donc $F_n = \dfrac{X_n}{n}$.

   On admet que la variable aléatoire X_n, suit la loi binomiale de paramètres n et $0{,}09$.

   a.

   - **b.**Puisque X_n suit la loi binomiale de paramètres n et $0{,}09$, alors l'espérance de X_n est, par propriété : $E(X_n) = np = 0{,}09n$.

     On a ensuite $F_n = \dfrac{1}{n} \times X_n$,

     donc, par linéarité de l'espérance : $E(F_n) = \dfrac{1}{n}E(X_n) = \dfrac{1}{n} \times 0{,}09n = 0{,}09$.

   - **c.**Puisque X_n suit la loi binomiale de paramètres n et $0{,}09$, alors la variance de X_n est, par propriété : $V(X_n) = np(1-p) = 0{,}09 \times (1 - 0{,}09) \times n = 0{,}0819n$.

     D'après la formule: $V(aX) = a^2V(X)$, on a:

     $V(F_n) = V\left(\dfrac{X_n}{n}\right) = V\left(\dfrac{1}{n}X_n\right) = \dfrac{V(X_n)}{n^2}$.

     Donc $V(F_n) = \dfrac{V(X_n)}{n^2} = \dfrac{0{,}0819n}{n^2} = \dfrac{0{,}0819}{n}$.

   d. On veut démontrer que $P(0{,}04 < F_n < 0{,}14) \geqslant 1 - \dfrac{32{,}76}{n}$.

   $0{,}04 < F_n < 0{,}14 \iff 0{,}09 - 0{,}05 < F_n < 0{,}09 + 0{,}05 \iff -0{,}05 < F_n - 0{,}09 < 0{,}05$
   $\iff |F_n - 0{,}09| < 0{,}05$

   donc $P(0{,}04 < F_n < 0{,}14) = P(|F_n - 0{,}09| < 0{,}05) = 1 - P(|F_n - 0{,}09| \geqslant 0{,}05)$

La variable aléatoire F_n a pour espérance $E\left(F_n\right)$ et pour variance $V\left(F_n\right)$ donc, d'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, on a:

pour tout $\delta \in \left]0\ ;\ +\infty\right[$, $P\left(\left|F_n - E\left(F_n\right)\right| \geqslant \delta\right) \leqslant \dfrac{V\left(F_n\right)}{\delta^2}$.

$E\left(F_n\right) = 0{,}09$ et $V\left(F_n\right) = \dfrac{0{,}0819}{n}$ donc l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev devient:

pour tout $\delta \in \left]0\ ;\ +\infty\right[$, $P\left(\left|F_n - 0{,}09\right| \geqslant \delta\right) \leqslant \dfrac{\frac{0{,}0819}{n}}{\delta^2}$.

Pour $\delta = 0{,}05$, l'inégalité: $P\left(\left|F_n - 0{,}09\right| \geqslant 0{,}05\right) \leqslant \dfrac{\frac{0{,}0819}{n}}{0{,}05^2}$, soit

$P\left(\left|F_n - 0{,}09\right| \geqslant 0{,}05\right) \leqslant \dfrac{32{,}76}{n}$

$P\left(0{,}04 < F_n < 0{,}14\right) = 1 - P\left(\left|F_n - 0{,}09\right| \geqslant 0{,}05\right)$

$P\left(\left|F_n - 0{,}09\right| \geqslant 0{,}05\right) \leqslant \dfrac{32{,}76}{n}$ donc $-P\left(\left|F_n - 0{,}09\right| \geqslant 0{,}05\right) \geqslant -\dfrac{32{,}76}{n}$

donc $1 - P\left(\left|F_n - 0{,}09\right| \geqslant 0{,}05\right) \geqslant 1 - \dfrac{32{,}76}{n}$ et donc $P\left(0{,}04 < F_n < 0{,}14\right) \geqslant 1 - \dfrac{32{,}76}{n}$

e. Le responsable des achats prélève dans le stock un échantillon de 500 tomates. Il s'aperçoit que 55 tomates ne sont pas commercialisables.

- **f.** La fréquence de tomates non commercialisables est $F = \dfrac{55}{500} = 0{,}11$; on remarque que $0{,}04 \leqslant F \leqslant 0{,}14$
- **g.** $1 - \dfrac{32{,}76}{n} = 1 - \dfrac{32{,}76}{500} = 0{,}93448$

On a donc $P\left(0{,}04 \leqslant F_{500} \leqslant 0{,}14\right) \geqslant 0{,}93448$.

Il y a donc une probabilité supérieure à $93{,}448\,\%$ que la fréquence de tomates non commercialisables soit comprise entre $0{,}04$ et $0{,}14$.

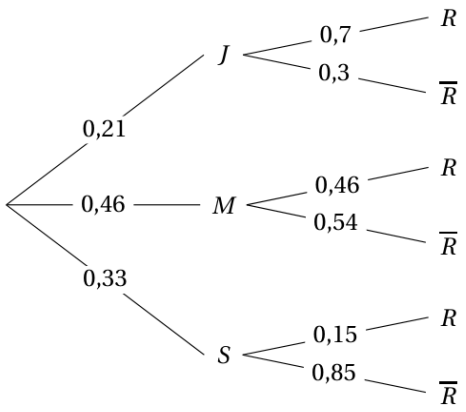
Comme $0{,}11$ est compris entre $0{,}04$ et $0{,}14$, le résultat est conforme à ce qu'attendait le responsable.

