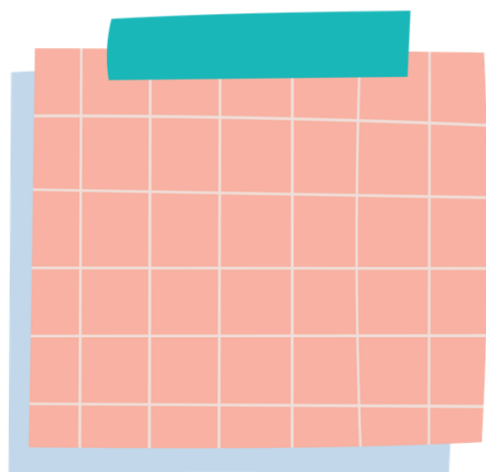


Ce cahier appartient à



© 2025, Campus XYZ, publication indépendante.
37 avenue Foch, 75116 Paris
Dépôt légal : Novembre 2025

Tous droits réservés. Toute reproduction ou utilisation sous quelque forme et par quelque moyen électronique, photocopie, enregistrement ou autre que ce soit est strictement interdite sans l'autorisation écrite de l'éditeur.

Ce qui t'attend dans les fiches magiques

Nombres et calculs

Ensembles de nombres.....	6
Encadrement d'un réel.....	8
Intervalles de $\mathbb{R}$	10
Distance et valeur absolue.....	12
Fractions.....	14
Puissances.....	16
Racine carrée.....	18
Multiples, diviseurs, et nombres premiers.....	20
Fraction irréductible.....	22
Distributivité et identités remarquables.....	24
Équations du premier degré.....	26
Inéquations.....	28
Équation produit nul.....	30
Inéquation produit.....	32

Géométrie

Vecteurs du plan.....	36
Coordonnées d'un vecteur.....	38
Colinéarité.....	39
Distance entre deux points.....	42
Configurations du plan.....	44
Trigonométrie.....	46
Équations cartésiennes d'une droite.....	48
Équation réduite d'une droite.....	50
Système d'équations.....	52

Fonctions

Notion de fonction.....	56
Fonction affine.....	58
Fonction carré.....	60
Fonction cube.....	62
Fonction inverse.....	64
Fonction racine carrée.....	66
Résolution graphique.....	68
Signe d'une fonction.....	70
Fonctions paire et impaire.....	72
Variation et extremum.....	74
Fonctions de référence.....	76
Jeu.....	78

Statistiques et probabilités

Proportion et pourcentages.....	80
Variation et évolution.....	82
Moyenne et médiane.....	84
Indicateurs de dispersion.....	86
Expérience aléatoire.....	88
Probabilités.....	90
Échantillonnage.....	92

Comment utiliser ?



Parcours Relax

Réviser régulièrement pendant l'année.

Objectif : 1 séance par semaine.



Parcours régulier

Pour se remettre dans le bain avant les contrôles.

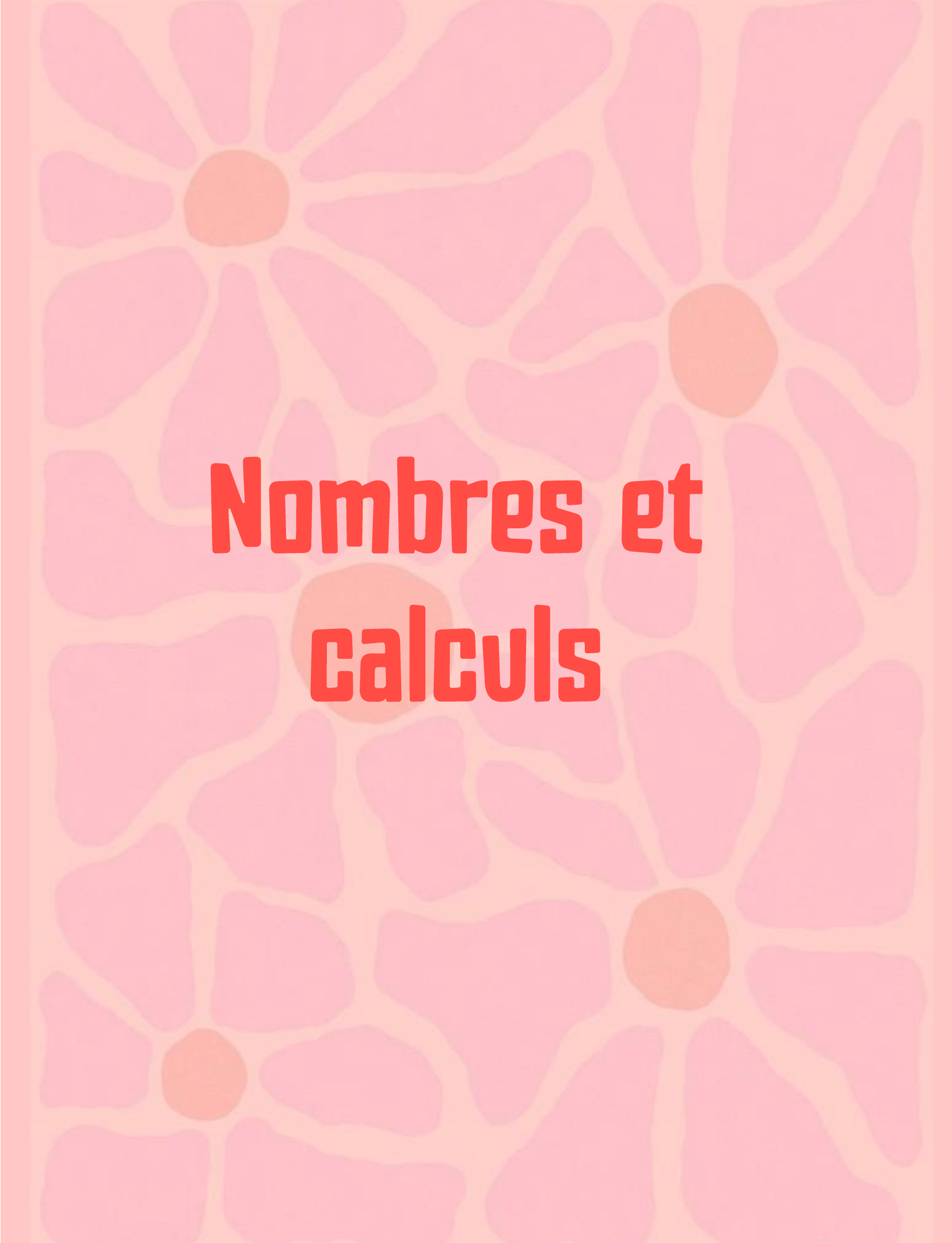
Objectif : 1 séance avant chaque devoir surveillé.



Parcours Intense

Tu as tout oublié ? Pas de panique, revois tout le programme en 2 semaines.

Objectif : 2 séances par jour pendant deux semaines.



Nombres et calculs

Ensembles de nombres

DÉFINITION

Les nombres sont classés en fonction de leur **nature**. Comme des poupées russes, leurs ensembles s'emboîtent.

- $\mathbb{N}$: Les **entiers naturels** sont les nombres entiers **positifs**. Ils permettent de compter. Exemples : 0 ; 1 ; 5 ; 22 ; 632.
- $\mathbb{Z}$: Les **entiers relatifs** sont les nombres entiers **positifs** et **négatifs**. Exemples : -19 ; -5 ; 0 ; 13.
- $\mathbb{D}$: Les nombres **décimaux** sont les quotients qui peuvent s'écrire sous la **forme** $\frac{a}{10^n}$ où a est un nombre relatif et n un entier naturel. Autrement dit, ce sont des nombres avec une virgule, mais le nombre de décimales derrière la virgule ne doit pas être infini ! Exemples : 0,5 ; -13,7 ; $\frac{3}{10}$.
- $\mathbb{Q}$: Les nombres **rationnels** peuvent s'écrire sous forme d'un **quotient** $\frac{a}{b}$ où a est un entier relatif et b un entier différent de 0. Exemples : 1 ; 16 ; $\frac{5}{23}$.
- $\mathbb{R}$: C'est l'ensemble des nombres **réels** tels qu'on les connaît. En plus des nombres précédents, on y trouve ceux qui ne peuvent pas s'écrire sous forme de quotient de nombres entiers. On dit qu'ils sont **irrationnels**, comme π ou $\sqrt{2}$.

• $4 \in \mathbb{N}$ et $4 \in \mathbb{Z}$

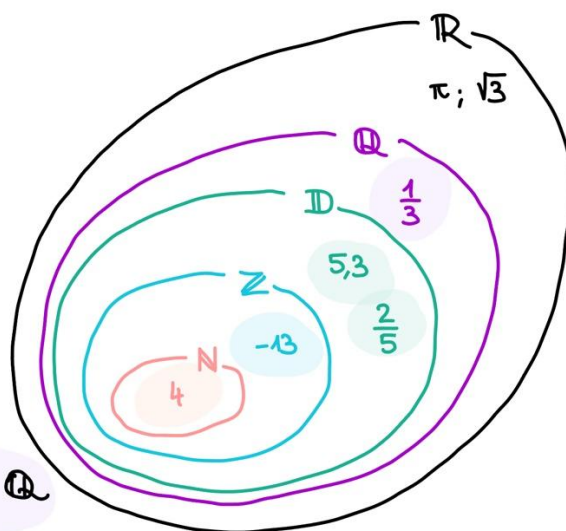
• $5,3 = \frac{53}{10}$ donc $5,3 \in \mathbb{D}$ et $5,3 \in \mathbb{Q}$

• $-13 \notin \mathbb{N}$ car -13 est négatif.
mais $-13 \in \mathbb{Z}$.

• $\frac{2}{5} \in \mathbb{Q}$ par définition.

$\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$ donc $\frac{2}{5} \in \mathbb{D}$.

• $\frac{1}{3} \notin \mathbb{D}$ car $\frac{1}{3} \approx 0,33333\dots$ mais $\frac{1}{3} \in \mathbb{Q}$
 une infinité de décimales !



Exercices

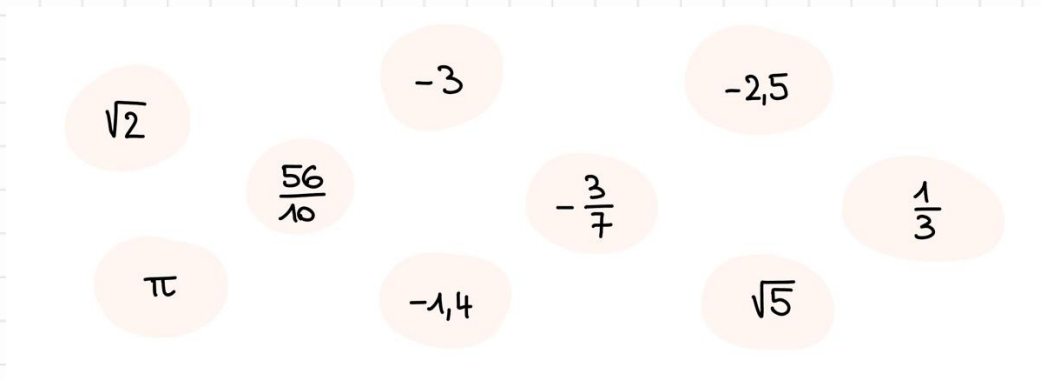
1. Vrai ou faux ?

- | | | |
|---|-------------------------------|-------------------------------|
| • Un nombre décimal ne peut pas être un entier. | ☐ Vrai | ☐ Faux |
| • Un nombre décimal est un rationnel. | ☐ Vrai | ☐ Faux |
| • Un nombre décimal est un réel. | ☐ Vrai | ☐ Faux |
| • Un nombre irrationnel peut être un entier. | ☐ Vrai | ☐ Faux |
| • Un nombre entier relatif est un décimal. | ☐ Vrai | ☐ Faux |

2. Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).

- | | | | | |
|---------------------------------|---|----------------------------------|------------------------------------|-------------------------------|
| • 1,35 est un nombre | ☐ entier naturel | ☐ décimal | ☐ rationnel | ☐ réel |
| • $-\frac{20}{4}$ est un nombre | ☐ entier naturel | ☐ décimal | ☐ rationnel | ☐ réel |
| • $-\frac{1}{3}$ est un nombre | ☐ entier naturel | ☐ décimal | ☐ rationnel | ☐ réel |
| • $\sqrt{16}$ est un nombre | ☐ entier naturel | ☐ décimal | ☐ rationnel | ☐ réel |
| • 10π est un nombre | ☐ entier naturel | ☐ décimal | ☐ rationnel | ☐ réel |

3. Entourer en **vert** les nombres entiers, en **rouge** les rationnels non décimaux et en **bleu** les nombres irrationnels.



4. Soit $A = -\frac{1}{3} + \frac{x}{6} + \frac{5}{2}$

Donner un nombre $x \in \mathbb{N}$ tel que $A \in \mathbb{N}$.

.....

Donner un nombre $x \in \mathbb{N}$ tel que $A \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{D}$.

.....

Encadrement d'un réel

C'EST QUOI, ENCADRER UN NOMBRE ?

Soit un nombre $n \in \mathbb{Z}$.

Donner un **encadrement décimal** d'un réel x à 10^{-n} près (ou d'amplitude 10^{-n}), c'est donner **deux nombres décimaux a et b** tels que $a \leq x \leq b$ et $b - a = 10^{-n}$.

Un encadrement de π à 10^{-3} près est

$$3,141 \leq \pi \leq 3,142$$

le nombre à l'exposant
te donne le nombre de
décimales après la
virgule

3 chiffres
après la
virgule

LA MÉTHODE

Exemple : Donner un encadrement à 10^{-3} près de $\sqrt{5}$.

1. Je lis $\sqrt{5} \approx 2,236\ 067\ 978$ à la calculatrice.
2. J'obtiens le plus petit nombre d'un encadrement 10^{-3} **en tronquant à 3 chiffres après la virgule** c'est-à-dire en retirant les décimales après la troisième virgule.
3. Le deuxième nombre de l'encadrement s'obtient **en ajoutant 10^{-3} soit 0,001** au premier nombre.
4. J'obtiens un encadrement à 10^{-3} près de $\sqrt{5}$.

$$\sqrt{5} \approx 2,236\ 067\ 978$$

$$\underbrace{2,236}_{\text{je garde}} \mid \cancel{067\ 978}$$

$$2,236 + 1 = 2,237$$

$$2,236 \leq \sqrt{5} \leq 2,237$$

Exercices

1. Vrai ou faux ? Un encadrement

- 10^{-1} près de $\sqrt{11} + 5$ est $8,2 < \sqrt{11} + 5 < 8,4$ ☐ Vrai ☐ Faux
- 10^{-2} près de π est $3,14 < \pi < 3,15$ ☐ Vrai ☐ Faux
- 10^{-3} près de $-4\sqrt{7}$ est $8 - 10,584 < -4\sqrt{7} < -10,583$ ☐ Vrai ☐ Faux
- 10^{-2} près de $2,758 \times 10^{-1}$ est $2,75 < 2,758 \times 10^{-1} < 2,76$ ☐ Vrai ☐ Faux

2. Donner un encadrement des nombres

À l'aide de la calculatrice on a obtenu

Donner un encadrement de $\sqrt{19}$:

$\sqrt{(19)}$
4.35889894

- à 10^{-1} près :
- à 10^{-3} près :
- à 10^{-5} près :

3. Pour chaque nombre irrationnel, déterminer un encadrement à 10^{-3} près.

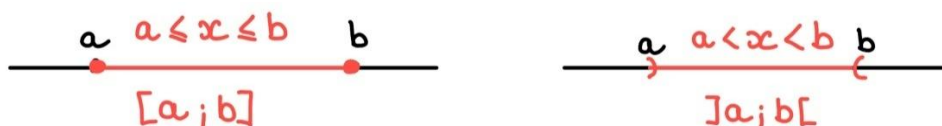
	<	$\sqrt{2}$	<	
	<	$\sqrt{3}$	<	
	<	$\frac{\sqrt{10}}{10}$	<	
	<	$\frac{\pi}{2}$	<	

Intervalles de $\mathbb{R}$

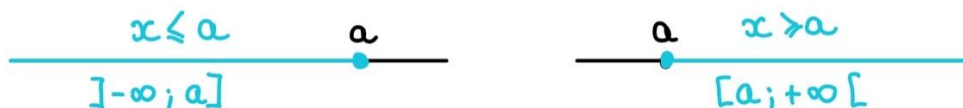
C'EST QUOI UN INTERVALLE ?

Un **intervalle** est une partie en **un seul morceau** de la droite des nombres réels.

Il y a des intervalles **bornés** (par deux nombres)



Et des intervalles **non bornés**, qui vont jusqu'à l'infini



BORNÉ, OUVERT, INFINI... JE M'EMBROUILLE !

- **Borné** veut dire qu'il y a un nombre bornant l'intervalle (et non pas l'infini). Un intervalle borné peut être *ouvert* ou *fermé*.
- Un intervalle **ouvert** peut être borné ou non borné. Attention : un intervalle non borné est toujours ouvert.

CORRECT

$]0; +\infty[$ ✓

$] -\infty; 2[$ ✓

INCORRECT

$[-\infty; 3]$ ✗

$] -4; +\infty]$ ✗

ÉCRIRE AVEC LES INÉGALITÉS

$-1 < x < 1$	x est compris entre -1 et 1 exclus.	$] -1; 1[$	
$2 \leq x < 5$	x est compris entre 2 inclus et 5 exclu.	$[2; 5[$	
$x < 4$	x est strictement inférieur à 4	$] -\infty; 4[$	
$x \geq -2$	x est supérieur ou égal à -2	$[-2; +\infty[$	

Exercices

1. Traduire chacune des inégalités suivantes à l'aide d'intervalles.

$$x \geq 3$$

$$0 \leq x < 2$$

$$x < 0,01$$

$$3,6 > x > 3,4$$

$$-1 \leq x \leq 1$$

$$x < 0$$

2. Pour chaque ensemble, entourer la seule écriture correcte.

$$x < 3$$

$$]-\infty; 3]$$

$$[-\infty; 3[$$

$$]-\infty; 3[$$

$$-2 < x \leq 5$$

$$[-2; 5]$$

$$]-2; 5]$$

$$]-2; 5[$$

$$x \geq 0$$

$$[0; +\infty]$$

$$[0; +\infty[$$

$$]0; +\infty[$$

$$10 \geq x > 3$$

$$[10; 3]$$

$$]3; 10]$$

$$[10; 3[$$

$$5 \leq x$$

$$[5; +\infty[$$

$$[5; +\infty[$$

$$]-\infty; 5[$$

3. Compléter le tableau.

Inégalités	 Représentation graphique	Intervalle
$-1 < x \leq 4$		
.....		$[-2; 3; 0]$
$x \leq 3$		

Distance et valeur absolue

VALEUR ABSOLUE

La valeur absolue d'un nombre réel x est le nombre noté $|x|$ tel que

- si $x \geq 0$ alors $|x| = x$
- si $x < 0$ alors $|x| = -x$

$|5| = 5 \quad \checkmark$
 $|-6| = 6 \quad \checkmark$
 $\rightarrow -6 < 0$

Interprétation graphique : la valeur absolue d'un nombre c'est sa distance à zéro.

Ainsi, la distance de 5 à 0 est de 5. Et la distance de -5 à 0 est aussi de 5 !

C'est pour cela que $|-5| = |5| = 5 \quad \checkmark$

CALCULER AVEC LA VALEUR ABSOLUE

On commence par calculer l'expression à l'intérieur des signes $|\dots|$

$$|-4 + 11| = |7| = 7 \quad \checkmark$$

$$|2 - 5| = |-3| = 3 \quad \checkmark$$

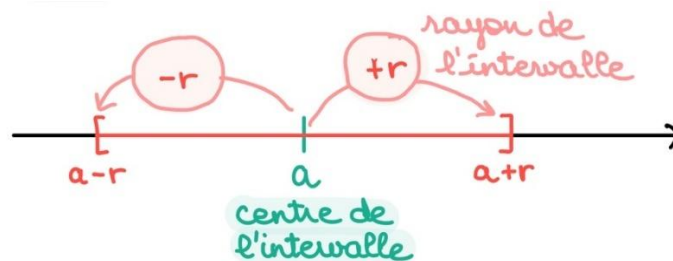
$\rightarrow -3 < 0$

DISTANCE

La distance entre les réels a et b est

$$d(a; b) = |a - b|$$

Notation : $|x - a| \leq r$ équivaut à $a - r \leq x \leq a + r$



Exemple : $|x - 3| < 1$ équivaut à $3 - 1 < x < 3 + 1$, soit $2 < x < 4$ et $x \in]2; 4[$

Exercices

1. Vrai ou faux ?

- $|-4 + 10| = -6$ ☐ Vrai ☐ Faux • $|32,5 - 40,1| = 7,6$ ☐ Vrai ☐ Faux
- $|\sqrt{5} - 3| = 3 - \sqrt{5}$ ☐ Vrai ☐ Faux • $|-2| - |-1| = -3$ ☐ Vrai ☐ Faux

2. Simplifier l'écriture des réels suivants, c'est-à-dire écrire sans les barres de valeur absolue.

$$\begin{array}{ll}
 |-2 + 3| = \dots\dots\dots & |5-3| + |4-7| = \dots\dots\dots \\
 |-3 + 2| = \dots\dots\dots & |-3-10| - |7-10| = \dots\dots\dots \\
 |-2,1 + 2,9| = \dots\dots\dots & 5|0,9 - 1,6| - 3,7 = \dots\dots\dots
 \end{array}$$

3. Compléter le tableau suivant.

Intervalle	Inégalité	Centre de l'intervalle	Rayon de l'intervalle	Valeur absolue
$[-4 ; 4]$				
.....				$ x + 3 \leq 1$
.....	$1 \leq x \leq 6$			

4. Déterminer l'ensemble des réels x vérifiant. Représenter sur une droite graduée.

- $|x - 2| \leq 5$

- $|x - 10| \leq 25$

Fractions

CALCULER AVEC DES FRACTIONS

Pour **additionner** ou **soustraire**, il faut penser à trouver le **dénominateur commun**.

Si un dénominateur est un multiple de l'autre

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} + \frac{1}{6} &= \frac{2 \times 2}{3 \times 2} + \frac{1}{6} && \textcircled{2} \text{ je multiplie par 2 pour obtenir 6 au dénominateur} \\ &= \frac{4}{6} + \frac{1}{6} && \textcircled{3} \text{ j'obtiens deux fractions de même dénominateur} \\ &= \frac{4+1}{6} = \frac{5}{6} \quad \checkmark \end{aligned}$$

$\textcircled{1}$ je remarque que 6 c'est 3×2

Sinon, j'utilise la méthode du "papillon"

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} + \frac{1}{6} &= \frac{2 \times 6 + 1 \times 3}{3 \times 6} \\ &= \frac{12 + 3}{18} = \frac{15}{18} \\ &= \frac{5 \times 3}{6 \times 3} = \frac{5}{6} \quad \checkmark \end{aligned}$$

Pour **multiplier** ou **diviser** :

Je multiplie les **numérateurs entre eux**, puis les **dénominateurs entre eux**.

$$\frac{3}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{15}{8}$$

Diviser par une fraction, c'est simplement **multiplier son inverse**.

$$\frac{3}{4} \div \frac{2}{7} = \frac{3}{4} \times \frac{7}{2} = \frac{3 \times 7}{4 \times 2} = \frac{21}{8}$$

DES FRACTIONS DE FRACTIONS, AU SECOURS

Pas de panique, il suffit de **transformer la grande barre de fraction en un signe de division**. Diviser par une fraction, c'est multiplier son inverse. Et voilà !

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} \xrightarrow{\text{multiplier l'inverse}} \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc} \quad \checkmark$$

BIEN PENSER AUX PRIORITÉS

Dans un calcul avec plusieurs opérations, **la multiplication et la division ont la priorité** sur l'addition et la soustraction.

$$\frac{5}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{5}{2} + \frac{2}{10} = \frac{25}{10} + \frac{2}{10} = \frac{27}{10} \quad \checkmark$$

priorité

Exercices

1. Pour chaque expression, entourer la forme qui lui est égale.

$$\frac{x^2+1}{x}$$

$$x+1$$

$$x + \frac{1}{x}$$

$$2x+1$$

$$\frac{3x}{x+6}$$

$$\frac{x}{x+2}$$

$$3 + \frac{x}{2}$$

$$\frac{\frac{x}{3}+2}{3}$$

$$5 - \frac{x+1}{3-x}$$

$$\frac{-6x+14}{3-x}$$

$$\frac{16-6x}{3-x}$$

$$\frac{4x-16}{3-x}$$

2. Effectuer les calculs suivants.

$$A = -\frac{12}{7} + \frac{5}{14} =$$

$$B = \frac{8}{35} + \frac{6}{105} =$$

$$C = \frac{23}{26} - \frac{12}{260} =$$

$$D = -\frac{5}{32} - \frac{3}{8} =$$

$$E = \frac{10}{15} \times \frac{7}{20} =$$

$$F = 3 \times \left(-\frac{7}{9}\right) =$$

3. Effectuer les calculs suivants.

$$\frac{\frac{21}{-24}}{\frac{14}{-32}} =$$

$$\frac{\frac{45}{18}}{12} =$$

$$\frac{4}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{1}{5} =$$

$$\frac{1 + \frac{3}{8}}{\frac{3}{4}} =$$

$$1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}} =$$

Puissances

La puissance d'un nombre, c'est la **multiplication répétée** de ce nombre avec lui-même.

$$\begin{array}{c} \text{exposant} \nearrow \\ 2^4 \\ \nwarrow \text{base} \end{array} = \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2}_{4 \text{ facteurs de } 2}$$

RÈGLES DE CALCUL

Je **multiplie** deux puissances qui ont la même base en **additionnant leurs exposants**.

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

Je **divise** deux puissances qui ont la même base en **soustrayant les exposants**.

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Une **puissance de puissance** ? Je multiplie les exposants !

$$(a^n)^m = a^{n \times m}$$

Si les puissances n'ont pas la même base mais le **même exposant**, on peut factoriser.

$$a^m \times b^m = (ab)^m$$

Exemples : $2^7 \times 5^7 = (2 \times 5)^7 = 10^7$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

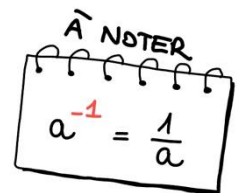
La même règle s'applique pour un quotient.

LA PUISSANCE NÉGATIVES, COMMENT ÇA MARCHE ?

Pour un nombre réel **a** non nul, et **n** un nombre entier, la **puissance négative**, c'est une **division répétée**.

Ainsi, a^{-n} c'est **l'inverse** de a^n .

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$



ATTENTION, ERREURS CLASSIQUES

✗ Je ne peux pas additionner les puissances en **additionnant leurs exposants**.

$$a^m + a^n \neq a^{m+n} \quad \text{et} \quad a^m + b^n \neq (a+b)^n$$

✗ Je ne peux pas « **descendre** » le signe de l'exposant.

$$6^{-2} \neq -6^2 \quad \text{et} \quad 6^{-2} = \frac{1}{6^2} = \frac{1}{36} \quad \checkmark$$

Exercices

1. Cocher la ou les réponses exactes.

- $5^7 \times (5^3)^2$ est égal à ☐ $5^7 \times 5^5$ ☐ $5^7 \times 5^6$ ☐ 5^{12} ☐ 5^{13}
- $\frac{(-3)^5}{3^7 \times 3}$ est égal à ☐ -3^{-3} ☐ 3^{-3} ☐ $-\frac{1}{3^2}$ ☐ $-\frac{1}{3^3}$
- Pour tous réels a et b non nuls, $\frac{ab^6}{(ab)^4}$ est égal à ☐ $\frac{1}{a^2b^2}$ ☐ $(ab)^2$ ☐ $a^{-4}b^2$ ☐ $a^{-3}b^2$
- Pour tous réels a et b non nuls, $\left(\frac{a^2}{a \times b^3}\right)^4 \times b$ est égal à ☐ a^4b^{-11} ☐ $\frac{a^8}{b^6}$ ☐ $\frac{a^7}{b^{11}}$ ☐ $\left(\frac{a^4}{b^{12}}\right) \times b$

2. Entourer l'intrus dans chaque série.

$3,5 \times 10^4$
 $35\,000$
 $\frac{35}{10^{-3}}$
 $0,035 \times 10^{-2}$

$(-4)^3$
 4^3
 $\frac{-4^5 \times 4^6}{(4^2)^4}$
 $\frac{4^{-8}}{(-4)^{-11}}$

$(2 \times 3)^{-1}$
 $\frac{6^{10}}{6^7 \times 6^4}$
 6
 $6^5 \times \frac{6^{-4}}{6^2}$

3. a et b sont des réels non nuls. Simplifier les expressions suivantes.

$$a^{-1} \times (ab)^2 = \dots\dots\dots$$

$$(a^{-3} \times ab)^3 = \dots\dots\dots$$

$$(a^2 \times b)^3 = \dots\dots\dots$$

$$\frac{(ab^2)^3}{a^2b} = \dots\dots\dots$$

4. Calculer A et B sous la forme de puissances de 2, de 3 et de 5.

$$A = \frac{5^7 \times 10^{-4} \times 3^9}{10^{-5} \times 3^7 \times 5^{10}}$$

$$B = \frac{(-6)^4 \times 15^4 \times (-16)^3}{25 \times 12^3}$$

=

=

.....

.....

.....

.....

Racine carrée

La **racine carrée** de n , notée $\sqrt{n}$ est le nombre positif qui a pour carré n .

Exemple : $\sqrt{9}$ est le nombre positif qui a pour carré 9.
Donc $\sqrt{9} = 3$ car $3^2 = 3 \times 3 = 9$



Si a est un nombre réel alors $\sqrt{a^2} = |a|$

Exemple : $\sqrt{(-8)^2} = |-8| = 8$

CALCULER LES RACINES CARRÉES

Soit a et b deux réels positifs. Je peux **multiplier** les racines en mettant **sous le même signe**.

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

Exemple : $\sqrt{50} \times \sqrt{3} = \sqrt{50 \times 3} = \sqrt{150}$ ✓

Je peux simplifier un **quotient**.

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Exemple : $\sqrt{\frac{100}{4}} = \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{4}} = \frac{10}{2} = 5$ ✓

Attention !

✗ Impossible de simplifier les additions de racines	✓ Je peux seulement effectuer l'addition à l'intérieur du signe
$\sqrt{2} + \sqrt{3} \neq \sqrt{2+3}$	$\sqrt{2+3} = \sqrt{5}$

METTRE SOUS FORME $a\sqrt{b}$

La forme préconisée pour les racines carrées est de type $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers, b étant le plus petit possible.

Exemple : $\sqrt{8} = \sqrt{2 \times 4} = \sqrt{2} \times \sqrt{4} = \sqrt{2} \times 2 = 2\sqrt{2}$

Exercices

1. Entourer de la même couleur les nombres égaux.

$\sqrt{25}$

$\sqrt{12}$

100

$\sqrt{90}$

$\sqrt{117}$

$2\sqrt{3}$

10

$9\sqrt{10}$

5

$3\sqrt{13}$

$\sqrt{(-10)^2}$

$3\sqrt{10}$

2. Écrire ces nombres sous la forme $2\sqrt{2}$ avec a et b des entiers et b le plus petit possible.

$$\sqrt{1300} =$$

$$\sqrt{250} =$$

$$3\sqrt{2} \times (-4\sqrt{10}) =$$

$$2\sqrt{63} \times 3\sqrt{21} =$$

$$\frac{\sqrt{105} \times \sqrt{51}}{3\sqrt{34}} =$$

$$\sqrt{\frac{98}{27}} \times \frac{3\sqrt{72}}{\sqrt{28}} =$$

3. Développer les carrés suivants sans calculatrice.

$$(1 - 2\sqrt{3})^2 =$$

$$(2 - 3\sqrt{3})^2 =$$

$$(3 - \sqrt{2})^2 =$$

$$(3 - 2\sqrt{2})^2 =$$

$$(1 - \sqrt{2})^2 =$$

Multiples, diviseurs, et nombres premiers

MULTIPLES ET DIVISEURS

Soit a et b deux nombres entiers.

S'il existe un entier k tel que $a = k \times b$, on dit que :

- b **divise** a
- b est un **diviseur** de a
- a est **divisible** par b
- a est un **multiple** de b

Exemple : $44 = 4 \times 11$ donc on peut dire que :

- 4 et 11 sont des diviseurs de 44,
- 44 est un multiple de 4,
- 11 divise 44.

NOMBRES PREMIERS

Un **nombre premier** est un nombre dont les seuls diviseurs sont **1 et lui-même**.

- 1 **n'est pas premier** car il n'a qu'un seul diviseur, lui-même.
- Les dix premiers nombres premiers sont : 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29.

Soit n un nombre entier ≥ 2 .

Si n n'admet pour diviseur aucun des nombres premiers inférieurs ou égaux à $\sqrt{n}$, alors n est **premier**.

Exemple : 373 n'est pas divisible par 2, par 3, par 5, par 7, par 11, par 13 et par 17 qui sont les nombres premiers plus petit que $\sqrt{373} \approx 19,3$. Donc 373 est donc un nombre premier.

Exercices

1. Vrai ou faux ?

La somme d'un multiple de 4 et d'un multiple de 3 est un multiple de 7.

☐ Vrai ☐ Faux

La somme de trois entiers relatifs consécutifs est divisible par 3.

☐ Vrai ☐ Faux

64 a exactement 12 diviseurs.

☐ Vrai ☐ Faux

7 est un diviseur de 35 et de 70 donc 7 est un diviseur de 105.

☐ Vrai ☐ Faux

137 est un nombre premier.

☐ Vrai ☐ Faux

2. Relier chaque nombre à ses multiples.

10	630	55	72	121
●	●	●	●	●
multiple de 5	multiple de 6	multiple de 3	multiple de 11	

3. Exercice

a. 503 est-il divisible par 2 ? par 3 ? par 5 ?

b. Donner la liste des nombres premiers inférieurs à $\sqrt{503}$.

c. Montrer que 503 est un nombre premier.

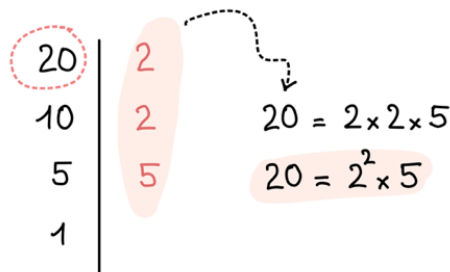
Fraction irréductible

DECOMPOSITION EN FACTEURS PREMIERS

Tout nombre entier supérieur ou égal à 2 peut se décomposer en un **produit de facteurs premiers**.

Exemple : $20 = 2^2 \times 5$ où **2** et **5** sont bien des **nombre premiers**. ✓

Remarque : La décomposition en produit de facteurs premiers est **unique** !



FRACTION IRREDUCTIBLE

Une fraction est **irréductible** lorsque le numérateur et le dénominateur sont **premiers entre eux**, c'est-à-dire qu'ils n'ont pas de diviseur commun autre que 1.

Je te montre la méthode

1. Pour rendre irréductible une fraction, on commence par décomposer son numérateur et son dénominateur en **produits de facteurs premiers**.

$$\frac{4312}{1008} = ?$$

$$\begin{aligned} 4312 &= 2^3 \times 7^2 \times 11 \\ 1008 &= 2^4 \times 3^2 \times 7 \end{aligned}$$

2. Puis on simplifie au numérateur et au dénominateur.

$$\frac{\cancel{2^3} \times \cancel{7^2} \times 11}{\cancel{2^4} \times 3^2 \times \cancel{7}} = \frac{7 \times 11}{2 \times 3^2}$$

3. On obtient la **forme irréductible**.

$$\frac{4312}{1008} = \frac{77}{18}$$

Exercices

1. Entourer les fractions irréductibles

$$\frac{23}{27}$$

$$\frac{26}{130}$$

$$\frac{35}{10}$$

$$\frac{17}{67}$$

$$\frac{23\,057}{27\,908}$$

$$\frac{3771}{99}$$

2. Décomposer chaque nombre en produit de facteurs premiers.

$$120 =$$

$$256 =$$

$$72 =$$

$$400 =$$

En déduire une simplification des fractions suivantes.

$$A = \frac{120}{256} = \dots\dots\dots$$

$$B = \frac{72}{400} = \dots\dots\dots$$

$$C = \frac{120}{400} = \dots\dots\dots$$

$$D = \frac{400}{256} = \dots\dots\dots$$

3. Décomposer 330 et 1 452 en produit de facteurs premiers.

$$330 =$$

$$1\,452 =$$

En déduire la forme irréductible de :

$$\frac{330}{1452} =$$

Effectuer le calcul suivant :

$$A = \frac{13}{22} + \frac{330}{1452} =$$

Distributivité et identités remarquables

DÉVELOPPER UNE EXPRESSION

Pour **développer une expression** dans un calcul littéral, on utilise la **distributivité** de la multiplication sur l'addition.

$$k(a + b) = ka + kb$$

On parle de double-distributivité dans le cas suivant :

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

FACTORISER UNE EXPRESSION

Pour **factoriser une expression** dans un calcul littéral.

$$3x + 12x^2 = ?$$

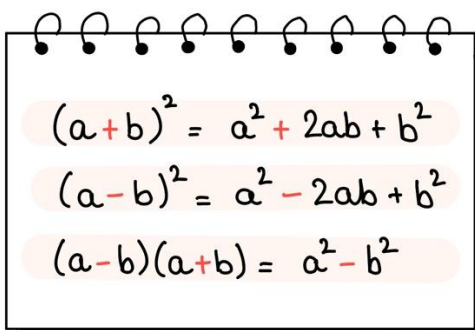
1. J'**identifie** le facteur commun.
2. J'**isole** le facteur commun et fais apparaître les parenthèses.
3. Je **remplis la parenthèse** avec la somme de telle sorte de retrouver chaque terme initial.

$$3x \times 1 + 3x \times 4x$$

$$3x (\quad + \quad)$$

$$3x (1 + 4x) \quad \checkmark$$

IDENTITÉS REMARQUABLES



$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

Dans le sens $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, on dit qu'on **développe**.

Dans le sens $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ on dit qu'on **factorise**.

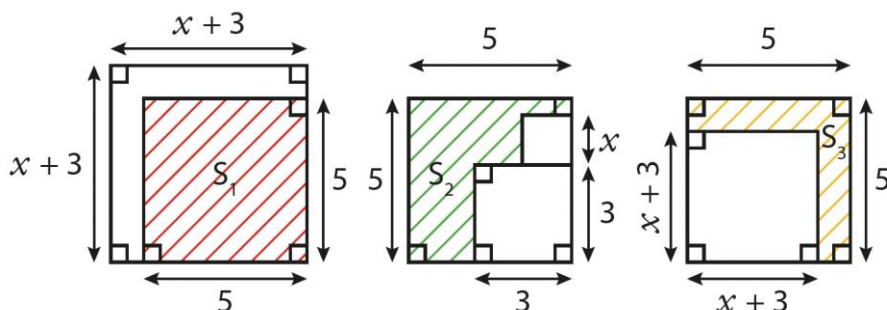
Exemple :

$$(a+3)^2 \neq a^2 + 9 \quad \times$$

$$(a+3)^2 = a^2 + 6a + 9 \quad \checkmark$$

Exercices

1. Laquelle de ces surfaces hachurées a pour aire $25 - (x + 3)^2$?



2. Développer et simplifier les expressions suivantes.

$$A = (x + 1)(x - 3) - 5(x - 2) =$$

$$B = (3x - 5)^2 =$$

$$C = (10x - 7)(10x + 7) =$$

$$D = (8x + 5)^2 =$$

$$E = (6x - 2)^2 - (2x + 5)^2 =$$

3. Factoriser les expressions suivantes

$$A = 14x - 35 =$$

$$B = 20a + 10 =$$

$$C = 12x^2 + 6x =$$

$$D = 2(x - 2) + x(x - 2) =$$

$$E = (2x - 1)(x + 3) - 2x + 1 =$$

4. Relier chaque expression à sa forme factorisée.

$$(-2x+1)(2x+1) + (-2x+1)(x+4) \bullet$$

$$x^2 - 4x + 4 \bullet$$

$$36x^2 + 36x + 9 \bullet$$

$$4x^2 - 4x + 1 \bullet$$

$$25x^2 - 64 \bullet$$

$$\bullet (-2x+1)^2$$

$$\bullet (x-2)^2$$

$$\bullet (5x+8)(5x-8)$$

$$\bullet (6x+3)^2$$

$$\bullet (3x+5)(-2x+1)$$

Équations du premier degré

RÉSoudre UNE ÉQUATION

Résoudre une équation, c'est **trouver la (ou les) valeur de l'inconnue x**. Pour cela, il faut isoler x tout en conservant l'égalité entre les deux membres.

$ax + b = 0$ a pour unique solution $x = -\frac{b}{a}$
 $\swarrow$
 $a \neq 0$

Voici la méthode :

- Si on **ajoute** (ou on **retranche**) un même nombre aux deux membres d'une équation, on obtient une **équation équivalente**.

$$\begin{aligned} 3x + 5 &= 4 \\ 3x + 5 - 5 &= 4 - 5 \quad \text{je soustraie 5 aux deux membres} \\ 3x &= -1 \quad \text{cette équation est équivalente à l'équation initiale} \end{aligned}$$

- Si on **multiplie** (ou on **divise**) les deux membres d'une équation par un même nombre non nul, on obtient **équation équivalente**.

$$\begin{aligned} \frac{3x}{3} &= \frac{-1}{3} \quad \text{je divise par 3 les deux membres} \\ x &= -\frac{1}{3} \quad \checkmark \end{aligned}$$

PEUT-ON AVOIR PLUSIEURS SOLUTIONS ?

Oui ! Certaines équations ont même une *infinité* de solutions, comme celle-ci :

$$3x + 5 = 6x - 10 + 5 - 3x$$

Quelle que soit la valeur de x, l'égalité est vérifiée. On dit que l'équation a une *infinité de solutions*. 

ÇA EXISTE, DES ÉQUATIONS SANS SOLUTIONS ?

Oui ! Certaines équations sont *impossibles* à résoudre. Par exemple celle-ci :

$$3x + 5 = 2x + 6 + x$$

En appliquant la méthode de résolution, on obtient : $5 = 6$, une égalité fausse. On dit que l'équation **n'a pas de solution**. 

Exercices

1. Relier chacune des équations à sa solution.

$$2x + 3 = 0$$



$$-3x + 5 = 0$$



$$-5x - 3 = 0$$



$$3 - 2x = 0$$



$$-3x - 2 = 0$$



$$\frac{2}{3}$$



$$-\frac{3}{2}$$



$$-\frac{2}{3}$$



$$\frac{3}{2}$$



$$\frac{5}{3}$$



$$-\frac{5}{3}$$



$$-\frac{3}{5}$$

2. Résoudre les équations suivantes.

$$4x + 5 = 3$$

$\Leftrightarrow$

$$4(x + 1) - (x - 3) = 3(x + 2)$$

$\Leftrightarrow$

$$2x + 6 = 3x - 5$$

$\Leftrightarrow$

$$-(x - 2) - 5(x - 1) = -(3x + 1)$$

$\Leftrightarrow$

$$8x - 1 = -7x - 4$$

$\Leftrightarrow$

$$x + 4(x - 1) = 3(x + 5)$$

$\Leftrightarrow$

$$x + 7 = -2x + 3$$

$\Leftrightarrow$

$$7(x + 5) - 5(x - 1) = -(x + 1) + 2(x - 2)$$

$\Leftrightarrow$

3. Problème

Si l'on augmente de 2 cm le côté d'un carré, son aire augmente de 8 cm². Quelle est la mesure du côté du carré initial ?

Inéquations

RÉSOLVRE UNE INÉQUATION

La méthode est similaire à une équation, sauf dans le dernier cas :

- Si on **ajoute** (ou on **retranche**) un même nombre aux deux membres d'une équation, on conserve le sens de l'**inéquation**.

$$\begin{aligned} 2x - 1 &\leq 3 \\ 2x - 1 + 1 &\leq 3 + 1 && \text{j'ajoute 1 aux deux membres} \\ 2x &\leq 4 \quad \checkmark \end{aligned}$$

- Si on **multiplie** (ou on **divise**) les deux membres par un même nombre **positif** non nul, on conserve le sens de l'**inéquation**.

$$\begin{aligned} 2x &\leq 6 \\ \frac{2x}{2} &\leq \frac{6}{2} && \text{je divise par 2 les 2 membres} \\ x &\leq 3 \quad \checkmark \end{aligned}$$

- **Attention** : Si on **multiplie** (ou on **divise**) les deux membres d'une équation par un même nombre négatif non nul, on doit **changer le sens de l'inégalité**.

$$\begin{aligned} -3x &> 2 \\ \frac{-3x}{-3} &< \frac{2}{-3} && \text{je divise par -3 qui est négatif} \\ x &< -\frac{2}{3} \quad \checkmark \end{aligned}$$

COMMENT ÉCRIRE L'ENSEMBLE DES SOLUTIONS ?

Dans les inéquations, les ensembles de solutions sont des **intervalles**.

$$x \leq 3$$

$$S =]-\infty ; 3]$$



$$x > -2$$

$$S =]-2 ; +\infty[$$



Exercices

1. Relier les inégalités à l'ensemble de solutions correspondant.

$x \leq -3$	•	•	$S =]-\infty; 3[$
$x > 3$	•	•	$S =]-\infty; -3]$
$x \geq -3$	•	•	$S =]3; +\infty[$
$x < 3$	•	•	$S = [-3; +\infty[$

2. Cocher la ou les solutions pour chaque inéquation.

- Pour $-3x + 1 > 0$: ☐ $x < \frac{1}{3}$ ☐ $S =]\frac{1}{3}; +\infty[$ ☐ -1 est une solution
- Pour $2x + 1 < 0$: ☐ $x < -\frac{1}{2}$ ☐ $S =]-\infty; -\frac{1}{2}[$ ☐ -3 est une solution
- Pour $3x - 1 \geq 0$: ☐ $x \leq \frac{1}{3}$ ☐ $S = [\frac{1}{3}; +\infty[$ ☐ 3 est une solution

3. Résoudre les inéquations suivantes et écrire l'ensemble des solutions.

$$4x + 5 \geq 3$$

$\Leftrightarrow$

$$8x - 1 > 3x - 4$$

$\Leftrightarrow$

$$2x + 6 \leq 7$$

$\Leftrightarrow$

$$-4x + 1 < 6x - 3$$

$\Leftrightarrow$

$$-2x + 4 < 0$$

$\Leftrightarrow$

$$x + 4(x - 1) \leq 3(x + 5)$$

$\Leftrightarrow$

Équation produit nul

Dans une équation produit nul :

le membre de gauche est un produit $(2x-1)(3x+1) = 0$ le membre de droite est nul

Les équations suivantes **ne sont pas** des équations produit nul :

$3x(2x-1) + 1 = 0$ ✗ ce n'est pas un produit

$3x(2x-1) = 1$ ✗ le membre de droite n'est pas nul

RÉSoudre UNE ÉquATION PRODUIT NUL

L'équation produit $A \times B = 0$ est équivalente à $A = 0$ ou $B = 0$

Exemple : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2x(x-1) = 0$

$$2x(x-1) = 0 \Leftrightarrow 2x = 0 \text{ ou } (x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = 1 \quad \checkmark$$

On note l'ensemble des solutions $S = \{0; 1\}$.

RÉSoudre UNE ÉquATION QUOTIENT

L'équation quotient $\frac{A}{B} = 0$ est équivalente à $A = 0$ et $B \neq 0$.

Exemple : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\frac{x-3}{2x+6} = 0$.

$$x-3 = 0 \text{ et } 2x+6 \neq 0$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \text{ et } x \neq -3$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \quad \checkmark$$

On note l'ensemble des solutions $S = \{3\}$.

Et si le membre de droite est différent de 0 ? On « passe » tout sur le membre de gauche pour obtenir un membre de droite nul.

$$\frac{x-3}{2x-1} = 1 \Leftrightarrow \frac{x-3}{2x-1} - 1 = 0 \text{ On soustrait 1 aux deux membres.}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x-3)-(2x-1)}{2x-1} = 0$$

On met au même dénominateur.

$$\Leftrightarrow \frac{-x-2}{2x-1} = 0$$

On obtient une équation quotient nul, qu'on résout.