Le sujet complet du bac 2026 (Amérique du Nord, jour 2) corrigé →

Exercice 16 BAC 2026 Une enquête par tranches d'âge ●●●

Partie A

1. L'arbre de probabilité représentant la situation est :



2. $P(M \cap R) = P(M) \times P_M(R) = 0{,}46 \times 0{,}46 = 0{,}2116$.

La probabilité que la personne interrogée ait entre 30 et 59 ans et ait déjà publié sur ce réseau social est égale à 0,2116 (valeur exacte).

3.

a. Calculons la probabilité qu'une personne ait déjà publié sur ce réseau social, c'est à dire calculons $P(R)$.

Les événements J, M et S forment une partition de l'univers, donc, d'après la loi des probabilités totales on a :

$$\begin{aligned} P(R) &= P(J \cap R) + P(M \cap R) + P(S \cap R) \\ &= P(J) \times P_J(R) + P(M) \times P_M(R) + P(S) \times P_S(R) \\ &= 0{,}21 \times 0{,}7 + 0{,}46 \times 0{,}46 + 0{,}33 \times 0{,}15 \\ &= 0{,}4081 \end{aligned}$$

La probabilité que la personne ait déjà publié sur ce réseau social est égale à 0,4081 (valeur exacte).

b. Déterminons la probabilité qu'une personne ait au moins 60 ans sachant qu'elle a déjà publié sur ce réseau social, c'est à dire calculons $P_R(S)$

$$P_R(S) = \frac{P(R \cap S)}{P(R)} = \frac{0,33 \times 0{,}15}{0,4081} \approx 0{,}12129$$

La probabilité qu'une personne ait au moins 60 ans sachant qu'elle a déjà publié sur ce réseau social est égale à 0,121 arrondi au millième.

Partie B

1. On admet que la variable aléatoire X suit une loi binomiale, ses paramètres sont $n = 100$ et $p = 0{,}41$.

   Remarque : ici, on a une rédaction plus légère, car l'énoncé demande d'admettre que X suit une loi binomiale. Sinon, il faudrait les trois arguments classiques :

   - **2.**On a une épreuve à deux issues, succès de probabilité $p = 0{,}41$ et échec;
   - **3.**cette épreuve est répétée $n = 100$ fois, de façon identique et indépendante (car la constitution de l'échantillon est assimilé à un tirage au sort **avec** remise);
   - **4.**X est la variable aléatoire qui compte le nombre de succès sur ces n répétitions.

5. À l'aide de la calculatrice: $P(X \geq 50) \approx 0{,}04279$

   La probabilité qu'au moins la moitié des 100 personnes interrogées ait déjà publié sur ce réseau social est égale à 0,043 au millième près.

6. $E(X) = n \times p = 100 \times 0{,}41 = 41$

   L'espérance de la variable aléatoire X est égale à 41.

   Si on répète l'expérience un très grand nombre de fois, en moyenne 41 personnes sur les 100 auront déjà publié sur ce réseau social.

Partie C

La variable aléatoire Y est définie par : $Y = \dfrac{X_1 + X_2 + \cdots + X_{150}}{150}$ est la variable aléatoire moyenne d'un échantillon de taille 150 de la variable aléatoire X on a donc :

$$E(Y) = E(X) = 41$$

$$V(Y) = \frac{1}{150} V(X)$$

et $$= \frac{100 \times 0{,}41 \times (1 - 0{,}41)}{150} \text{ car } X \text{ suit une loi binomiale de paramètres } 100 \text{ et } 0{,}41$$

$$= \frac{24,19}{150}$$

On a : $P(37 < Y < 45) = P(-4 < Y - 41 < 4) = 1 - P\Big(\big|Y - 41\big| \geq 4\Big)$

Or, d'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev :

$$\forall t \in \mathbb{R}^{*+}, \quad P\Big(\big|Y - E(Y)\big| \geq t\Big) \leq \frac{V(Y)}{t^2}.$$

Avec $t = 4$ on a : $P\Big(\big|Y - 41\big| \geq 4\Big) \leq \dfrac{24,19}{150 \times 4^2}$

soit $P\Big(\big|Y - 41\big| \geq 4\Big) \leq \dfrac{803}{80000}$

On a donc : $1 - P\Big(\big|Y - 41\big| \geq 4\Big) \geq 1 - \dfrac{803}{80000}$

D'où : $P(37 < Y < 45) \geq 0{,}98996$

La probabilité que la variable aléatoire Y soit strictement comprise entre 37 et 45 est donc strictement supérieure à $98\ \%$.

Le sujet complet du bac 2026 (Centres étrangers, jour 2) corrigé →



La méthode pas à pas est dans la fiche magique **« Probabilités totales »** (Les fiches magiques terminale spé maths, page 86).

LES FICHES MAGIQUES TERMINALE SPÉ MATHS

Révise toute la terminale spé maths avec les fiches magiques



- **41 fiches claires et illustrées** : tout le programme de spécialité maths de terminale, une notion par page.
- **Des vidéos méthode** accessibles par QR code sur les fiches.
- **Des exercices corrigés** après chaque fiche pour vérifier que tout est acquis.

campusxyz.fr/produit/les-fiches-magiques-terminale

ANNALES BAC MATHS TERMINALE 2027

Prépare le bac avec les vrais sujets



- **75 sujets types** tirés des vrais sujets du bac, classés par chapitre.
- **3 bacs blancs complets** pour s'entraîner en conditions réelles.
- Des **corrigés avec la rédaction attendue**, des conseils et un aide-mémoire.

campusxyz.fr/produit/annales-bac-2027-terminale-spe-maths