Exercices

1. Entourer la (ou les) réponse(s) exactes

• $2x(5-2x)=0$ a pour solution

$\{2; \frac{5}{2}\}$ $\{0; \frac{5}{2}\}$ $\{0; \frac{2}{5}\}$

• $(3x-4)(x+5)=0$ a pour solution

$\{\frac{4}{3}; -5\}$ $\{-\frac{4}{3}; -5\}$ $\{\frac{3}{4}; -5\}$

• $\frac{3x+6}{x-7}=0$

existe si $x \neq 7$

a pour solutions
-2 et 7

a pour solution
-2

• $\frac{x-4}{x^2-1}=0$

existe si $x \neq -1$
et $x \neq 1$

a pour solutions
4; -1 et 1

a pour solution
4

2. Résoudre les équations produit suivantes.

$$(x+3)(x-5)=0$$

$\Leftrightarrow$

$$6x^2-8x=0$$

$\Leftrightarrow$

$$5x(x+3)=0$$

$\Leftrightarrow$

$$(x-2)(2x+1)+(x-2)x=0$$

$\Leftrightarrow$

$$(-2x+1)(3x-7)=0$$

$\Leftrightarrow$

$$(7x-4)(2x+1)=(4-7x)(x-5)$$

$\Leftrightarrow$

3. Résoudre les équations quotient suivantes.

$$\frac{x-3}{x+4}=0$$

$\Leftrightarrow$

$$\frac{x-3}{2x+5}=1$$

$\Leftrightarrow$

$$\frac{1-3x}{x+2}=0$$

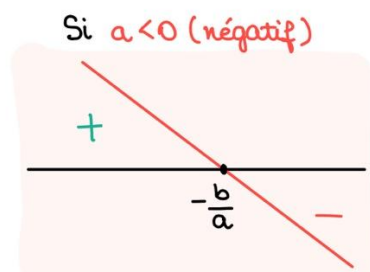
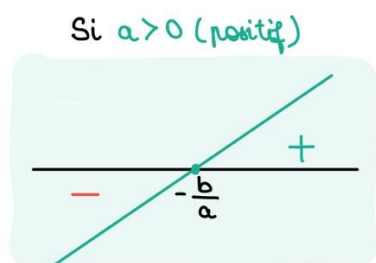
$\Leftrightarrow$

$$\frac{2}{3x+4}+\frac{1}{x-1}=0$$

$\Leftrightarrow$

Inéquation produit

SIGNES DE $ax+b$



SIGNE D'UN PRODUIT

On étudie le signe de **chacun des facteurs** que l'on rassemble dans un tableau puis on applique la **règle des signes**.

Exemple : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $(x + 1)(2x - 5) > 0$.

1. J'étudie le signe de $(x + 1)$.

x	-1
$x+1$	$- \quad 0 \quad +$

2. J'étudie le signe de $(2x - 5)$.

x	$5/2$
$2x-5$	$- \quad 0 \quad +$

3. Je rassemble dans un tableau et j'applique la règle des signes.

x	-1	$5/2$		
$x+1$	$-$	0	$+$	$+$
$2x-5$	$-$	0	$-$	$+$
$(x+1)x$ $(2x-5)$	$+$	0	$-$	$+$

4. J'obtiens l'ensemble des solutions.

$$S =]-1; \frac{5}{2}[$$

Exercices

1. Cocher la ou les réponses exactes.

a. L'ensemble des solutions de $2x(5 - 2x) > 0$ est :

☐ $S =]-\infty; 0[\cup]\frac{5}{2}; +\infty[$ ☐ $]0; \frac{5}{2}[$ ☐ $[-\frac{5}{2}; 2]$

b. L'ensemble des solutions de $(3x - 4)(x + 5) \leq 0$ est :

☐ $S = [-5; \frac{4}{3}]$ ☐ $] -\infty; -5[$ ☐ $] -5; \frac{4}{3}[$

c. L'ensemble des solutions de $\frac{3x+6}{x-9} > 0$:

☐ existe si $x \neq 9$ ☐ existe si $x \neq -2$ ☐ a pour solution $] -\infty; -2[\cup]9; +\infty[$

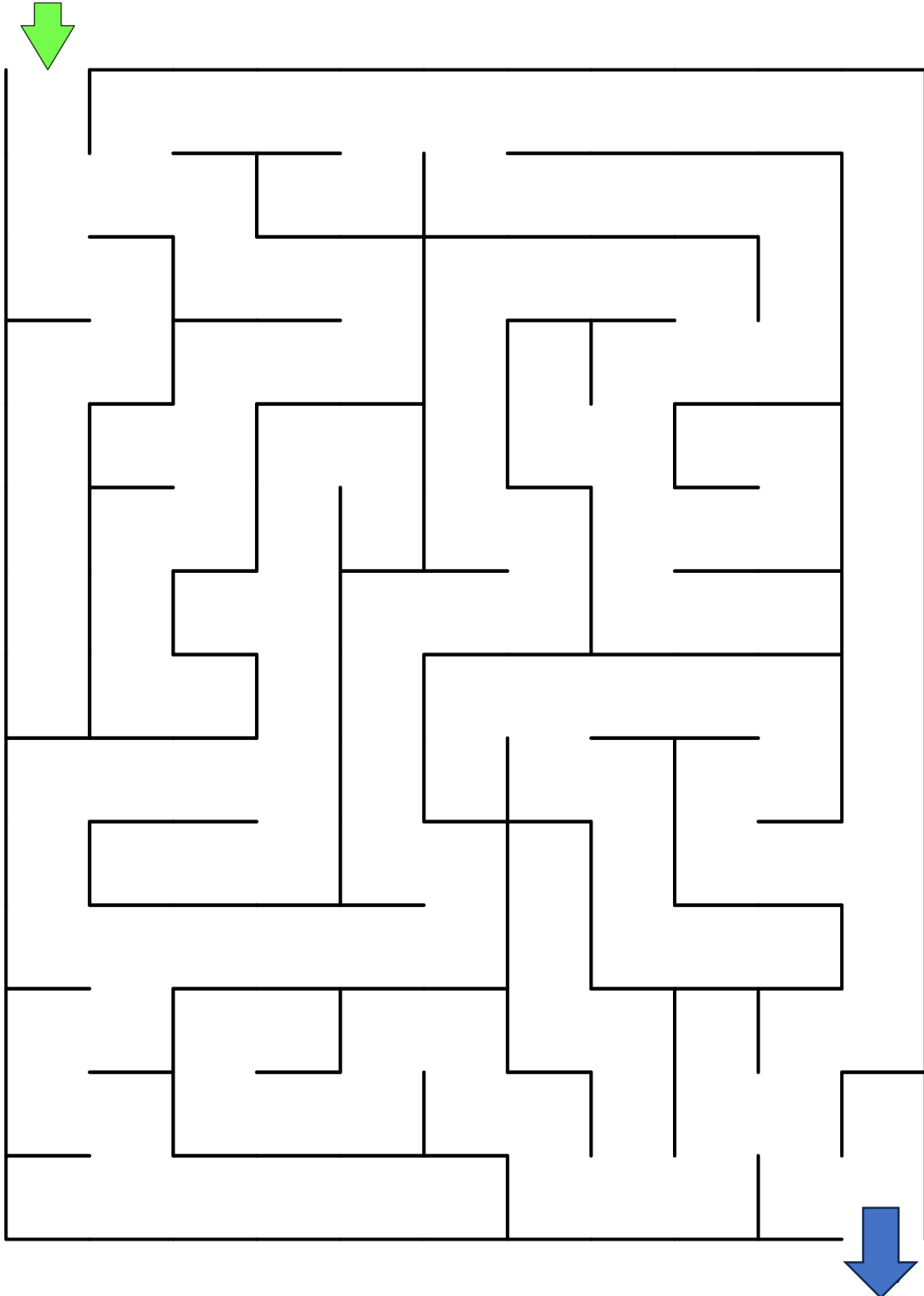
2. Compléter les tableaux de signes puis résoudre les inéquations.

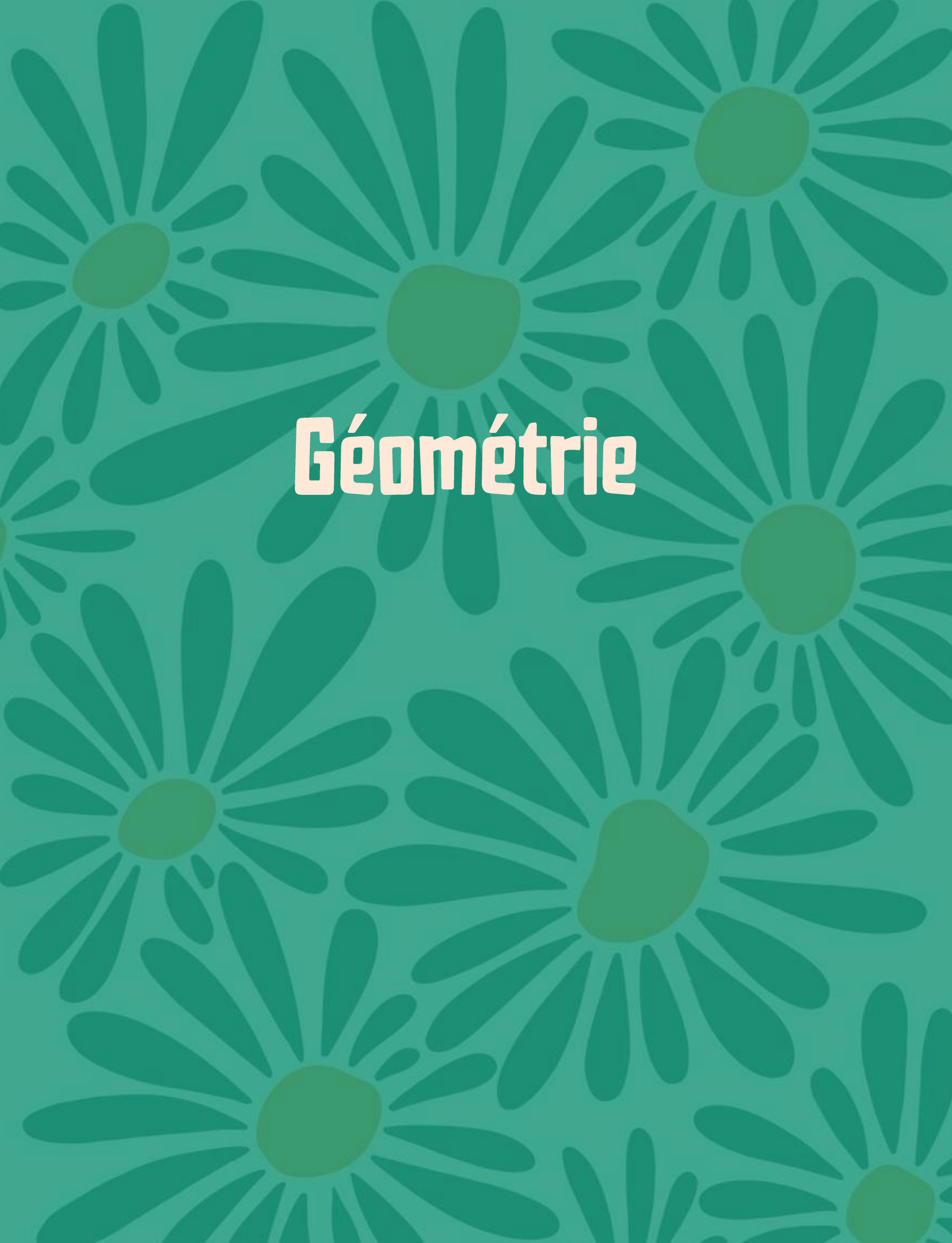
$$(2x + 1)(x - 3) < 0$$

$$(x - 5)(3x + 1) \geq 0$$

$$(2x + 3)(-x + 4) \geq 0$$

Jev





Géométrie

Vecteurs du plan

TRANSLATION ET VECTEURS

La **translation** qui **transforme A en B** est appelée **translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$** .

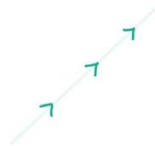
Deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont dits égaux si la translation qui transforme A en B transforme aussi C en D.

Un **vecteur** est caractérisé par

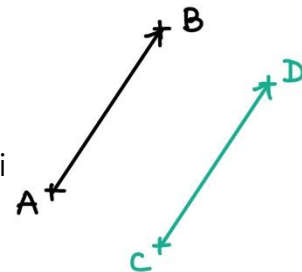
une direction



un sens



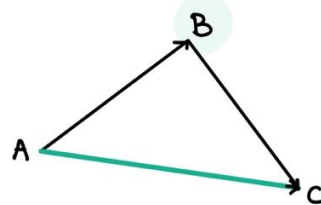
une norme



RELATION DE CHASLES

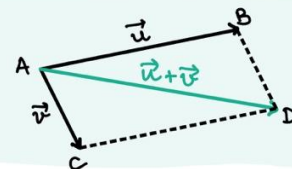
Pour A, B, C trois points du plan

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$



Pour appliquer cette relation, il faut que l'extrémité du premier vecteur coïncide avec l'origine du second vecteur. On les « colle bout à bout ».

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$ si et seulement si
ABDC est un parallélogramme.



PRODUIT D'UN VECTEUR PAR UN RÉEL

Lorsqu'on multiplie **k** à un vecteur $\overrightarrow{AB}$, alors $k\overrightarrow{AB}$:

- a la même direction que $\overrightarrow{AB}$ et **le même sens** que $\overrightarrow{AB}$ si $k > 0$
- a la même direction que $\overrightarrow{AB}$ et **le sens opposé** que $\overrightarrow{AB}$ si $k < 0$
- la norme de $k\overrightarrow{AB}$ est $\|k\overrightarrow{AB}\| = |k| \times AB$

Exercices

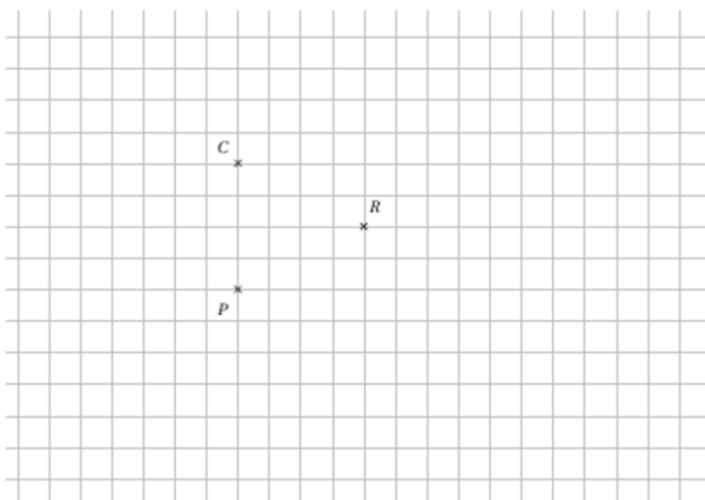
1. Sur la grille ci-dessous, placer les points H, B, K, L tels que :

$$\overrightarrow{CP} = \overrightarrow{RH};$$

$$\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{PR};$$

$$\overrightarrow{KP} = \overrightarrow{CR};$$

$$\overrightarrow{RP} = \overrightarrow{LH}$$



2. Compléter les égalités suivantes.

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} =$$

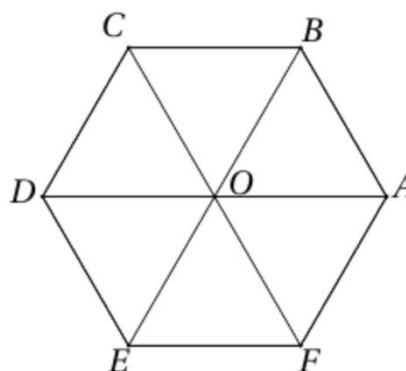
$$\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OE} =$$

$$\overrightarrow{FO} + \overrightarrow{DO} =$$

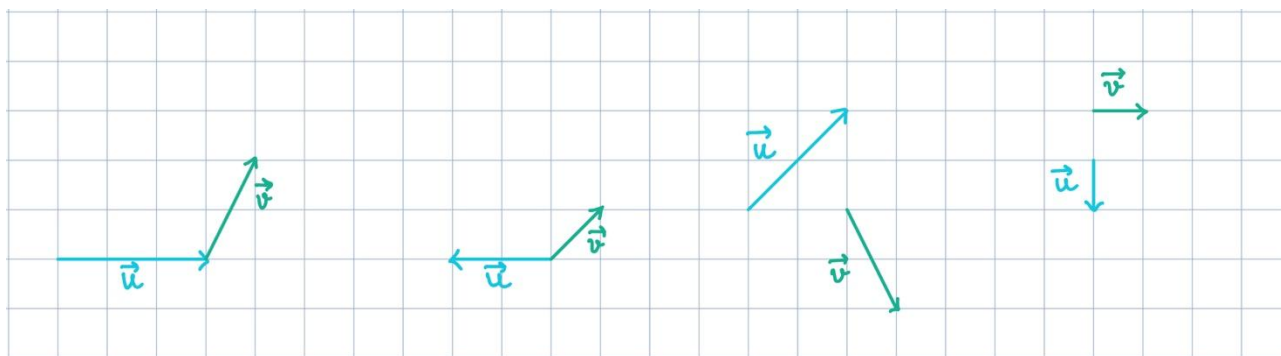
$$\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CD} =$$

$$\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CD} =$$

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AF} =$$



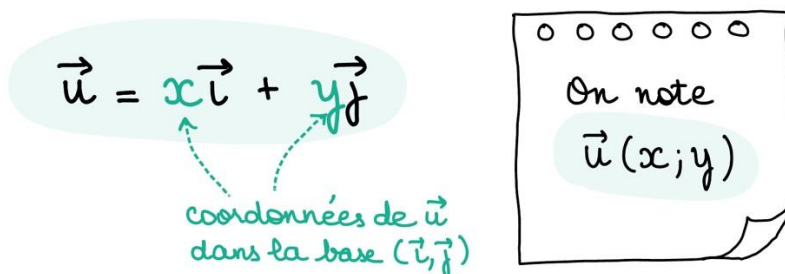
3. Construire la somme des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.



Coordonnées d'un vecteur

COORDONNÉES D'UN VECTEUR

Dans une base $(\vec{i}, \vec{j})$, on peut représenter de façon unique le vecteur $\vec{u}$:



$$\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

coordonnées de $\vec{u}$
dans la base $(\vec{i}, \vec{j})$

On note
 $\vec{u}(x; y)$

 **Méthode : Calculer les coordonnées d'un vecteur à partir de deux points.**

Soit $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$. Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $(x_B - x_A; y_B - y_A)$.

Exemple : $A(2; 0)$ et $B(-1; 3)$. Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées

$$(x_B - x_A; y_B - y_A) = (-1 - 2; 3 - 0) = (-3; 3) \quad \checkmark$$

SOMME ET PRODUIT PAR UN RÉEL

Soit deux vecteur $\vec{u}(x; y)$ et $\vec{v}(x'; y')$.

Pour **additionner** deux vecteurs, on additionne leurs coordonnées respectives.

$$\vec{u} + \vec{v} \text{ a pour coordonnées } (x+x'; y+y')$$

Pour **multiplier par un réel**, on multiplie chaque coordonnée par ce réel.

$$k\vec{u} \text{ a pour coordonnées } (kx; ky)$$

Exercices

1. Cocher la réponse exacte.

a. Le vecteur qui a pour coordonnées (2 ; 3) est :

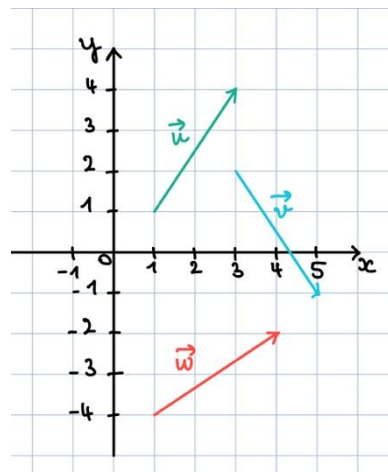
☐ $\vec{u}$ ☐ $\vec{v}$ ☐ $\vec{w}$

b. Le vecteur $\vec{w}$ a pour coordonnées :

☐ (3 ; -2) ☐ (-3 ; -2) ☐ (3 ; 2)

c. Le vecteur $\vec{v}$ a pour coordonnées :

☐ (5 ; -1) ☐ (2 ; -3) ☐ (-2 ; -3)



2. Déterminer graphiquement les coordonnées des vecteurs.

$\vec{u}$ (___; ___)

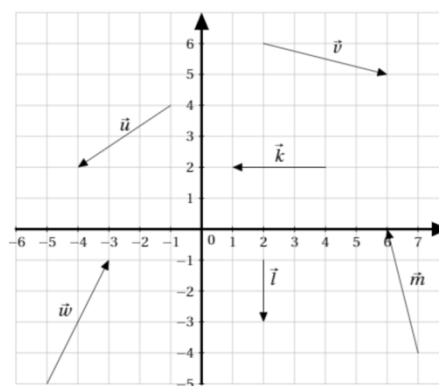
$\vec{v}$ (___; ___)

$\vec{w}$ (___; ___)

$\vec{k}$ (___; ___)

$\vec{l}$ (___; ___)

$\vec{m}$ (___; ___)



a $\vec{u}(-3; -2)$, $\vec{v}(4; -1)$, $\vec{w}(2; 4)$, $\vec{k}(-3; 0)$, $\vec{l}(2; -2)$ et $\vec{m}(-1; 4)$.

3. Associer chaque vecteur à ses coordonnées

Soit les points $A(2; -3)$, $B(5; -1)$ et $C(-3; 0)$.

$\vec{AB}$



$\vec{AC}$



$\vec{AB} + \vec{CB}$



$-2\vec{BC}$



(11; 1)

(1; 11)

(3; 2)

(5; -3)

(16; -2)

(-5; 3)

(-3; -2)

Colinéarité

DEUX VECTEURS COLINÉAIRES

Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ non nuls sont **colinéaires** lorsqu'il existe un réel k tel que :

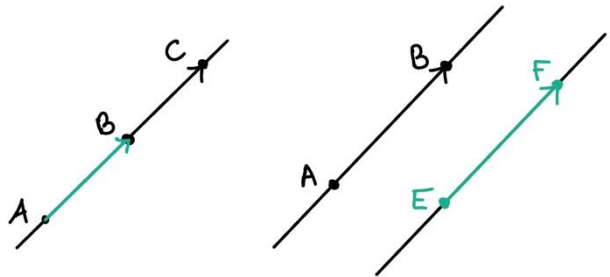
$$\vec{v} = k\vec{u}$$

Le vecteur nul $\vec{0}$ est colinéaire à tout vecteur.

Deux propriétés à connaître :

Trois points **A, B et C** sont **alignés** si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont **colinéaires**.

Deux droites (AB) et (EF) sont **parallèles** si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{EF}$ sont **colinéaires**.



LE DÉTERMINANT

On considère deux vecteurs $\vec{u}(x; y)$ et $\vec{v}(x'; y')$, le **déterminant** est défini comme suit :

$$\det(\vec{u}, \vec{v}) = xy' - x'y$$

Mais à quoi ça sert ?

À déterminer si deux vecteurs sont *colinéaires* !

$\vec{u}(x; y)$ et $\vec{v}(x'; y')$ sont colinéaires si et seulement si **le déterminant est nul**.

$$\det(\vec{u}, \vec{v}) = xy' - x'y = 0$$

Exemple

Soit $\vec{u}(3; 2)$ et $\vec{v}(-6; -4)$.

$$\begin{aligned} \det(\vec{u}, \vec{v}) &= 3 \times (-4) - 2 \times (-6) \\ &= -12 + 12 = 0 \end{aligned}$$

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

On remarque que $\vec{v} = -2\vec{u}$

Exercices

1. Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).

a. Parmi $\vec{u}(-8; 2)$, $\vec{v}(-6; -2)$, $\vec{w}(-20; 5)$ et $\vec{z}(9; 3)$, les vecteurs colinéaires sont :

☐ $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ☐ $\vec{u}$ et $\vec{w}$ ☐ $\vec{u}$ et $\vec{z}$

b. On donne les points $A(-8; 2)$, $B(-6; -2)$, $C(-20; 5)$. Le déterminant des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ est :

☐ -1 ☐ 3 ☐ 1

c. Soit $A(2; 3)$, $B(4; 1)$, $C(6; -1)$:

☐ B est le milieu de $[AC]$ ☐ $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires ☐ $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$

d. Soit $A(2; 3)$, $B(4; 1)$, $C(11; -2)$ et $D(7; 2)$.

☐ $(AB) // (CD)$ ☐ A, B et C sont alignés ☐ $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}) = 0$

2. Calculer le déterminant des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

1. $\vec{u}(2; 3)$ et $\vec{v}(-1; 4)$.

$$\det(\vec{u}, \vec{v}) =$$

2. $\vec{u}(4; -6)$ et $\vec{v}(-8; 12)$

$$\det(\vec{u}, \vec{v}) =$$

3. $\vec{u}(-1; -5)$ et $\vec{v}(-3; -8)$

$$\det(\vec{u}, \vec{v}) =$$

3. Problème

On donne les vecteurs $\vec{u}(-2; 3)$, $\vec{v}(4; 2; -6; 3)$ et $\vec{w}(5; 7; 4)$.

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont-ils colinéaires ? et les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{w}$?

Distance entre deux points

NORME D'UN VECTEUR

La **norme** d'un vecteur, c'est l'équivalent de sa « longueur ». Pour un vecteur $\vec{u}(x; y)$:

La **norme** d'un vecteur $\vec{u}(x; y)$, notée $\|\vec{u}\|$ est donnée par la formule $\sqrt{x^2 + y^2}$.

Exemple : calculer la norme du vecteur $\vec{u}(3; -2)$.

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{3^2 + (-2)^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13} \quad \checkmark$$

DISTANCE ENTRE DEUX POINTS

On considère deux points $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ du plan, la **distance AB** est donnée par :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

La **distance AB** c'est la norme du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

Exemple : calculer la distance entre $A(1; 1)$ et $B(-1; 2)$.

$$AB = \sqrt{(-1 - 1)^2 + (2 - 1)^2} = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5} \quad \checkmark$$

MILIEU D'UN SEGMENT

Le **milieu** du segment $[AB]$ a pour coordonnées $\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$.

Exemple : M milieu du segment $[AB]$ où $A(1; 1)$ et $B(-1; 2)$.

$$\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right) = \left(\frac{1 + (-1)}{2}; \frac{1 + 2}{2}\right) = \left(0; \frac{3}{2}\right)$$

Exercices

1. Vrai ou faux ?

Soit les points $A(-2; 1)$, $B(1; 4)$, $C(3; 2)$ et $D(0; -1)$.

- | | | |
|--|------|------|
| a. Le milieu du segment $[AC]$ a pour coordonnées $(\frac{5}{2}; \frac{1}{2})$ | VRAI | FAUX |
| b. Les segments $[AB]$ et $[BD]$ ont le même milieu. | VRAI | FAUX |
| c. Le milieu du segment $[CD]$ a pour coordonnées $(\frac{3}{2}; \frac{1}{2})$ | VRAI | FAUX |
| d. Si $\vec{AM} = \vec{MB}$ alors M est le milieu de $[AB]$ | VRAI | FAUX |

2. Cocher la (ou les) réponses exactes.

Soit les points $A(6; 5)$, $B(4; 1)$, $C(8; 1)$

- La distance AB est égale à ☐ $2\sqrt{5}$ ☐ 6 ☐ $\sqrt{136}$ ☐ $\sqrt{20}$
- Le cercle de centre B passant par C a pour rayon ☐ 16 ☐ 4 ☐ 8 ☐ 6
- Le triangle ABC est ☐ isocèle ☐ équilatéral ☐ rectangle ☐ quelconque

3. Montrer que le quadrilatère $ABCD$ est un carré.

Les points ont les coordonnées suivantes : $A(-1; 1)$, $B(3; 2)$, $C(2; 6)$ et $D(-2; 5)$.

Configurations du plan

THÉORÈME DE PYTHAGORE

Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Exemple

Le triangle ABC est rectangle en B.

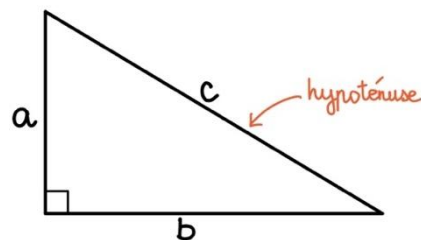
AB = 10 cm et BC = 20 cm. Que vaut **AC** ?

Appliquons le théorème de Pythagore dans le triangle **ABC**.

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = 10^2 + 20^2 = 100 + 400 = 500$$

$$AC = \sqrt{500} \approx 22,4 \text{ cm}$$



THÉORÈME DE THALÈS

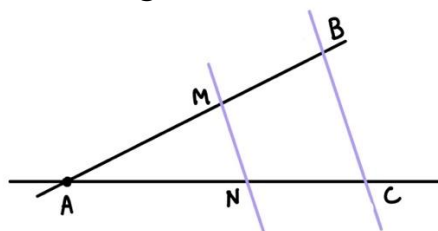
Soit deux droites (MB) et (NC) sécantes en A.

Si les droites (BC) et (MN) sont parallèles, alors

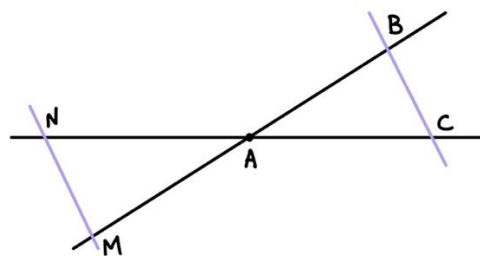
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

Il y a deux configurations du théorème de Thalès :

Triangles emboîtés



Papillon



Exemple

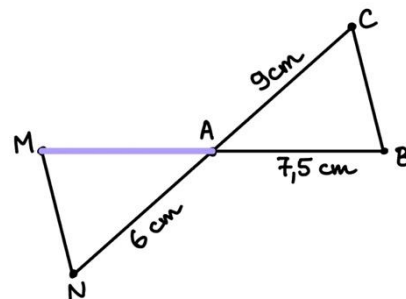
Sur la figure ci-contre, les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

Calculer **AM**.

Les droites (MB) et (NC) sont sécantes en A. Les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a donc : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

Calcul de AM : $\frac{AM}{7,5} = \frac{6}{9}$ donc $AM = \frac{6 \times 7,5}{9} = \frac{45}{9} = 5 \text{ cm}$ ✓



Exercices

1. Pour chaque figure ci-dessous, calculer la longueur x .

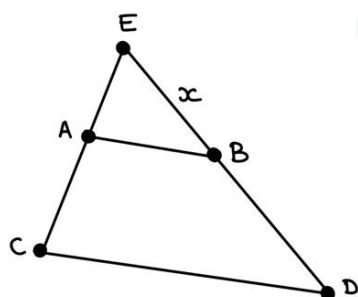


Figure 1

$$(AB) \parallel (CD)$$

$$EA = 3$$

$$EC = 4,5$$

$$ED = 10,5$$

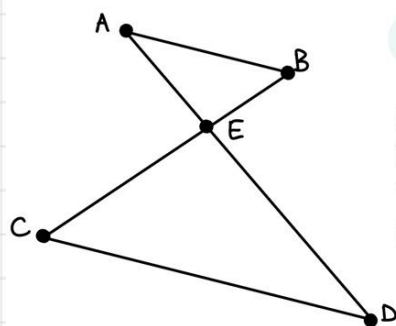


Figure 2

$$(AB) \parallel (CD)$$

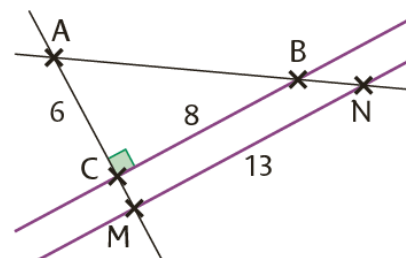
$$EB = 4,5$$

$$BC = 18$$

$$ED = 12$$

2. Cocher la (ou les) réponses exactes.

- a. AB est égal à ☐ 28 ☐ 10 ☐ 100 ☐ 12
- b. AM est égal à ☐ $\frac{6 \times 13}{8}$ ☐ $\frac{6 \times 8}{13}$ ☐ 3,7 ☐ 9,75
- c. BN est égal à ☐ 16,25 ☐ 6,25 ☐ $\frac{130}{8} - 10$ ☐ $\frac{130}{8}$



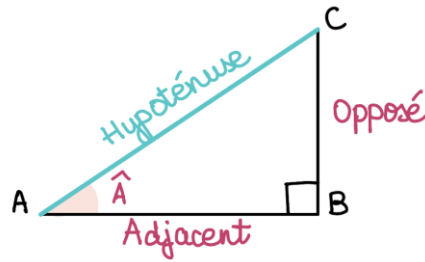
3. Nature du triangle

ABC est un triangle tel que $AB = 1$ cm, $AC = \frac{\sqrt{2}}{2}$ cm, et $BC = \frac{1}{\sqrt{2}}$ cm. Quelle est la nature du triangle ABC ?

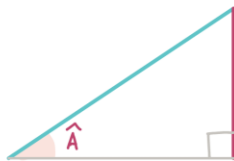
Trigonométrie

DÉFINITION

Dans le triangle ABC rectangle en B, on considère l'angle $\hat{A}$.

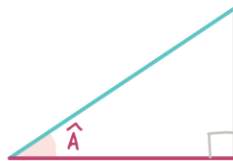


Sinus de l'angle $\hat{A}$



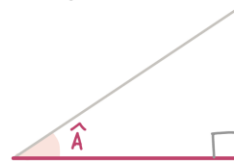
$$\sin \hat{A} = \frac{\text{Opposé}}{\text{Hypoténuse}}$$

Cosinus de l'angle $\hat{A}$



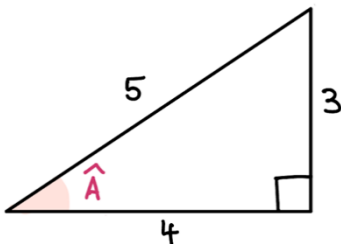
$$\cos \hat{A} = \frac{\text{Adjacent}}{\text{Hypoténuse}}$$

Tangente de l'angle $\hat{A}$



$$\tan \hat{A} = \frac{\text{Opposé}}{\text{Adjacent}}$$

Exemple



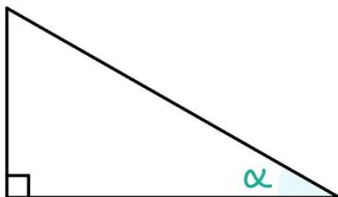
On définit alors les valeurs suivantes :

$$\sin(\hat{A}) = \frac{3}{5}$$

$$\cos(\hat{A}) = \frac{4}{5}$$

$$\tan(\hat{A}) = \frac{3}{4}$$

RELATION FONDAMENTALE

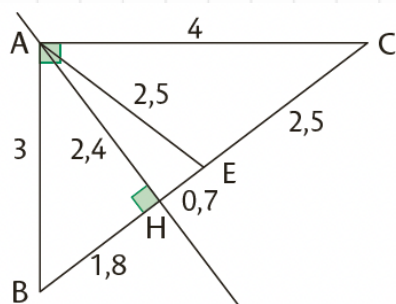


Dans un triangle rectangle, on note α la mesure d'un des angles aigus. On a :

$$\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = 1$$

Exercices

1. Cocher la bonne réponse.



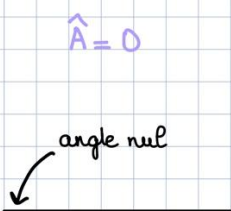
$\tan(\widehat{ABC})$ est égal à ☐ 0,8 ☒ $\frac{4}{3}$ ☐ 0,6

$\cos(\widehat{BAH})$ est égal à ☐ $\frac{1,8}{3}$ ☒ $\frac{2,4}{3}$ ☐ $\frac{2,4}{1,8}$

$\sin(\widehat{ACE})$ est égal à ☐ $\frac{2,4}{3,2}$ ☒ $\frac{2,5}{4}$ ☐ $\frac{2,4}{4}$

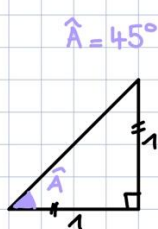
2. Trigonométrie dans les triangles particuliers.

Compléter les valeurs de sinus et de cosinus pour les cas suivants.



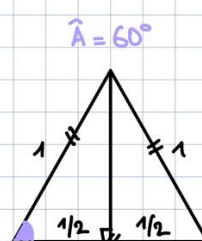
$$\sin \hat{A} =$$

$$\cos \hat{A} =$$



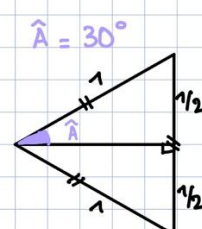
$$\sin \hat{A} =$$

$$\cos \hat{A} =$$



$$\sin \hat{A} =$$

$$\cos \hat{A} =$$



$$\sin \hat{A} =$$

$$\cos \hat{A} =$$

3. Calcul

ABC est un triangle rectangle en C tel que $AC = 30$ cm et $BC = 25$ cm.

Calculer AB , $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BAC}$.

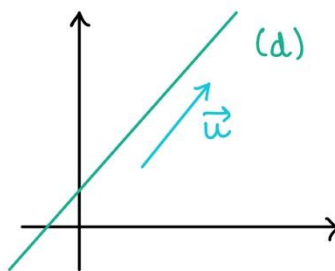
Équations cartésiennes d'une droite

ÉQUATIONS CARTÉSIENNES DE DROITES

Dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ toute droite (d) a une équation cartésienne de la forme

$$ax + by + c = 0 \quad (a; b) \neq (0; 0)$$

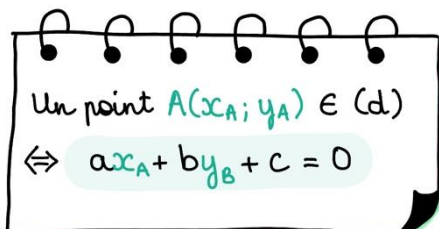
Le vecteur $\vec{u}(-b; a)$ est un vecteur directeur de (d)



Exemple : soit (d) la droite d'équation $2x + 3y - 1 = 0$.

Le vecteur $(-3; 2)$ est un vecteur directeur de (d) .

✦ **Méthode :** Pour vérifier qu'un point **A** appartient à une droite.



Exemple : soit (d) la droite d'équation $2x + 3y - 1 = 0$. Le vecteur $(-3; 2)$ est un vecteur directeur de (d) .

DÉTERMINER UNE ÉQUATION À PARTIR DE 2 POINTS

Déterminer une équation cartésienne de (AB) où $A(0; -2)$ et $B(3; 4)$

1. Je calcule les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.	On a $\overrightarrow{AB}(3; 6)$
2. J'écris la forme de l'équation cartésienne.	Une équation est donc de la forme $6x - 3y + c = 0$
3. Je détermine c en utilisant l'appartenance de A à la droite.	Le point A appartient à la droite (AB) donc $6 \times 0 - 3 \times (-2) + c = 0$. On obtient $c = -6$
4. J'obtiens l'équation cartésienne.	$6x - 3y - 6 = 0$

Exercices

1. Relier chaque point aux droites auxquelles il appartient.

$A(0;3)$ •	• $2x - 3y + 4 = 0$
$B(1; -\frac{1}{2})$ •	• $-4x + 6y + 7 = 0$
$C(1;2)$ •	• $5x - y + 3 = 0$
$D(\frac{1}{5}; 3)$ •	• $y = 5x + 2$
	• $y = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$

2. Compléter le tableau.

Équation cartésienne	Vecteur directeur	Un point
$2x - 4y + 5 = 0$		
$4x - 8 = 0$		
.....	$\vec{u}(-3; 4)$	$A(5; -3)$

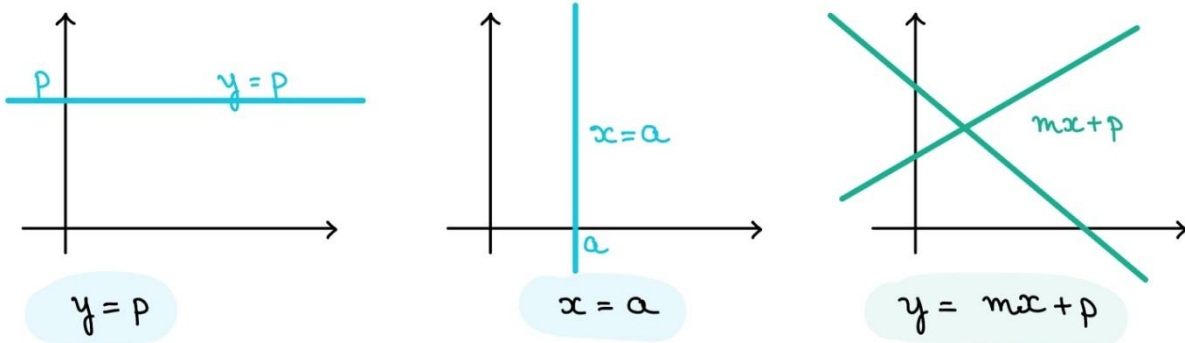
3. Déterminer dans chaque cas une équation cartésienne de la droite (AB)

$A(4; 5)$ et $B(-1; 2)$

$A(-2; 3)$ et $B(7; 1)$

Équation réduite d'une droite

Il y a trois formes d'équations selon la nature de la droite.



ÉQUATIONS RÉDUITE DE DROITES

Si $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ sont tels que $x_A \neq x_B$, alors le **coefficient directeur** (ou **pente**) de (AB) est

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

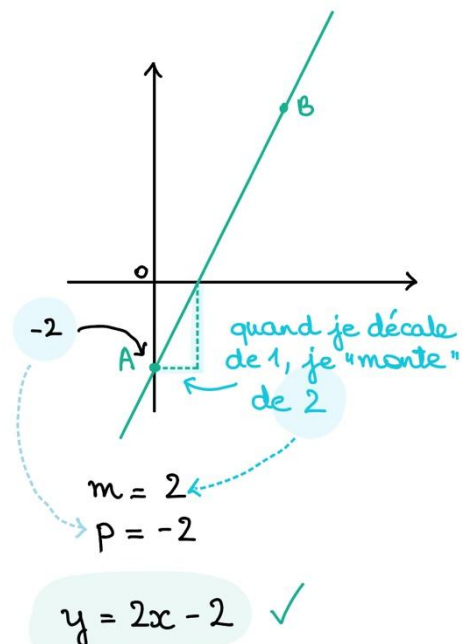
Exemple : soit (d) la droite d'équation $2x + 3y - 1 = 0$

Le vecteur $(-3; 2)$ est un vecteur directeur de (d) .

DÉTERMINER UNE ÉQUATION À PARTIR DU GRAPHE

Déterminer une équation cartésienne de (AB) où $A(0; -2)$ et $B(3; 4)$.

1. Je détermine **m** en déterminant la pente : « de combien je monte ou descends quand je me décale de 1 case vers la droite ? »
2. Je lis **p** : c'est l'intersection de la droite avec l'axe des ordonnées
3. J'obtiens l'équation réduite.



Exercices

1. Relier chaque point aux droites auxquelles il appartient.

A(3; 3)

B(1; 3)

C(-1; -5)

D(-6; -12)

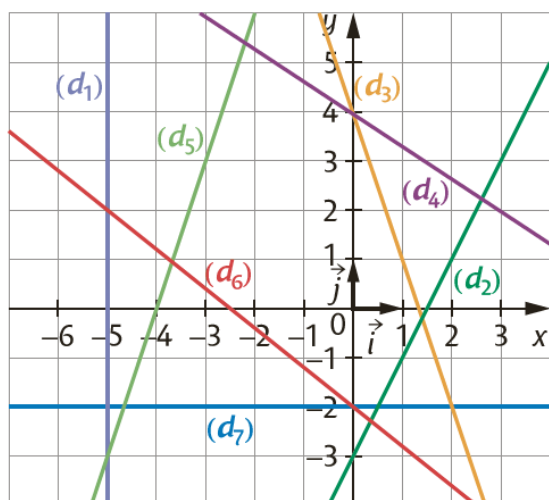
$$y = 4x - 1$$

$$-5x + 3y + 6 = 0$$

2. Compléter le tableau.

Point A	Point B	Pente de la droite (AB)	Ordonnée à l'origine	Équation réduite
A(2 ; 1)	B(7 ; 11)			
A(-2 ; 7)	B(1 ; -2)			
A(3 ; 10)	B(-4 ; 10)			

3. Déterminer une équation réduite de chacune des droites.



Système d'équations

Un système d'équations peut avoir 0, 1 ou une infinité de solutions. Avant de chercher à le résoudre, on détermine la situation.

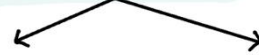
Soit le système
$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

$$ab' - a'b \neq 0$$



une seule solution

$$ab' - a'b = 0$$



aucune solution

une infinité de solutions

RÉOLUTION PAR SUBSTITUTION

Résoudre le système d'équations par la méthode de substitution :
$$\begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ x - 4y = 14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ x - 4y = 14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ x = 14 + 4y \end{cases}$$

On isole facilement l'inconnue x dans la 2^e équation.

$$\begin{cases} 3(14 + 4y) + 2y = 0 \\ x = 14 + 4y \end{cases}$$

On remplace x par $14 + 4y$ dans la 1^{re} équation (substitution).

$$\begin{cases} 42 + 12y + 2y = 0 \\ x = 14 + 4y \end{cases}$$

On résout la 1^{re} équation pour trouver y .

$$\begin{cases} 14y = -42 \\ x = 14 + 4y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -\frac{42}{14} = -3 \\ x = 14 + 4y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -3 \\ x = 14 + 4 \times (-3) \end{cases}$$

On remplace y par -3 dans la 2^e équation.

$$\begin{cases} y = -3 \\ x = 2 \end{cases}$$

La solution du système est le couple (2 ; -3) et on note : $S = \{(2; -3)\}$ ✓

✎ RÉOLUTION PAR COMBINAISON LINÉAIRE

$$\begin{cases} 3x - 2y = 11 \\ 6x + 3y = 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - 2y = 11 \\ 6x + 3y = 15 \end{cases} \quad \times 2 \quad \text{On multiplie la 1^{re} équation par 2...}$$

$$\begin{cases} 6x - 4y = 22 \\ 6x + 3y = 15 \end{cases} \quad \dots \text{ pour obtenir le même coefficient devant une des inconnues.}$$

$$\begin{array}{r} \\ - \begin{cases} 6x - 4y = 22 \\ 6x + 3y = 15 \end{cases} \\ \hline 6x - 6x - 4y - 3y = 22 - 15 \\ -4y - 3y = 22 - 15 \\ -7y = 7 \\ y = \frac{7}{-7} \\ y = -1 \end{array}$$

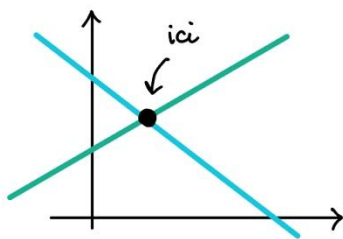
On soustrait les deux équations pour éliminer x .

- $3x - 2y = 11$ On remplace y par -1 dans une des deux équations (au choix).
- $3x - 2 \times (-1) = 11$
- $3x + 2 = 11$ On résout l'équation pour trouver x .
- $3x = 11 - 2$
- $3x = 9$
- $x = 3$

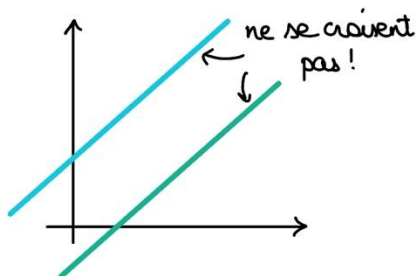
La solution du système est le couple $(3 ; -1)$ et on note : $S = \{(3 ; -1)\}$

✎ RÉOLUTION GRAPHIQUE

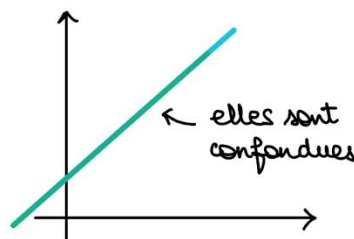
SOLUTION UNIQUE



AUCUNE SOLUTION



INFINITÉ DE SOLUTIONS



Exercices

1. Cocher le(s) systèmes qui admettent une unique solution.

☐
$$\begin{cases} 2x + 5y = 8 \\ 3x - 4y = 2 \end{cases}$$

☐
$$\begin{cases} -3x - 6y = 1,3 \\ 2x + 4y = -6 \end{cases}$$

☐
$$\begin{cases} 0,5x + 4y = 1 \\ -x + 16y = 2 \end{cases}$$

2. Résoudre par substitution le système suivant.

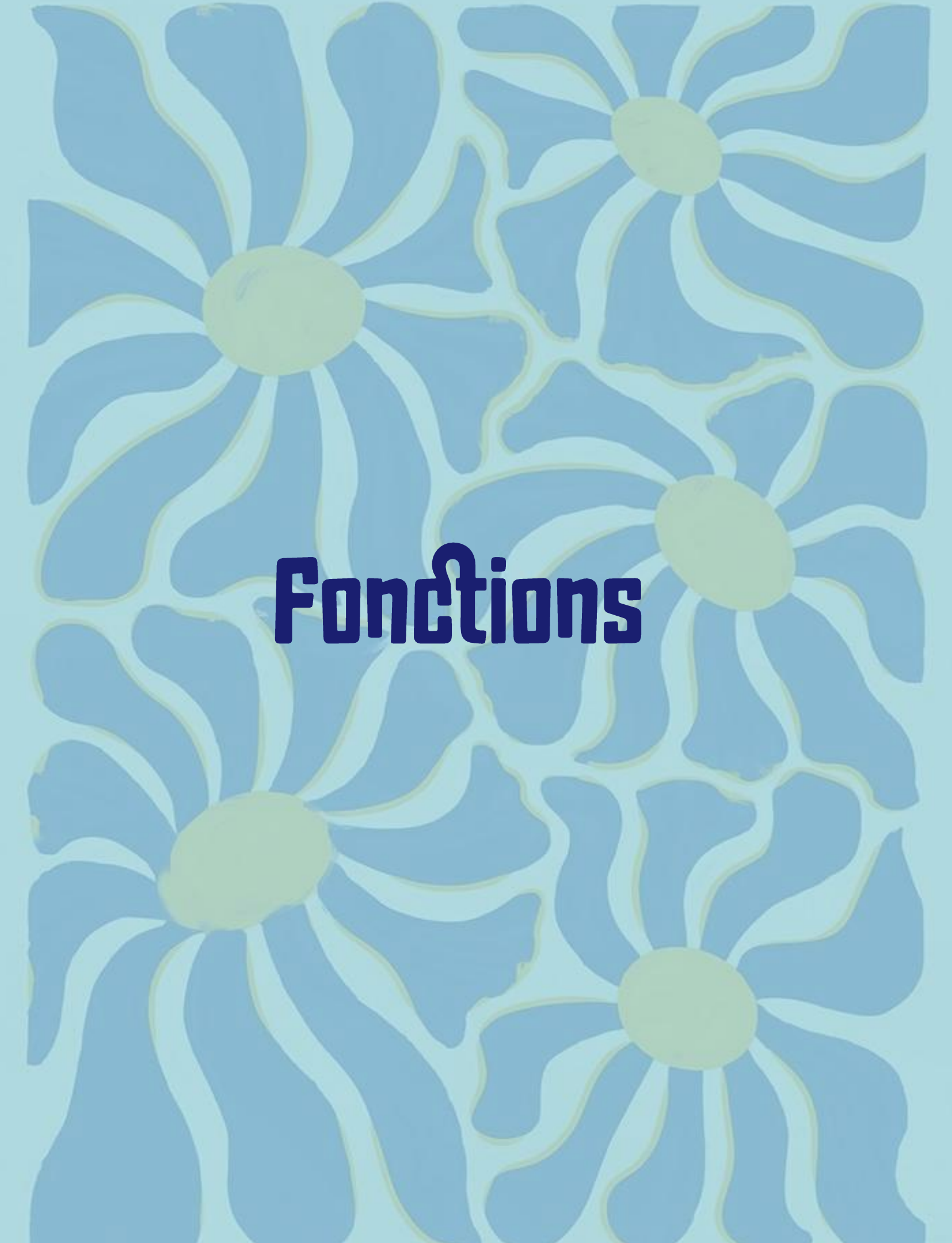
$$\begin{cases} 2x + 5y = 1 \\ x - 4y = -6 \end{cases}$$

3. Résoudre par combinaison linéaire le système suivant.

$$\begin{cases} 2x + 5y = -11 \\ 3x - 4y = 18 \end{cases}$$

4. Ce système admet-il une solution unique ?

$$\begin{cases} (\sqrt{2} - 1)x + \sqrt{2}y = \sqrt{2} \\ (2 - \sqrt{2})x + 2y = 1 \end{cases}$$



Fonctions

Notion de fonction

Une fonction, c'est une relation entre deux variables.
Elle associe, à chaque nombre de départ, un nombre unique à l'arrivée.



Le nombre de départ est appelé **antécédent**. Le nombre à l'arrivée $f(x)$ est appelé **image**. On considère la fonction définie par $f(x) = -3x + 5$.

CALCULER UNE IMAGE

Exemple : Calculer l'image de 3 par la fonction f .

1. On écrit l'expression $f(x) = -3x + 5$ en remplaçant x par 3 des deux côtés de l'égalité.

$$f(x) = -3x + 5$$

2. On calcule la valeur de $f(3)$.

$$\begin{aligned} f(3) &= -3 \times 3 + 5 \\ &= -9 + 5 = -4 \end{aligned}$$

Réponse : -4 est l'image de 3 par f . ✓

CALCULER UN ANTÉCÉDENT

Exemple : Calculer l'antécédent de 2 par la fonction f .

1. On égalise l'expression $f(x) = -3x + 5$ avec 2
2. Trouver l'antécédent, c'est trouver la valeur de x pour égaliser 2. Cela revient à résoudre l'équation en x .

$$-3x + 5 = 2$$

$$\begin{aligned} -3x &= -3 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

Réponse : l'antécédent de 2 par f est donc 1. ✓

Exercices

1. Traduire par une égalité les phrases suivantes.

Exemple :

-5 est l'image de 4 par la fonction g : $g(4) = -5$

a. 2 a pour image 0 par la fonction f :

b. un antécédent par h de -3 est 5 :

c. les images de -3 et 5 par g sont nulles :

d. -4 est un antécédent de 2 par la fonction u :

e. 46 est l'image de 12 par la fonction v :

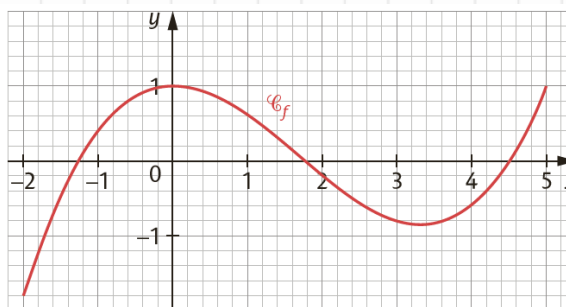
2. Compléter les phrases suivantes.

Soit f une fonction représentée sur $[-2; 5]$ dans un repère.

a. L'ensemble de définition de f est

b. L'image de 0 est et les antécédents de sont

c. Le point de coordonnées $(-1; \dots)$ appartient à la courbe représentant f .



3. Répondre aux questions.

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 5x$.

1. Factoriser $f(x)$

2. Calculer $f(0)$; $f(1)$; $f(-2)$; $f(\sqrt{3})$; $f(\frac{4}{3})$.

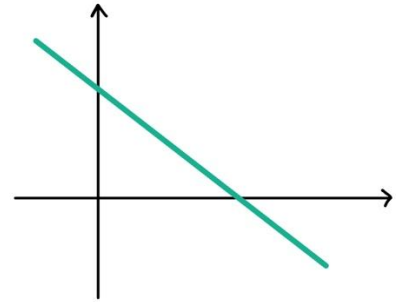
3. Déterminez par calcul les antécédents de 0.

Fonction affine

Une fonction f est **affine** lorsqu'il existe deux nombres réels a et b tels que $f(x) = ax + b$

La courbe qui représente la fonction affine est une droite de coefficient directeur :

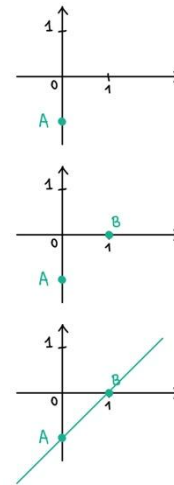
$$m = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$



TRACER LA DROITE D'UNE FONCTION AFFINE

Traçons la droite représentative de la fonction $f(x) = x - 1$.

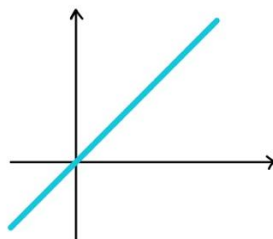
1. On **choisit un premier point** en sélectionnant une valeur quelconque de x . Prenons 0 par simplicité. On calcule l'image de 0 par f . $f(0) = -1$, le point $A(0; -1)$ appartient à la droite.
2. On **choisit un second point**. Par simplicité, on prend 1. $f(1) = 0$, le point $B(1; 0)$ appartient à la droite.
3. On **relie les points A et B** pour obtenir la droite.



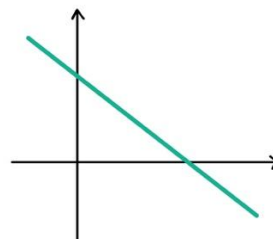
QUELLE DIFFÉRENCE AVEC UNE FONCTION LINÉAIRE ?

La fonction linéaire est un cas particulier de la fonction affine. Dans ce cas, $b = 0$ et l'expression $f(x) = ax + b$ devient simplement $f(x) = ax$.

La droite qui représente la **fonction linéaire** passe par l'origine.



La droite de la **fonction affine** ne passe **pas toujours** par l'origine.

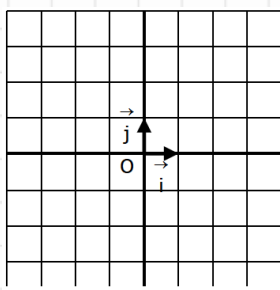


Exercices

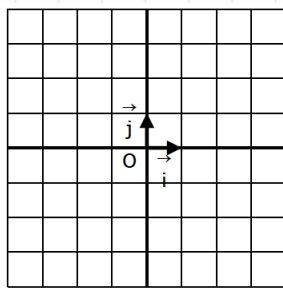
1. Vrai ou faux ?

- a. Si $f(x) = 3x$ alors l'ordonnée à l'origine est 3. ☐ Vrai ☐ Faux
- b. Si $f(x) = 5 - 4x$ alors le coefficient directeur est -4. ☐ Vrai ☐ Faux
- c. Si $f(4) = 10$ et $f(3) = 8$ alors le coefficient directeur est $m = \frac{4-3}{10-8}$. ☐ Vrai ☐ Faux
- d. Si $f(x) = -2x + p$ et $f(3) = 5$ alors $p = 11$. ☐ Vrai ☐ Faux

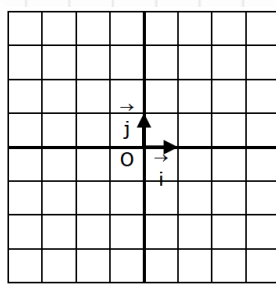
2. Construire la droite représentant chaque fonction affine.



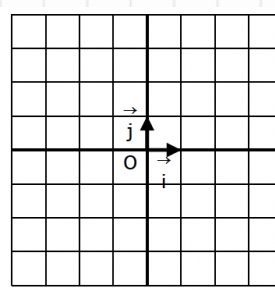
$$f(x) = 2x + 1$$



$$f(x) = 3x$$

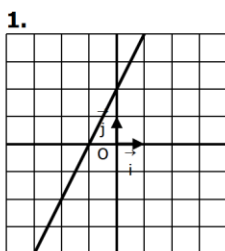


$$f(x) = -\frac{1}{2}x + 1$$

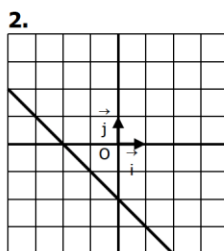


$$f(x) = -4x + 3$$

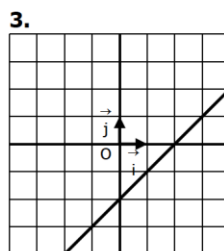
3. Déterminer graphiquement les expressions des fonctions affines représentées.



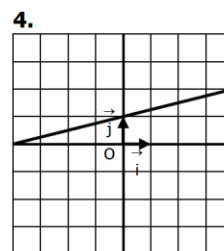
$$f(x) = \dots\dots\dots$$



$$f(x) = \dots\dots\dots$$



$$f(x) = \dots\dots\dots$$



$$f(x) = \dots\dots\dots$$

4. Compléter le tableau.

Soit f , g et h

$$f(x) = 4x + 1;$$

$$g(x) = -2x + 5$$

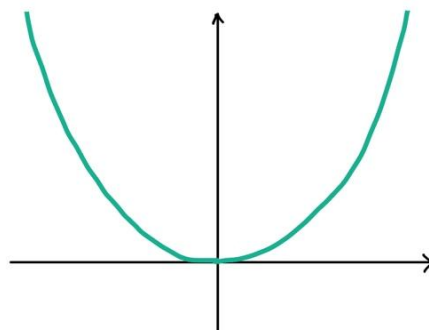
$$h(x) = -3x - 4$$

$f(3) =$	$g(3) =$	$h(3) =$
$g(-4) =$	$h(-4) =$	$f(-4) =$
$h\left(\frac{1}{2}\right) =$	$f\left(\frac{1}{2}\right) =$	$g\left(\frac{1}{2}\right) =$

Fonction carré

La fonction **carré** est la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$

Sa courbe est une parabole.
Elle est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.
La fonction est **paire**.



✏️ RÉSOUDRE UNE ÉQUATION

Prenons 3 exemples :

Résoudre $x^2 = 9$	Résoudre $x^2 = -9$	Résoudre $(x + 1)^2 = 9$
$x = \sqrt{9} = 3$ ✓	Pas de solution (x^2 est toujours positif !)	$x + 1 = \sqrt{9}$ $x + 1 = 3$ $x = 2$ ✓

✏️ RÉSOUDRE UNE INÉQUATION

Attention, il faut penser à utiliser le graphe de la fonction.

Résoudre $x^2 \leq 9$	Résoudre $x^2 > 4$
$-3 \leq x \leq 3$ ✓	$x < -2$ ou $x > 2$ ✓

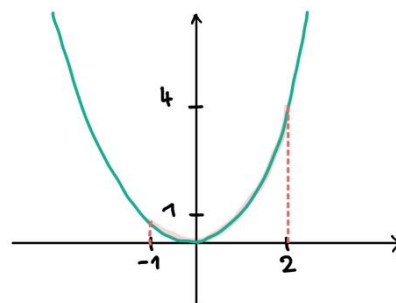
✦ Pour **encadrer**, on applique le même principe.

Exemple 1

$1 < x < 3$ alors $1^2 < x^2 < 3^2$ soit $1 < x^2 < 9$ ✓

Dès qu'une borne est négative, on pense à utiliser le graphe !

Exemple 2 : $-1 < x < 2$ alors $1 < x^2 < 4$ ✓



Exercices

1. Compléter le tableau.

x	1	-1	2	-3	$\sqrt{5}$	$\frac{4}{7}$	0,1	-0,01
x^2								
$-x^2$								
$(-x)^2$								
$2x$								

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

$$x^2 = 25$$

$$x^2 = -11$$

$$(x - 2)^2 = 9$$

$$(x + 8)^2 = 4$$

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes.

$$x^2 < 1$$

$$x^2 > 2$$

$$x^2 + 1 < 7$$

$$(x + 1)^2 > 3$$

4. Compléter le tableau

Encadrement de x

$$2 < x < 5$$

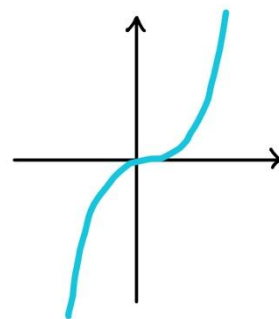
$$-2 < x < 3$$

$$-1 < x < -2$$

Encadrement de x^2

Fonction cube

La fonction **cube** est la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3$.
Elle est symétrique par rapport à l'origine du repère. La fonction est impaire.



RÉSoudre UNE ÉQUATION

Prenons 3 exemples :

Résoudre $x^3 = 8$	Résoudre $x^3 = -8$	Résoudre $(x + 1)^3 = 8$
$x = 2$ ✓	$x = -2$ ✓	$x + 1 = 2$ $x = 1$ ✓

RÉSoudre UNE INÉQUATION

Résoudre une inéquation avec la fonction cube est plus simple qu'avec la fonction carré car la fonction est strictement croissante.

Résoudre $x^3 \leq 8$	Résoudre $x^3 > 27$
$x \leq 2$ ✓	$x > 3$ ✓

✦ Pour **encadrer**, on applique le même principe.

$$-1 \leq x \leq 2$$

$$\text{alors } (-1)^3 \leq x^3 \leq 2^3 \text{ soit } -1 \leq x^3 \leq 8 \quad \checkmark$$

LES CUBES À CONNAÎTRE

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5
x^3	-8	-1	0	1	8	27	64	125

Exercices

1. Déterminer les antécédents par la fonction cube de chaque réel ?

- a. Les cubes de deux réels opposés sont opposés. ☐ Vrai ☐ Faux
- b. Si $x^3 = 9$ alors $x = 3$. ☐ Vrai ☐ Faux
- c. Si $-8 \leq x^3 \leq 4$ alors $x \in [-2; -1]$. ☐ Vrai ☐ Faux
- d. L'équation $x^3 = 1000$ admet deux solutions. ☐ Vrai ☐ Faux

2. Compléter le tableau.

x	1	-1	2	-3	$\sqrt{5}$	$\frac{3}{4}$	0,1	-0,2
x^3								
$-x^3$								
$(-x)^3$								
$3x$								

3. Résoudre les équations et inéquations suivantes.

$$x^3 = -27$$

$$x^3 = 125$$

$$x^3 = \frac{8}{1000}$$

$$x^3 = -1$$

$$x^3 < 27$$

$$x^3 \geq -125$$

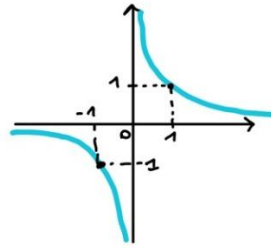
$$x^3 \leq -64$$

$$x^3 > 1000$$

Fonction inverse

La fonction **inverse** est la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \frac{1}{x}$.

Elle est symétrique par rapport à l'origine.
La fonction est **impair**.



Attention
La fonction inverse n'est pas définie en 0 !

RÉSoudre UNE ÉQUATION

Prenons 3 exemples :

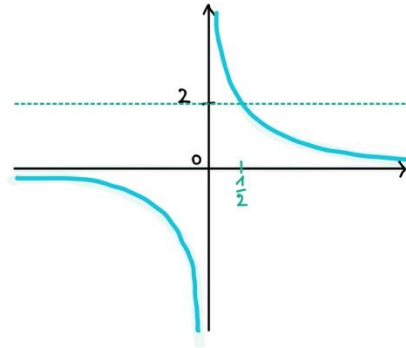
Résoudre $\frac{1}{x} = 2$	Résoudre $\frac{1}{x} = -\frac{1}{8}$	Résoudre $\frac{2}{x+1} = 5$
$x = \frac{1}{2}$ ✓	$x = -8$ ✓	$x + 1 = \frac{2}{5}$ $x = -\frac{3}{5}$ ✓

RÉSoudre UNE INÉQUATION

La fonction inverse est **décroissante** et n'est pas définie en 0, il faut inverser le signe de l'inégalité dans la résolution d'inéquation et utiliser le graphique.

Exemple : Résoudre $\frac{1}{x} \leq 2$

$$x \geq \frac{1}{2} \text{ ou } x < 0 \quad \checkmark$$



ENCADRER

On utilise la propriété suivante : On considère deux réels non nuls a et b de même signe. On a alors :

$$a < b \Leftrightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$$

a et b sont de même signe ici *on inverse le sens de l'inégalité*

Exercices

1. Vrai ou faux ?

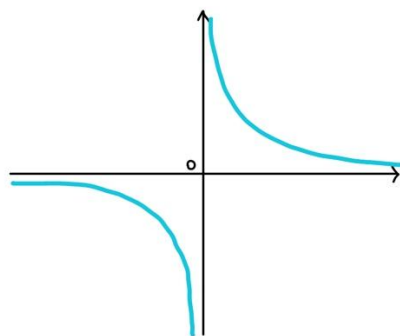
- a. Les inverses de deux réels opposés non nuls sont opposés. ☐ Vrai ☐ Faux
- b. Si $\frac{1}{x} = 9$ alors $x = \frac{9}{1}$. ☐ Vrai ☐ Faux
- c. Si $3 \leq x \leq 4$ alors $\frac{1}{3} \leq \frac{1}{x} \leq \frac{1}{4}$. ☐ Vrai ☐ Faux
- d. Si $1 \leq \frac{1}{x} \leq 10$ alors $0,1 \leq x \leq 1$. ☐ Vrai ☐ Faux

2. Utiliser la représentation graphique de la fonction inverse pour dire à quel intervalle appartient $\frac{1}{x}$ lorsque :

$$x \in [2; 7]$$

$$x \in]0; 5]$$

$$x \in]-2; -\frac{1}{5}]$$



3. Résoudre les équations et inéquations suivantes.

$$\frac{1}{x} = 4$$

$$\frac{4}{x} = -5$$

$$-\frac{6}{x} + 1 = 2$$

$$\frac{3}{x} = \frac{2}{3}$$

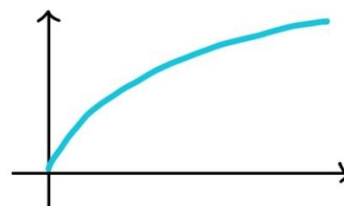
$$\frac{1}{x} \leq 2$$

$$\frac{1}{x} \geq 4$$

Fonction racine carrée

La fonction **racine carrée** est la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par **$f(x) = \sqrt{x}$**

Tout nombre réel positif admet une racine carrée et on a **$\sqrt{x} \geq 0$**



ENSEMBLE DE DÉFINITION

On doit toujours s'assurer que l'expression sous le signe $\sqrt{\quad}$ doit être positive.

Exemple : déterminer l'ensemble de définition de f où $f(x) = \sqrt{x+3}$

f est définie pour tout réel x tel que $x+3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -3$

L'ensemble de définition est donc $[-3; +\infty[$. 

RÉSOUDRE UNE ÉQUATION

Prenons 3 exemples :

Résoudre $\sqrt{x} = 3$	Résoudre $\sqrt{x} = -5$	Résoudre $\sqrt{x+3} = 5$
$x = \frac{1}{3}$ 	Pas de solution 	$x+3 = 25$ $x = 22$ 

RÉSOUDRE UNE INÉQUATION

Résoudre une inéquation avec la fonction racine carrée est plus simple qu'avec la fonction carré car la fonction est strictement croissante.

Résoudre $\sqrt{x} \leq 8$	Résoudre $\sqrt{x} > 8$
$x \leq 64$ 	$x > 64$ 

 Pour **encadrer**, on applique le même principe.

Exemple

$1 < x < 3$ alors $1 < \sqrt{x} < \sqrt{3}$ 

Exercices

1. Entourer la ou les réponse(s) exacte(s).

- Si on a $\sqrt{x} \leq 9$ alors on a $0 \leq x \leq 4,5$ $0 \leq x \leq 81$ $0 \leq x \leq 3$
- Un antécédent de 5 par la fonction racine carrée est -25 25 $\sqrt{5}$ $2,5$
- Par la fonction racine carrée, l'image de 100 est 10 50 $10\,000$ -10

2. Dans chaque cas, indiquer l'ensemble de définition de la fonction f.

- $f(x) = \sqrt{x+2}$
- $f(x) = \sqrt{x^2+1}$
- $f(x) = \sqrt{-x}$
- $f(x) = \sqrt{3-x}$

3. Résoudre les équations et inéquations suivantes.

$$\sqrt{x} = 4$$

$$\sqrt{x} = -9$$

$$\sqrt{x} = 10^4$$

$$\sqrt{x} = \sqrt{5}$$

$$\sqrt{x} < 16$$

$$\sqrt{x} \geq 25$$

$$\sqrt{x} > -1$$

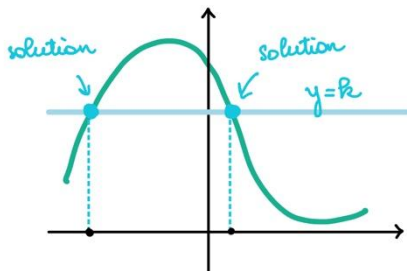
$$\sqrt{x} \leq 10^{-2}$$

Résolution graphique

RÉSOUDRE UNE ÉQUATION DE TYPE $f(x) = k$

Résoudre $f(x) = k$

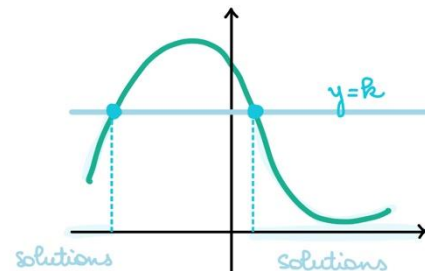
Les solutions sont les **abscisses des points de la courbe de f dont l'ordonnée est k** .



On repère les points d'intersection entre la droite et la courbe.

Résoudre $f(x) < k$

Les solutions sont les **abscisses des points de la courbe de f dont l'ordonnée est strictement inférieure à k** .



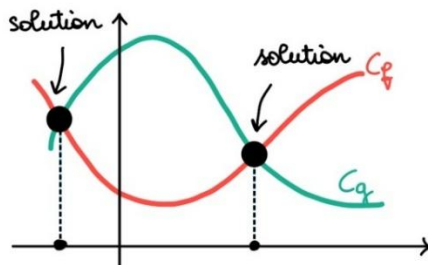
On sélectionne toutes les parties de la courbe situées en-dessous de la droite.

RÉSOUDRE UNE ÉQUATION DE TYPE $f(x) = g(x)$

On considère deux fonctions f et g définies sur un même ensemble.

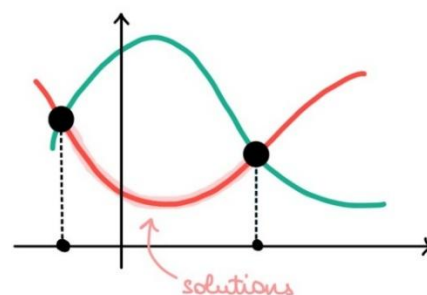
Résoudre $f(x) = g(x)$

Les solutions sont les **abscisses des points d'intersection des courbes de f et g** .



Résoudre $f(x) < g(x)$

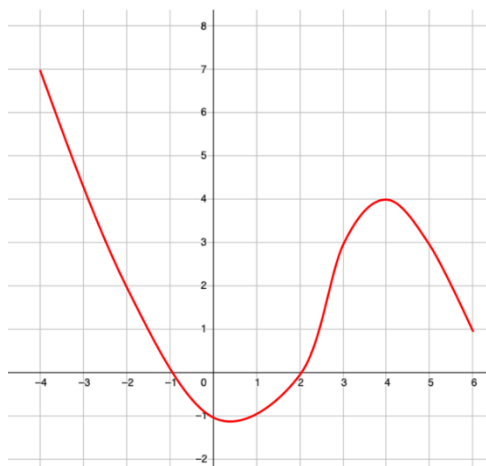
Les solutions sont les **abscisses des points de la courbe de f situés en dessous de la courbe de g** .



Exercices

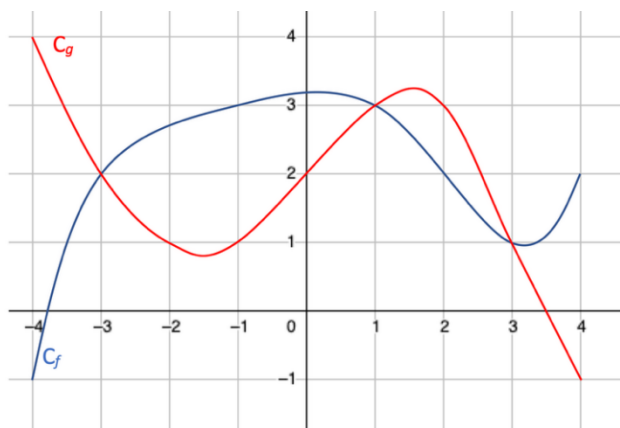
1. Vrai ou faux ?

- L'équation $f(x) = 0$ admet 2 solutions, l'une positive l'autre négative.
☐ Vrai ☐ Faux
- L'équation $f(x) = -2$ admet une unique solution.
☐ Vrai ☐ Faux
- L'équation $f(x) = 3$ admet 3 solutions : -2,5 , 3 et 4.
☐ Vrai ☐ Faux
- L'équation $f(x) = 4$ admet 2 solutions : -2,9 et 4.
☐ Vrai ☐ Faux



2. Vrai ou faux ?

- $f(-3) = g(-3)$ ☐ Vrai ☐ Faux
- $f(2) = g(2)$ ☐ Vrai ☐ Faux
- $f(-2) < g(-2)$ ☐ Vrai ☐ Faux
- $f(2) < g(2)$ ☐ Vrai ☐ Faux



3. À l'aide de la figure précédente, résoudre graphiquement :

$$f(x) \leq g(x)$$

$$g(x) \geq 0$$

$$f(x) > 2$$

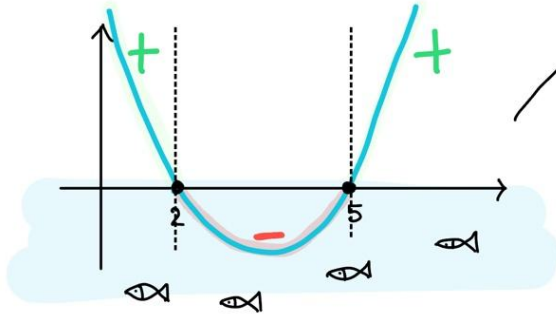
Signe d'une fonction

Une fonction f définie sur D est :

- **positive** si, pour tout $x \in D$, $f(x) \geq 0$
- **négative** si, pour tout $x \in D$, $f(x) \leq 0$

Étudier le signe d'une fonction consiste à déterminer les intervalles sur lesquels elle est positive et ceux sur lesquels elle est négative.

Méthode : Dresser le tableau de signes

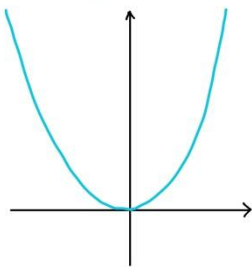


Quand la courbe est **au-dessus** de l'axe des abscisses : la fonction est **positive**.
Quand elle est **en-dessous**, la fonction est **négative**.

x	2		5		
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

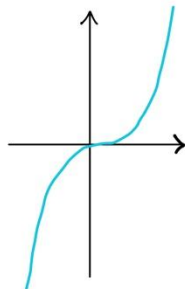
FONCTIONS DE RÉFÉRENCE

CARRÉ



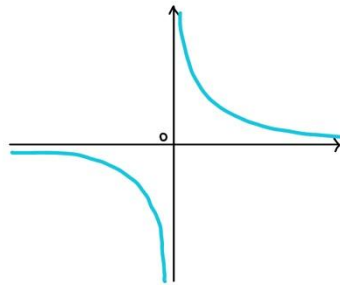
x	0
$f(x)$	+ 0 +

CUBE



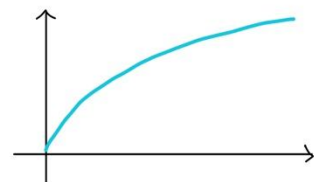
x	0
$f(x)$	- 0 +

INVERSE



x	0
$f(x)$	- +

RACINE CARRÉE

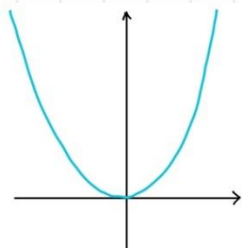


x	0
$f(x)$	0 +

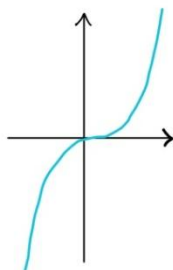
Il veut dire que la fonction n'est pas définie en ce point

Exercices

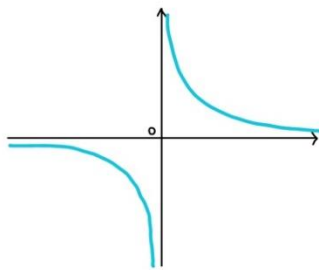
1. Sans regarder la page précédente, dessiner les graphiques des fonctions de référence et compléter les tableaux de signes.



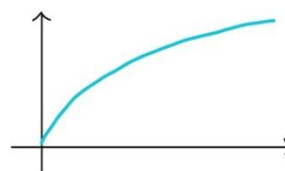
x	
$f(x)$	



x	
$f(x)$	

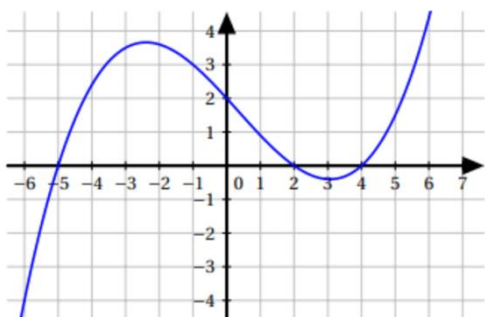


x	
$f(x)$	

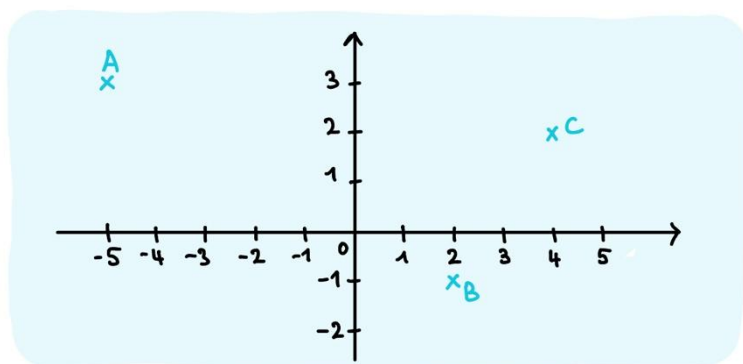


x	
$f(x)$	

2. À partir du graphique de f , dresser son tableau de signes.

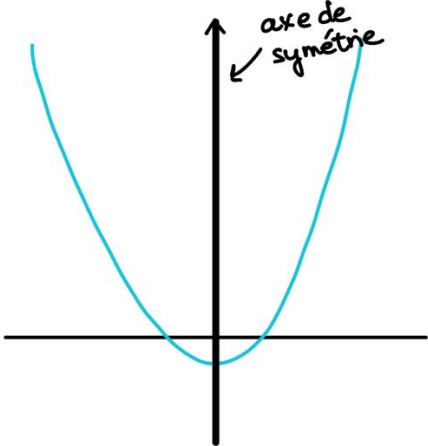
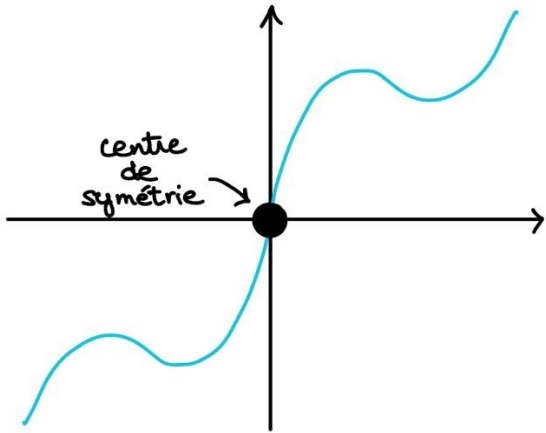


3. Tracer une courbe qui passe par les points A, B, C indiqués et dont le tableau de signes est donné ci-dessous.



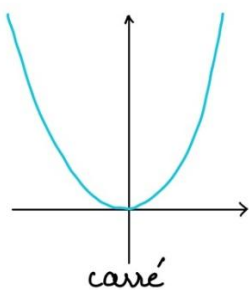
x	-5	1	3	4
$f(x)$	+	0	-	+

Fonctions paire et impaire

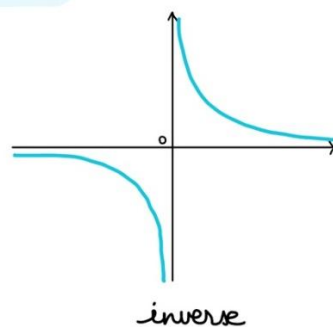
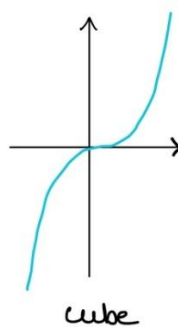
FONCTION PAIRE	FONCTION IMPAIRE
$f(-x) = f(x)$	$f(-x) = -f(x)$
	
la courbe est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées	la courbe est symétrique par rapport à l'origine O du repère

Exemples de fonctions de référence

PAIRE

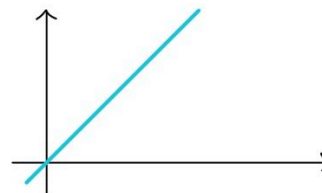
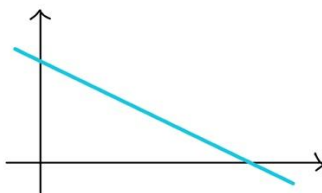
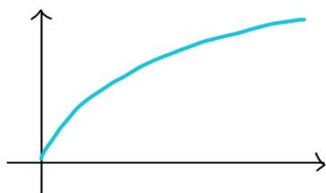


IMPAIRE



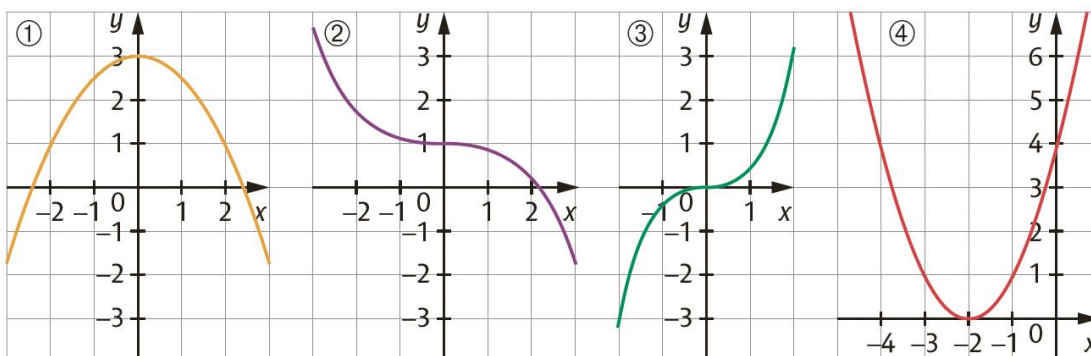
Attention, une fonction peut être **ni paire ni impaire**.

Par exemple :



Exercices

1. Indiquer si les fonctions sont paire, impaire ou ni paire ni impaire.



2. Vrai ou faux ?

x	-4	0	2	3
f	-3	4	0	5

- a. $(-2) < f(-2,5)$ ☐ Vrai ☐ Faux
- b. $f(-3) = -4$ ☐ Vrai ☐ Faux
- c. 2 est un antécédent de 0 par f . ☐ Vrai ☐ Faux
- d. Il existe un nombre réel de l'intervalle $[0 ; 3]$ qui a pour image 0 par f . ☐ Vrai ☐ Faux
- e. Tous les réels de l'intervalle $[0; 3]$ ont une image par f positive. ☐ Vrai ☐ Faux
- f. Il existe un réel de l'intervalle $[-4; 3]$ qui a une image strictement négative par f . ☐ Vrai ☐ Faux

3. Déterminer dans chaque cas si la fonction fournie est paire, impaire ou ni paire ni impaire.

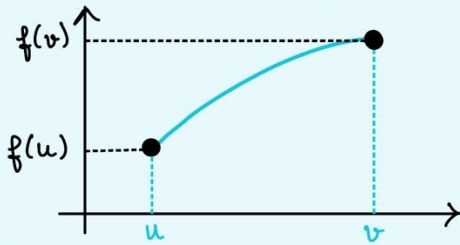
- a. La fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4x^2 + 5$ ☐ Paire ☐ Impaire ☐ Ni l'un ni l'autre
- b. La fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \frac{5}{x} + 4x^3$ ☐ Paire ☐ Impaire ☐ Ni l'un ni l'autre
- c. La fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{x-3}{x^2+2}$ ☐ Paire ☐ Impaire ☐ Ni l'un ni l'autre
- d. La fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = 5x^2 - 4$ ☐ Paire ☐ Impaire ☐ Ni l'un ni l'autre

Variation et extremum

VARIATION D'UNE FONCTION

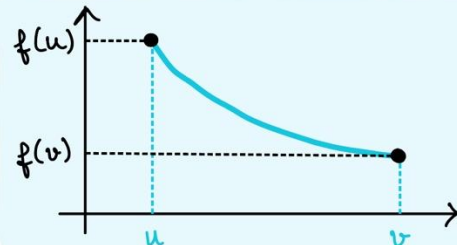
CROISSANTE

f est **croissante** sur $I \Leftrightarrow$
pour tous réels u et v de I
si $u \leq v$ alors $f(u) \leq f(v)$

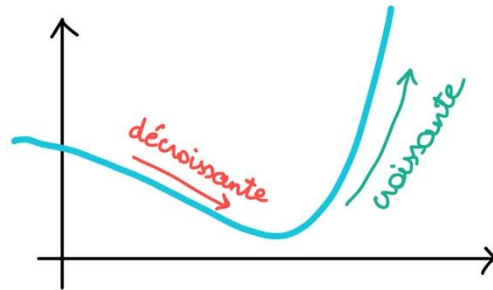


DÉCROISSANTE

g est **décroissante** sur $I \Leftrightarrow$
pour tous réels u et v de I
si $u \leq v$ alors $g(u) \geq g(v)$

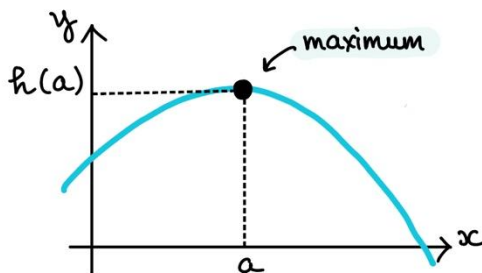


Une fonction peut être décroissante puis croissante, comme ici :

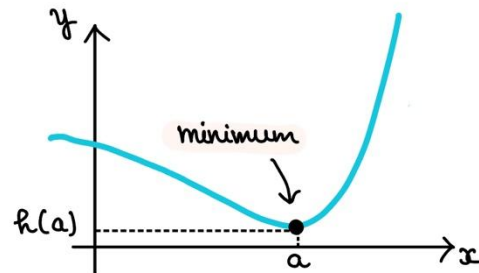


EXTREMUM

h admet pour **maximum en a** sur I signifie que pour tout réel x de I , $h(x) \leq h(a)$.



h admet pour **minimum en a** sur I signifie que pour tout réel x de I , $h(x) \geq h(a)$.



Exercices

1. Cocher la (ou les) réponse(s) exactes à partir du tableau de variations.

x	-7	3	5	10
f	-9	-1	-3	4

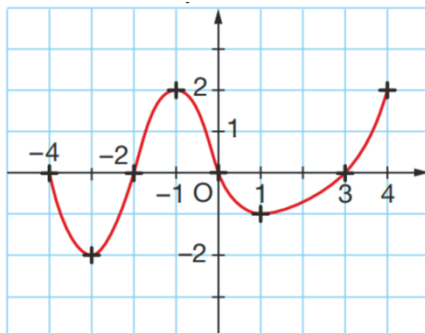
- a. f est croissante sur : ☐ $[5; 10[$ ☐ $[-9; -1]$ ☐ $[-3; -1]$
 b. Le maximum de f sur $[-5; 5]$ est : ☐ 5 ☐ -1 ☐ -4
 c. D'après le tableau de variations : ☐ $f(-6) > -9$ ☐ $f(4) > f(5)$ ☐ $f(-7) > f(4)$

2. Entourer la bonne réponse.

x	0	2	6	9	11
f	2	-1	4	-2	0

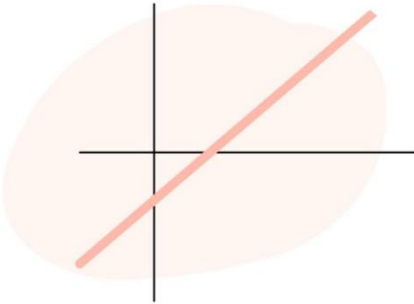
- a. L'ensemble de définition de f est : ☒ $[-2; 4]$ ☐ $[0; 2] \cup [6; 9]$ ☐ $[0; 11]$
 b. Une de ces affirmation est vraie : ☒ $f(0)=2$ ☐ $f(2)=0$ ☐ l'image de 0 par f est égale à 11
 c. Une de ces affirmation est vraie : ☒ $f(3) \leq f(4)$ ☐ $f(3) > f(4)$ ☐ on ne peut pas comparer $f(3)$ et $f(4)$
 d. f admet pour minimum : ☐ -1 sur $[6; 11]$ ☐ 0 sur $[0; 11]$ ☐ -2 sur $[6; 11]$
 e. f est : ☒ croissante sur $[2; 4]$ ☐ décroissante sur $[-2; 4]$ ☐ croissante sur $[0; 4]$

3. Dresser le tableau de variation de la fonction dont la courbe est ci-dessous.



Fonctions de référence

affine



$$f(x) = ax + b \text{ définie sur } \mathbb{R}$$

Si $a > 0$ alors la fonction est croissante.

Si $a < 0$ alors la fonction est décroissante.

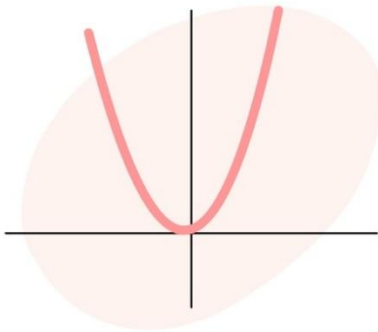
$a > 0$

x	$-\frac{b}{a}$
$f(x)$	$- \quad 0 \quad +$

$a < 0$

x	$-\frac{b}{a}$
$f(x)$	$+ \quad 0 \quad -$

carré

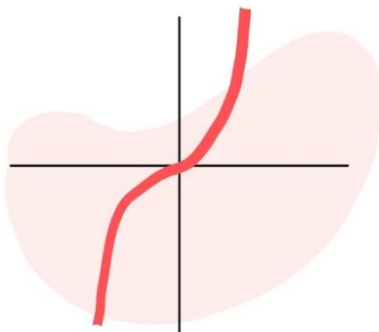


$$f(x) = x^2 \text{ définie sur } \mathbb{R}$$

- la fonction est paire
- elle a un minimum en 0

x	0
$f(x)$	$\swarrow \quad \searrow$ 0

cube

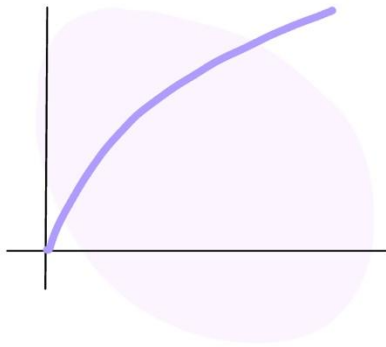


$$f(x) = x^3 \text{ définie sur } \mathbb{R}$$

- la fonction est impaire
- elle est croissante sur $\mathbb{R}$

x	0
$f(x)$	$\nearrow$

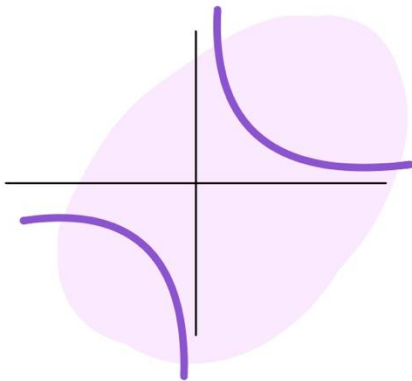
racine carrée

 $f(x) = \sqrt{x}$ définie sur $[0; +\infty[$

- la fonction est croissante sur $[0; +\infty[$
- elle est positive sur $[0; +\infty[$

x	0
$f(x)$	

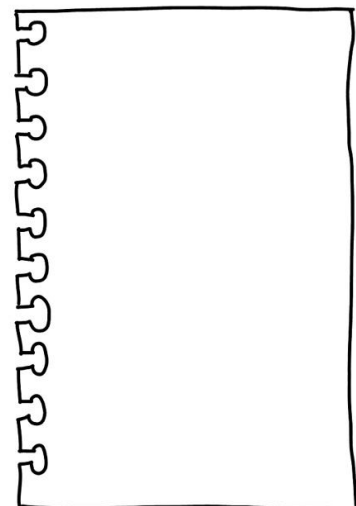
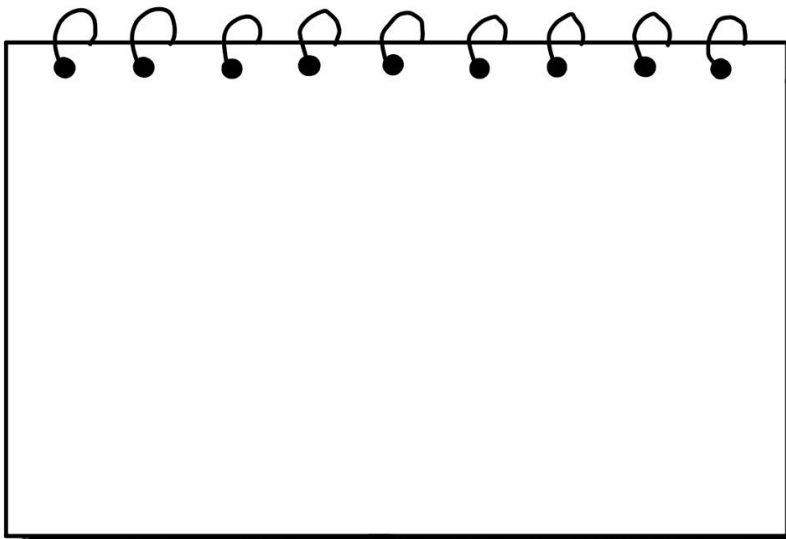
inverse

 $f(x) = \frac{1}{x}$ définie sur $\mathbb{R}^*$

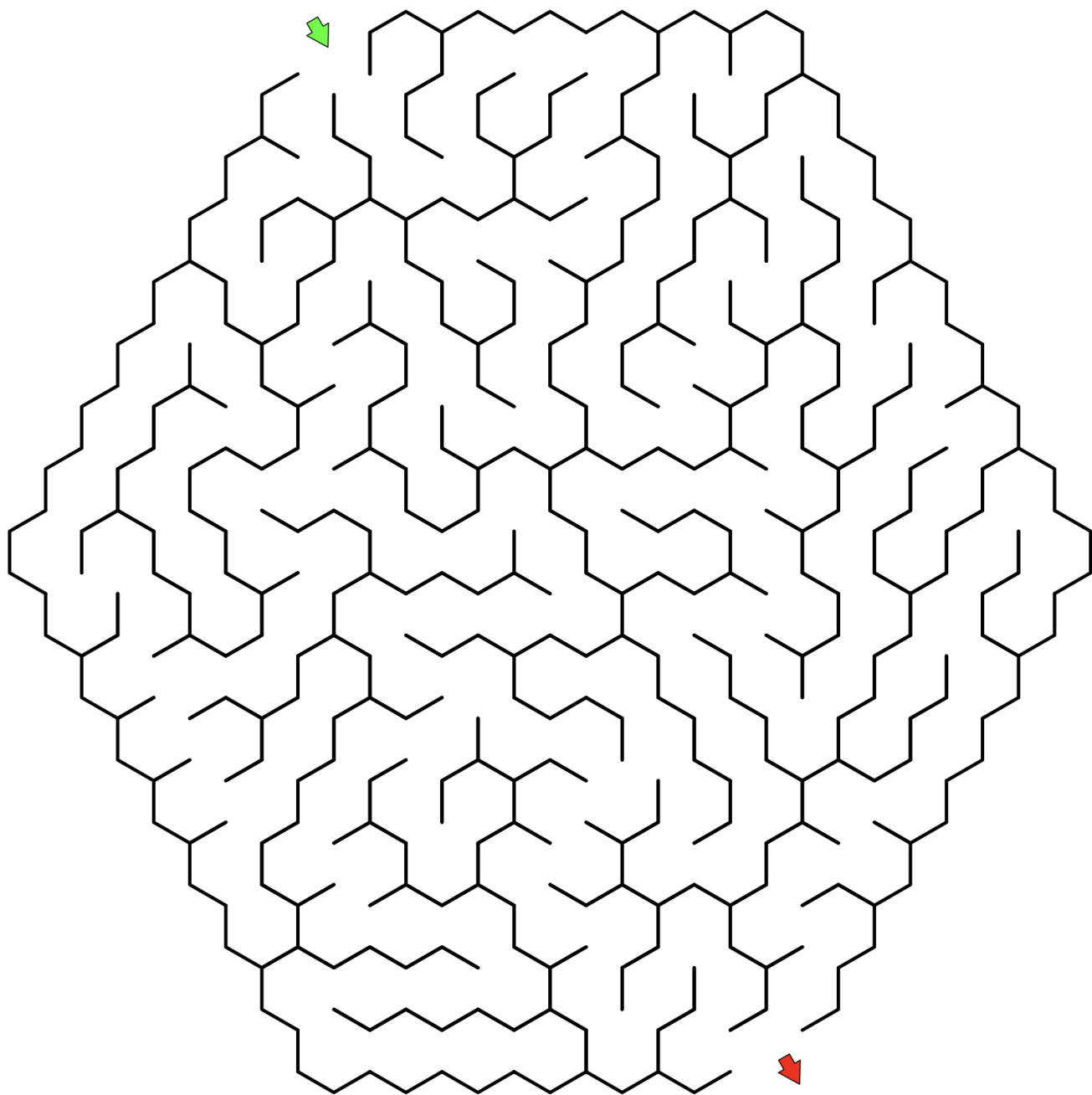
- la fonction est impaire
- elle est décroissante sur $]-\infty; 0[$ et sur $]0; +\infty[$

x	0	
$f(x)$		

Notes personnelles



Jev





Statistiques et probabilités

Proportion et pourcentages

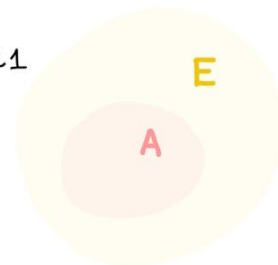
PROPORTION

La **proportion (ou fréquence)** d'une sous population S dans une population E est le quotient des effectifs.

$$\text{PROPORTION} = \frac{\text{nombre d'éléments de A}}{\text{nombre d'éléments de E}}$$

→ toujours entre 0 et 1

→ = FRÉQUENCE



Pourcentage

Lorsqu'on connaît une proportion, l'exprimer **sur 100** est souvent plus pratique, notamment pour la comparer à une autre proportion. Le pourcentage est donné par :

$$\text{POURCENTAGE} = \frac{\text{nombre d'éléments de A}}{\text{nombre d'éléments de E}} \times 100$$

→ on note %

Exemple

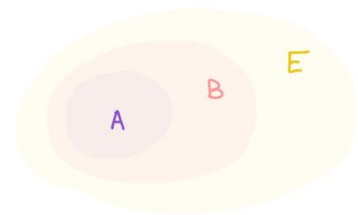
Dans une classe de seconde de 36 élèves, il y a 20 filles et 16 garçons.

La proportion des garçons est de $\frac{16}{36} = \frac{4}{9} \approx 0,44$ ✓. Le pourcentage est de **44%** ✓

PROPORTION DE PROPORTION

Soit un ensemble E contenant deux sous-ensembles A et B tels que $A \subset B$. La proportion de **A dans E** est égale au produit de la proportion de **A dans B** par la proportion de **B dans E**.

Si A représente $t_1\%$ de B et B représente $t_2\%$ de E alors A représente $t_1\% \times t_2\%$ de E



Exemple

Dans un club de football, il y a 350 adhérents. Parmi ces adhérents, 20 % sont des benjamins et 40 % des benjamins sont des filles. Combien y a-t-il de benjamines dans ce club ?

La proportion de benjamines dans le club vaut $\frac{20}{100} \times \frac{40}{100} = \frac{800}{10000} = 8\%$

Dans le club de football, il y a donc $350 \times 8\% = 28$ **benjamines** ✓

Exercices

1. Relier chaque pourcentage à sa valeur.

10% de 250	17% de 38	32% de 70	20% de 46	25% de 54
●	●	●	●	●
●	●	●	●	●
13,5	9,2	25	22,4	6,46

2. Calcul d'effectifs.

Dans une entreprise on sait que 30% des salariés partent en vacances en juillet, les autres partant au mois d'août. Ce qui représente un nombre de 150 employés qui sont partis en juillet. Quel est le nombre de salariés dans cette entreprise ?

3. Proportion de proportion

42% de la population française possède le groupe sanguin O, parmi ces personnes, 14% sont de Rhésus -. Quel pourcentage de la population française est du groupe sanguin O- ?

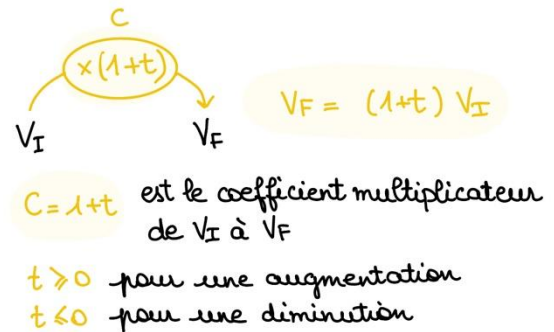
Variation et évolution

✎ VARIATION

On considère une quantité positive qui évolue d'une valeur initiale V_I à une valeur finale V_F .

- La **variation absolue** de cette quantité est le nombre $V_F - V_I$.

- La **variation relative (ou taux d'évolution)** est le nombre $t = \frac{V_F - V_I}{V_I}$



✦ Exemple

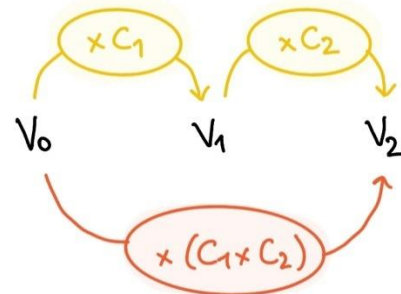
Une évolution fait passer d'une quantité initiale 9 à une quantité finale 12,6
 Quel est le taux d'évolution correspondant ? $V_I = 9$ et $V_F = 12,6$

Taux d'évolution : $t = \frac{12,6-9}{9} = \frac{3,6}{9} = 0,4$. Le taux est de **0,4** ou **40%**. ✓

✎ ÉVOLUTIONS SUCCESSIVES

Pour deux **évolutions successives** de coefficients multiplicateurs respectifs C_1 et C_2 l'évolution globale a pour **coefficient multiplicateur global** :

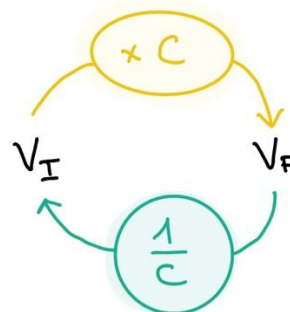
$$C = C_1 \times C_2$$



✎ ÉVOLUTION RÉCIPROQUE

Pour une évolution de V_I à V_F de coefficient multiplicateur C , l'**évolution réciproque** de V_F à V_I a pour coefficient multiplicateur :

$$C' = \frac{1}{C}$$



Exercices

1. Vrai ou faux ?

- a. Augmenter de 36 % revient à multiplier par 1,36. ☐ Vrai ☐ Faux
- b. Diminuer de 25 % revient à multiplier par 0,25. ☐ Vrai ☐ Faux
- c. Augmenter de 4 % revient à multiplier par 1,4. ☐ Vrai ☐ Faux
- d. L'évolution réciproque d'une hausse de 25% est une baisse de 25%. ☐ Vrai ☐ Faux
- e. L'évolution réciproque d'une baisse de 10% est une hausse de 11%. ☐ Vrai ☐ Faux

2. Compléter le tableau.

3. Entourer la bonne réponse.

1. Les prix ont augmenté de 20% puis de 30%. La hausse globale est 50% 54% 56%
2. Deux baisses successives de 10% correspondent à une baisse globale de 81% 19% 20%
3. Une baisse de 10% suivie par une hausse de 30% correspond à +4% -4% +10%
4. Une hausse de 30% suivie par une baisse de 30% correspond à une stagnation -9% +8%

4. Compléter le tableau.

Évolution 1		Évolution 2		Évolution globale	
t_1	c_1	t_2	c_2	C	T
-5%		+30%			
-12%		-12%			
+4,5%		+3,5%			

Moyenne et médiane

EFFECTIF

L'**effectif** total est la somme des effectifs des valeurs.

$$N = n_1 + n_2 + \dots + n_p$$

Valeur x_i	x_1	x_2	...	x_p
Effectifs n_i	n_1	n_2	...	n_p

MOYENNE PONDÉRÉE

La **moyenne** d'une série statistique est égale au quotient de la somme des valeurs par l'effectif total.

$$\bar{x} = \frac{n_1 \times x_1 + n_2 \times x_2 + \dots + n_p \times x_p}{N}$$

Exemple

$$M = \frac{4 \times 1 + 10 \times 2 + 25 \times 1 + 30 \times 2 + 50 \times 1}{7} = \frac{159}{7} \approx 22,71$$

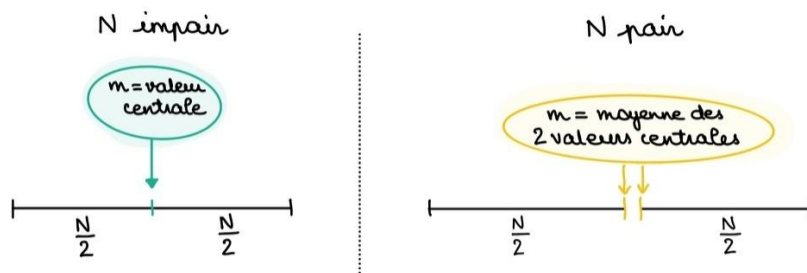
v_i	4	10	25	30	50
n_i	1	2	1	2	1

La moyenne arrondie au dixième est **22,71**. ✓

MÉDIANE ET QUARTILES

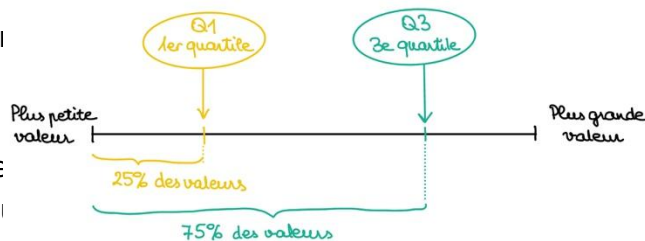
La **médiane** est le nombre qui partage cette série en deux groupes de même effectif :

- un groupe de valeurs **inférieures ou égales** à la médiane ;
- un groupe de valeurs **supérieures ou égales** à la médiane.



Les valeurs d'une série statistique étant rangées par ordre croissant :

- le **premier quartile**, Q_1 , est la plus petite valeur pour laquelle au moins 25% des valeurs lui sont inférieures ou égales ;
- le **troisième quartile**, Q_3 , est la plus petite valeur pour laquelle au moins 75% des valeurs lui sont inférieures ou égales.



Exercices

1. Cocher la bonne réponse.

Soit la série ci-contre.

Valeur	-4	1	2
Effectif	3	10	7

- a. La moyenne de cette série est ☐ $-\frac{1}{3}$ ☐ $\frac{3}{5}$ ☐ $\frac{20}{3}$
 b. La médiane de cette série est ☐ 1 ☐ 10 ☐ 10,5
 c. Les quartiles de cette série sont ☐ 5 et 15 ☐ 2 et 5 ☐ 1 et 2

2. Déterminer la note moyenne de cette classe.

14	15	14	7	11
10	12	12	16	10
18	12	13	11	14
10	13	6	12	10
9	14	18	12	7

3. Déterminer Q1 et Q3 de la série statistique suivante

2 5 6 7 7 9 12 12 13 19 21 23

Indicateurs de dispersion

✎ ÉTENDUE

L'**étendue** d'une série statistique est l'écart entre la plus grande et la plus petite valeur.

$$\text{Étendue} = \text{Valeur maximale} - \text{valeur minimale}$$

✦ **Exemple : Étendue** = Valeur maximale – valeur minimal = 30 – 1 = 29 ✓

1	25	5	2	30	12	11
---	----	---	---	----	----	----

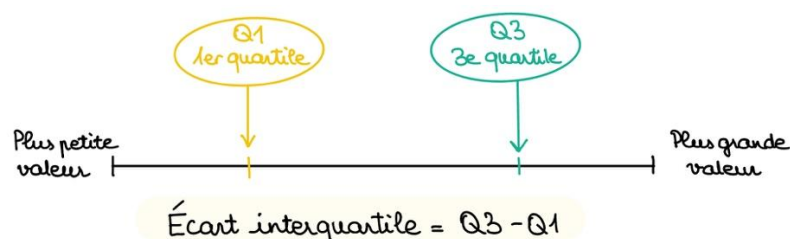
min

max

Attention : l'étendue ne tient compte que de la différence entre la valeur maximale et la valeur minimale. Deux séries de données peuvent être très différentes tout en ayant la même étendue.

✎ ÉCART INTERQUARTILE

L'**écart interquartile** est l'écart entre les quartiles Q3 et Q1 de la série.



✎ ÉCART-TYPE

L'**écart-type** exprime la dispersion des valeurs de la série autour de sa moyenne. Plus il est grand, plus les valeurs sont dispersées autour de la moyenne.

$$\text{Variance } V = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_p(x_p - \bar{x})^2}{N}$$

$$\text{Écart-type } \sigma = \sqrt{V}$$

Exercices

1. Vrai ou faux ?

- a. Plus l'écart-type est grand, plus les valeurs sont resserrées autour de la moyenne.
☐ Vrai ☐ Faux
- b. Plus l'étendue est faible, plus les valeurs sont faibles. ☐ Vrai ☐ Faux
- c. Si l'étendue est égale à l'écart-type, alors la moyenne est nulle.
☐ Vrai ☐ Faux
- d. L'écart interquartile est l'écart entre le troisième et le premier quartile.
☐ Vrai ☐ Faux

2. Répondre aux questions

Voici les notes obtenues par 12 élèves lors d'un devoir.

9 17 9 8 6 10 12 18 8 19 18 14

- a. Calculer l'étendue de cette série.
- b. Calculer la moyenne de cette série (arrondie au centième près).
- c. Déterminer la médiane de cette série.
- d. Calculer le premier et troisième quartile.
- e. Calculer l'écart-type de cette série.

Expérience aléatoire

Une expérience est **aléatoire** lorsqu'elle a plusieurs résultats ou issues et que l'on ne peut pas prévoir quel résultat se produira. L'ensemble de toutes les **issues** d'une expérience s'appelle **l'univers**, on note Ω .

Un **évènement** est constitué d'une ou plusieurs issues d'une même expérience.

Exemple

On lance un dé à six faces.

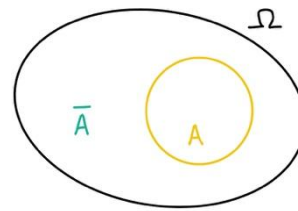
« Obtenir un chiffre pair » est l'évènement constitué des issues : 2 ; 4 et 6.

« Obtenir un chiffre inférieur ou égal à 2 » est l'évènement constitué des issues : 1 et 2.

LANGAGE DES ÉVÈNEMENTS

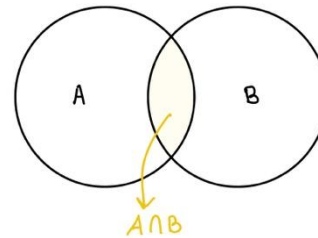
Évènement contraire

L'évènement **contraire** de A, noté $\bar{A}$, est l'ensemble des toutes les issues n'appartenant pas à A.



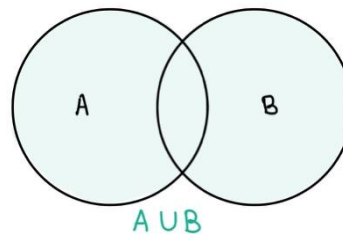
Intersection

L'**intersection** de A et B est l'ensemble des issues appartenant à A **et** à B.



Réunion

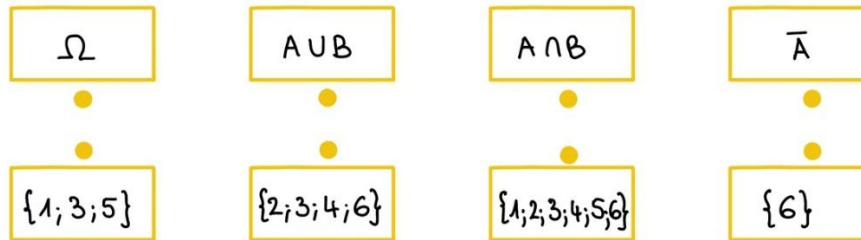
La **réunion** de A et B est l'ensemble des issues appartenant à A **ou** à B.



Exercices

1. Relier les ensembles aux listes correspondantes.

On lance un dé à six faces numérotées de 1 à 6. Soit les événements
A : « Obtenir un nombre pair » et B : « Obtenir un multiple de 3 ».



2. Exprimer par une phrase les événements.

On tire une main de 5 cartes d'un jeu de 32. Soit les événements

A : « La main contient 2 cœurs » et **B** : « La main contient une dame. »

$A \cap B$:

$A \cup B$:

$\bar{B}$:

3. Écrire les événements.

On tire une carte d'un jeu de 32 cartes. On note les événements :

P : « La carte tirée est un pique »; T : « La carte tirée est un trèfle »; C : « La carte tirée est un cœur »; R : « La carte tirée est un roi »; D : « La carte tirée est une dame »; N : « La carte tirée est un 7, un 8, un 9 ou un 10. »

Écrire les événements suivants à l'aide des événements P, T, C, R, D et N

- « La carte tirée n'est pas un cœur. »
- « La carte tirée est une dame ou un roi. »
- « La carte tirée n'est pas un nombre. »
- « La carte tirée est une dame différente de la dame de pique. »
- « La carte tirée est le roi de cœur. »
- « La carte tirée est un roi différent du roi de pique. »
- « La carte tirée n'est ni une dame, ni un trèfle. »

Probabilités

La **probabilité** d'un événement est un nombre compris entre 0 et 1 et qui exprime la **chance** qu'a un événement de se produire.

Vocabulaire

- Un événement dont la probabilité est 0 est un événement impossible.
- Un événement dont la probabilité est égale à 1 est un événement certain.
- Lorsque chaque issue a autant de chance de se produire, on dit qu'il y a **équiprobabilité**.

Équiprobabilité

$$P(A) = \frac{\text{nombre d'issues favorables à } A}{\text{nombre d'issues total}}$$

Somme

La somme des probabilités de toutes les issues est égale à 1.

ÉVÉNEMENT CONTRAIRE

La probabilité d'un événement contraire $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

INTERSECTION

Calculer la probabilité d'une intersection

On lance un dé à six faces et on considère les événements suivants :

A : « Obtenir un multiple de 2 » et B : « Obtenir un nombre inférieur ou égal à 4 ».

$A \cap B$: « Obtenir un multiple de 2 inférieur ou égal à 4. » donc $A \cap B = \{2; 4\}$.

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}; \quad P(B) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \text{ donc } P(A \cap B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

RÉUNION

Théorème $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

En reprenant l'exemple précédent, on obtient :

$$P(A \cup B) = \frac{3}{6} + \frac{4}{6} - \frac{2}{6} = \frac{5}{6} \quad \checkmark$$

Exercices

1. Cocher la réponse exacte

Soit la loi de probabilité ci-contre. Soit les événements **A** : « On obtient une voyelle » et **B** : « On obtient a, b ou c ».

Issue	a	b	c	d	e
Probabilité	0,1	0,2	0,25	0,3	0,15

- a. $p(A)$ est égale à ☐ 0,1 ☐ 0,05 ☐ 1 ☐ 0,25
- b. $p(B \cap A)$ est égale à ☐ 0,45 ☐ 0,55 ☐ 0,1 ☐ 0,7
- c. $p(\bar{A})$ est égale à ☐ 0,9 ☐ 0,95 ☐ 0,75 ☐ 0,85

2. Compléter les égalités

a. Si $p(A) = 0,8$, $p(B) = 0,5$ et $p(A \cap B) = 0,3$ alors $p(A \cup B) =$

b. Si $p(A) = 0,8$, $p(B) = 0,3$ et $p(A \cap B) = 0,5$ alors $p(A \cup B) =$

c. Si $p(A) = 0,8$, $p(B) = 0,4$ et $p(A \cap B) = 0,7$ alors $p(A \cup B) =$

3. Exercice

Soit E un ensemble d'issues possibles à l'occasion d'une expérience aléatoire : $E = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Les sept événements élémentaires sont équiprobables. On considère les événements $A = \{2; 3; 4\}$, $B = \{3; 4; 5; 7\}$ et $C = \{1; 5\}$

Calculer les probabilités suivantes.

$$p(A) =$$

$$p(B) =$$

$$p(C) =$$

$$p(A \cap B) =$$

$$p(A \cup C) =$$

$$p(\bar{A}) =$$

$$p(\bar{B}) =$$

$$p(A \cup B) =$$

Échantillonnage

Un **échantillon** de taille n est constitué des résultats de n **répétitions indépendantes** de la même expérience sur l'ensemble des personnes ou objets sur lesquels porte l'étude statistique (la population).

Un échantillon issu d'une population est donc l'ensemble de *quelques éléments* de cette population.



LOI DES GRANDS NOMBRES

Lorsque n devient grand, la **fréquence** observée est le plus souvent proche de la probabilité.

Comment calculer une fréquence ?

Exemple, si sur 10 lancers on a gagné 3 fois, la fréquence de jeu gagné est $\frac{3}{10} = 0,3$

INTERVALLE DE CONFIANCE

Pour n assez grand, f donne une bonne estimation de p **dans environ 95 % des cas.**

L'intervalle de confiance à 95% est tel que $p \in \left[f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$

Exercices

1. Compléter le tableau.

On lance 200 fois un dé non truqué, on obtient les résultats suivants. Compléter le tableau avec la distribution des fréquences

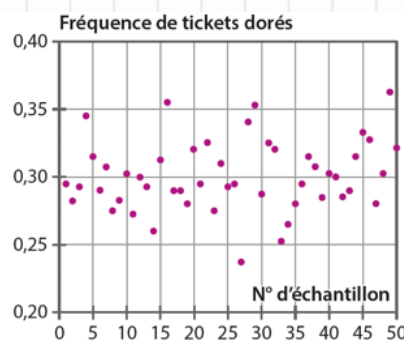
Numéro	1	2	3	4	5	6
Effectif	25	23	39	45	28	40
Fréquence						

2. Problème

Un chocolatier décide de faire une édition spéciale de ses barres chocolatées.

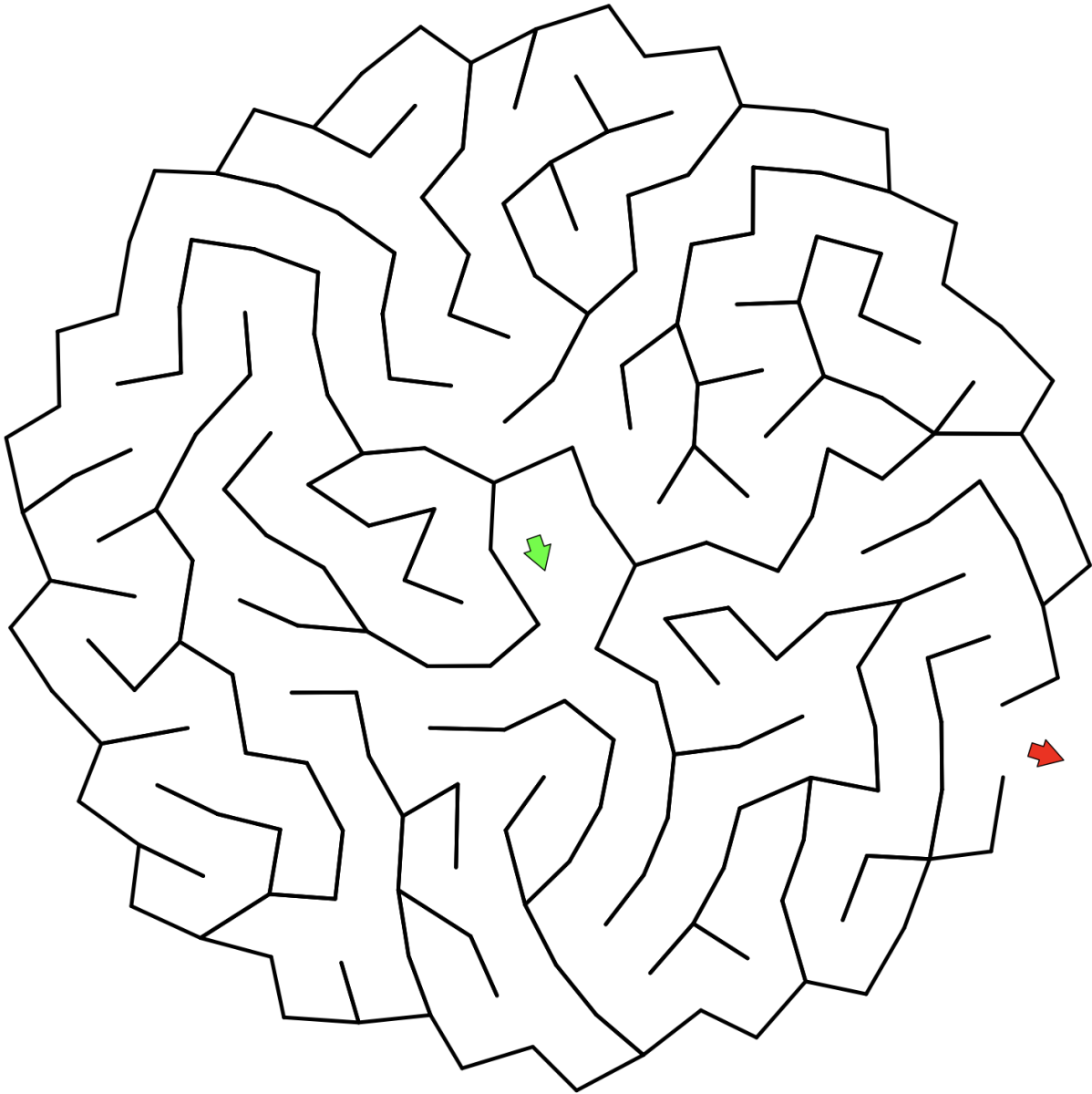
30 % d'entre elles contiennent un ticket doré donnant droit à une visite de sa chocolaterie. Charly achète 400 barres chocolatées.

On simule ci-dessous 50 échantillons de 400 barres chocolatées et on donne la fréquence de barres contenant des tickets dorés dans chaque échantillon.



- Combien y a-t-il de tickets dorés dans l'échantillon 41 ?
- On appelle p la probabilité qu'un ticket soit doré. Pour un échantillon donné, on note n sa taille et f la fréquence de tickets dorés dans l'échantillon. Déterminer la proportion des 50 échantillons dont l'écart entre p et f est inférieur ou égal à $\frac{1}{\sqrt{n}}$
- Sur son réseau social préféré, Charly a 88 amis.
Au vu du graphique précédent, est-il presque sûr de pouvoir les amener avec lui à la chocolaterie ?

Jev



SOLUTIONS

Ensembles de nombres

Exercice 1

Faux
Vrai
Vrai
Faux
Vrai

Exercice 2

1,35 est un nombre décimal, rationnel et réel.

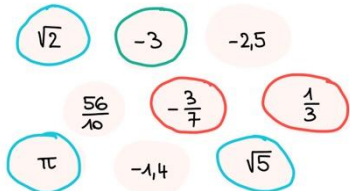
$-20/4$ est un nombre décimal, rationnel et réel.

$-1/3$ est un nombre rationnel et réel.

$\sqrt{16}$ est un nombre entier naturel, décimal, rationnel et réel.

10π est un nombre réel.

Exercice 3



Exercice 4

On peut simplifier l'expression en mettant tout sur le dénominateur commun 6 :

$$A = -\frac{2}{6} + \frac{x}{6} + \frac{15}{6} = \frac{x+13}{6}$$

Pour que A soit un entier, il faut que $x+13$ soit un multiple de 6 donc $x = 5, 11, 17, 23, \dots$

Il faut que A soit rationnel mais pas décimal. Donc le dénominateur, après simplification, contient un 3. C'est le cas quand

$x+13$ n'est pas multiple de 3.
Exemple : $x = 1$. Alors $A = \frac{7}{3}$

Encadrement d'un réel

Exercice 1

Faux
Vrai
Vrai
Faux

Exercice 2

à 10^{-1} près :

$$4,3 < \sqrt{19} < 4,4$$

à 10^{-3} près :

$$4,358 < \sqrt{19} < 4,359$$

à 10^{-5} près :

$$4,35889 < \sqrt{19} < 4,35890$$

Exercice 3

$$1,414 < \sqrt{2} < 1,415$$

$$1,732 < \sqrt{3} < 1,733$$

$$0,316 < \frac{\sqrt{10}}{10} < 0,317$$

$$1,570 < \frac{\pi}{2} < 1,571$$

Intervalle de $\mathbb{R}$

Exercice 1

$$x \geq 3 \quad 0 \leq x < 2 \quad x < 0,01$$

$$[3; +\infty[\quad [0; 2[\quad]-\infty; 0,01[$$

$$3,6 > x > 3,4 \quad -1 \leq x \leq 1 \quad x < 0$$

$$]3,4; 3,6[\quad [-1; 1] \quad]-\infty; 0[$$

Exercice 2

$$x < 3 \quad]-\infty; 3[\quad]-\infty; 3[\quad]-\infty; 3[$$

$$-2 < x \leq 5 \quad]-2; 5[\quad]-2; 5[\quad]-2; 5[$$

$$x \geq 0 \quad [0; +\infty[\quad [0; +\infty[\quad [0; +\infty[$$

$$10 \geq x > 3 \quad [10; 3[\quad [10; 3[\quad [10; 3[$$

$$5 \leq x \quad [5; +\infty[\quad [5; +\infty[\quad [5; +\infty[$$

Exercice 3

Inégalités	Représentation graphique	Intervalle
$-1 < x \leq 4$		$] -1; 4]$
$-2,3 \leq x < 0$		$[-2,3; 0 [$
$x \leq 3$		$] -\infty; 3]$

Distance et valeur absolue

Exercice 1

Faux Vrai
Vrai Faux

Exercice 2

$$|-2+3| = |1| = 1$$

$$|-3+2| = |-1| = 1$$

$$|-2,1+2,9| = |0,8| = 0,8$$

$$|5-3| + |4-7| = |2| + |-3| = 2+3 = 5$$

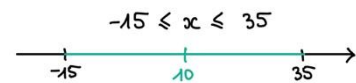
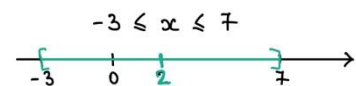
$$|-3-10| - |7-10| = |-13| - |-3| = 13-3 = 10$$

$$5|0,9-1,6| - 3,7 = 5|-0,7| - 3,7 = 5 \times 0,7 - 3,7 = 3,5 - 3,7 = -0,2$$

Exercice 3

Intervalle	Inégalité	Centre de l'intervalle	Rayon de l'intervalle	Valeur absolue
$[-4; 4]$	$-4 \leq x \leq 4$	0	4	$ x \leq 4$
$[-4; -2]$	$-4 \leq x \leq -2$	-3	1	$ x+3 \leq 1$
$[1; 6]$	$1 \leq x \leq 6$	3,5	2,5	$ x-3,5 \leq 2,5$

Exercice 4



Fractions

Exercice 1

$$\frac{x^2+1}{x} \quad x+1 \quad x + \frac{1}{x} \quad 2x+1$$

$$\frac{3x}{x+6} \quad \frac{x}{x+2} \quad 3 + \frac{x}{2} \quad \frac{x}{\frac{x}{3}+2}$$

$$5 - \frac{x+1}{3-x} \quad \frac{-6x+14}{3-x} \quad \frac{16-6x}{3-x} \quad \frac{4x-16}{3-x}$$

Exercice 2

$$A = -\frac{19}{14}; B = \frac{2}{7}; C = \frac{109}{130};$$

$$D = -\frac{17}{32}; E = \frac{7}{30}; F = -\frac{7}{3}$$

Exercice 3

$$\frac{2}{6/5} = \frac{2 \times 5}{6} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{30}{41/29} = \frac{30 \times 29}{41} = \frac{870}{41}$$

Puissances

Exercice 1

- $5^7 \times 5^6$ et 5^{13}
- -3^{-3} et $-\frac{1}{3^3}$
- $a^{-3}b^2$
- a^4b^{-11} et $\left(\frac{a^4}{b^{12}}\right) \times b$

Exercice 2

- $0,035 \times 10^{-2}$
- 4^3
- 6

Exercice 3

$$\frac{ab^2}{a^{-6}b^3} = a^{6+1}b^{2-3} = a^7b^{-1} = \frac{a^7}{b}$$

Exercice 4

$$A = 2^1 \times 3^2 \times 5^{-2}$$

$$B = -2^{10} \times 3^5 \times 5^2$$

Racine carrée

Exercice 1

$$\sqrt{25} = 5; \sqrt{(-10)^2} = 10;$$

$$\sqrt{90} = 3\sqrt{10}$$

Les autres ne sont égaux à aucun autre dans la liste.

Exercice 2

$$\sqrt{1300} = 10\sqrt{13} =$$

$$\sqrt{250} = 5\sqrt{10}$$

$$3\sqrt{2} \times (-4\sqrt{10}) = -12\sqrt{20} = -12 \times 2\sqrt{5} = -24\sqrt{5}$$

$$2\sqrt{63} \times 3\sqrt{21} = 6\sqrt{1323} = 6\sqrt{13 \times 101} = 6\sqrt{1323}$$

$$\frac{\sqrt{105} \times \sqrt{51}}{3\sqrt{34}} = \frac{\sqrt{5355}}{3\sqrt{34}} = \frac{\sqrt{157 \times 34}}{3\sqrt{34}} = \frac{\sqrt{157} \times \sqrt{34}}{3\sqrt{34}} = \frac{\sqrt{157}}{3}$$

$$\sqrt{\frac{98}{27}} \times \frac{3\sqrt{72}}{\sqrt{28}} = \sqrt{\frac{98}{27}} \times \frac{3 \times 6\sqrt{2}}{\sqrt{4 \times 7}} = \sqrt{\frac{98}{27}} \times \frac{18\sqrt{2}}{2\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{98}{27}} \times 9\sqrt{\frac{2}{7}} = \sqrt{\frac{98 \times 81 \times 2}{27 \times 7}} = \sqrt{\frac{15876}{189}} = \sqrt{84} = 2\sqrt{21}$$

Exercice 3

$$(1 - 2\sqrt{3})^2 = 1 - 4\sqrt{3} + 12 = 13 - 4\sqrt{3}$$

$$(2 - 3\sqrt{3})^2 = 4 - 12\sqrt{3} + 27 = 31 - 12\sqrt{3}$$

$$(3 - \sqrt{2})^2 = 9 - 6\sqrt{2} + 2 = 11 - 6\sqrt{2}$$

$$(3 - 2\sqrt{2})^2 = 9 - 12\sqrt{2} + 8 = 17 - 12\sqrt{2}$$

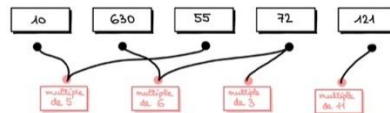
$$(1 - \sqrt{2})^2 = 1 - 2\sqrt{2} + 2 = 3 - 2\sqrt{2}$$

Multiples, diviseurs et nombres premiers

Exercice 1

Faux, Vrai, Faux, Vrai, Vrai

Exercice 2



Exercice 3

- 503 est-il divisible par 2 ? **Non.** Par 3 ? **Non.** par 5 ? **Non**

$$\sqrt{503} \approx 22,4.$$

Donc on prend tous les nombres premiers inférieurs ou égaux à 22 : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19.

- Montrer que 503 est un nombre premier.

Aucun nombre premier cité ci-dessus ne divise 503. Donc 503 est un nombre premier.

Fraction irréductible

Exercice 1

$$\frac{23}{27}, \frac{26}{130}, \frac{35}{10}, \frac{17}{67}, \frac{23057}{27908}, \frac{3771}{99}$$

Exercice 2

$$120 = 2^3 \times 3 \times 5$$

$$256 = 2^8$$

$$72 = 2^3 \times 3^2$$

$$400 = 2^4 \times 5^2$$

$$A = \frac{15}{32}; B = \frac{9}{50};$$

$$C = \frac{3}{10}; D = \frac{25}{16}$$

Exercice 3

$$330 = 2 \times 3 \times 5 \times 11$$

$$1452 = 2^2 \times 3 \times 11^2$$

$$\frac{330}{1452} = \frac{5}{22}$$

$$A = \frac{13}{22} + \frac{330}{1452} = \frac{13}{22} + \frac{5}{22} = \frac{18}{22} = \frac{9}{11}$$

Distributivité et identités remarquables

Exercice 1

La bonne réponse est la figure de droite S3.

Le grand carré a une aire de 25 u.a. Le petit carré a une aire de $(x+3)^3$. L'aire hachurée est la différence donc $25 - (x+3)^3$.

Exercice 2

$$A = x^2 - 7x + 7$$

$$B = 9x^2 - 30x + 25$$

$$C = 100x^2 - 49$$

$$D = 64x^2 + 80x + 25$$

$$E = 32x^2 - 44x - 21$$

Exercice 3

$$A = 7(2x - 5)$$

$$B = 10(2a + 1)$$

$$C = 6x(2x + 1)$$

$$D = (x + 2)(x - 2)$$

$$E = (2x - 1)(x + 2)$$

Exercice 4

$$(-2x+1)(2x+1) + (-2x+1)(x+4) = (-2x+1)^2$$

$$x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2$$

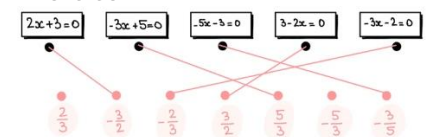
$$36x^2 + 36x + 9 = (6x+3)^2$$

$$4x^2 - 4x + 1 = (2x-1)^2$$

$$25x^2 - 64 = (5x-8)^2$$

Équations du premier degré

Exercice 1



Exercice 2

$$x = -\frac{1}{2} \quad \text{Aucune solution.}$$

$$x = 11 \quad x = \frac{8}{3}$$

$$x = -\frac{1}{5} \quad x = \frac{19}{2}$$

$$x = -\frac{4}{3} \quad x = -45$$

Exercice 3

Aire du carré initial : x^2

Aire du carré après

augmentation: $(x+2)^2$

On sait que cette aire est 8cm^2 plus grande, donc

$$(x+2)^2 = x^2 + 8$$

On développe

$$x^2 + 4x + 4 = x^2 + 8$$

On simplifie et on obtient :

$$4x + 4 = 8$$

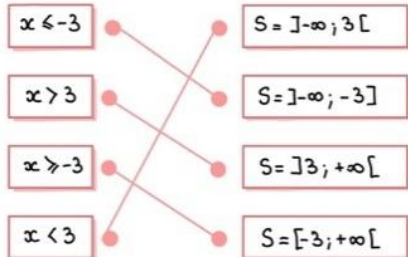
$$4x = 1$$

$$x = \frac{1}{4}$$

Le carré initial possède donc un côté de 1 cm.

Inéquations

Exercice 1



Exercice 2

Pour $-3x + 1 > 0$:

$$x < \frac{1}{3}$$

-1 est une solution

Pour $2x + 1 < 0$:

$$x < -\frac{1}{2}$$

$$S =]-\infty; -\frac{1}{2}[$$

-3 est une solution

Pour $3x - 1 \geq 0$

$$S = \left[\frac{1}{3}; +\infty\right[$$

3 est une solution

Exercice 3

$$S = \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right[\quad S = \left]-\frac{3}{5}; +\infty\right[$$

$$S = \left]-\infty; \frac{1}{2}\right] \quad S = \left]\frac{2}{5}; +\infty\right[$$

$$S =]2; +\infty[\quad S = \left]-\infty; \frac{19}{2}\right]$$

Équation produit nul

Exercice 1

$$2x(5-2x)=0 \quad \text{a pour solution} \quad \left\{0; \frac{5}{2}\right\}$$

$$(3x-4)(x+5)=0 \quad \text{a pour solution} \quad \left\{\frac{4}{3}; -5\right\}$$

$$\frac{3x+6}{x-7}=0 \quad \text{existe si } x \neq 7 \quad \text{a pour solution} \quad -2$$

$$\frac{x-4}{x^2-1}=0 \quad \text{existe si } x \neq -1 \text{ et } x \neq 1 \quad \text{a pour solution} \quad 4$$

Exercice 2

$$x = -3 \text{ ou } x = 5 \quad x = 0 \text{ ou } x = \frac{4}{3}$$

$$x = 0 \text{ ou } x = -3 \quad x = 2 \text{ ou } x = -\frac{1}{3}$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ ou } x = \frac{7}{3} \quad x = \frac{4}{7} \text{ ou } x = \frac{4}{3}$$

Exercice 3

$$x = 3 \text{ et } x \neq -4 \quad x = -8 \text{ et}$$

$$x \neq -\frac{5}{2}$$

$$x = \frac{1}{3} \text{ et } x \neq -2 \quad x = -\frac{2}{5} \text{ et}$$

$$x \neq 1 \text{ et } x \neq -\frac{4}{3}$$

Inéquation produit

Exercice 1

$$2x(5-2x) > 0 :$$

$$x \in \left]0; \frac{5}{2}\right[$$

$$(3x-4)(x+5) \leq 0$$

$$x \in \left[-5; \frac{4}{3}\right]$$

$$\frac{3x+6}{x-9} > 0$$

$$x \neq 9$$

$$x \in \left]-\infty; -2\right[\cup \left]9; +\infty\right[$$

Exercice 2

$$S = \left]-\frac{4}{2}; 3\right[$$

x	$-\frac{4}{2}$	3
$2x+1$	-	+
$x-3$	-	-
$(2x+1) \times (x-3)$	+	-

$$S = \left]-\infty; -\frac{4}{2}\right] \cup \left]5; +\infty\right[$$

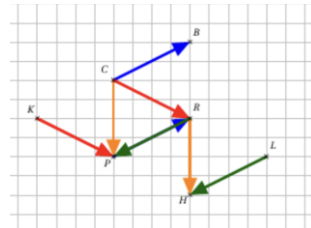
x	$-\frac{4}{2}$	5
$3x+1$	-	+
$x-5$	-	-
$(3x+1) \times (x-5)$	+	-

$$S = \left[-\frac{3}{2}; 4\right]$$

x	$-\frac{3}{2}$	4
$2x+3$	-	+
$-x+4$	+	-
$(2x+3) \times (-x+4)$	-	-

Vecteurs du plan

Exercice 1



Exercice 2

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AO}$$

$$\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OE} = \overrightarrow{0}$$

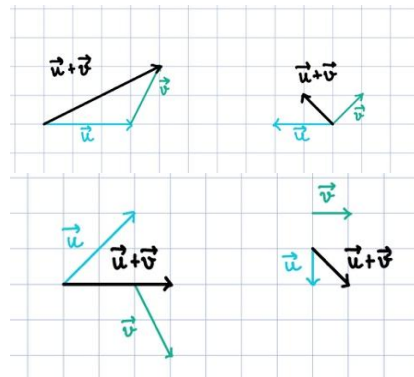
$$\overrightarrow{FO} + \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{FA}$$

$$\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CF}$$

$$\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BE}$$

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AD}$$

Exercice 3



Coordonnées d'un vecteur

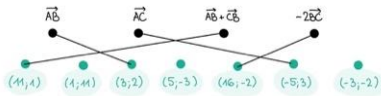
Exercice 1

- $\vec{u}$
- $(3; 2)$
- $(2; -3)$

Exercice 2

$$\begin{aligned} \vec{u}(-3; -2); \vec{v}(4; -1) \\ \vec{w}(2; 4); \vec{k}(-3; 0) \\ \vec{l}(0; -2); \vec{m}(-1; 4) \end{aligned}$$

Exercice 3



Colinéarité

Exercice 1

- $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont colinéaires
- 1
- B est le milieu de $[AC]$ et $\vec{AB}$ et $\vec{BC}$ sont colinéaires
- $(AB)/(CD)$ et $\det(\vec{AB}, \vec{DC}) = 0$

Exercice 2

- $\vec{u}(2; 3)$ et $\vec{v}(-1; 4)$

Le déterminant de ces deux vecteurs est :

$$\det(\vec{u}, \vec{v}) = 2 \times 4 - 3 \times (-1) = 8 + 3 = 11$$

- $\vec{u}(4; -6)$ et $\vec{v}(-8; 12)$

Le déterminant de ces deux vecteurs est :

$$\begin{aligned} \det(\vec{u}, \vec{v}) &= 4 \times 12 \\ &\quad - (-6) \times (-8) \\ &= 48 - 48 = 0 \end{aligned}$$

- $\vec{u}(-1; -5)$ et $\vec{v}(-3; -8)$

Le déterminant de ces deux vecteurs est :

$$\begin{aligned} \det(\vec{u}, \vec{v}) &= (-1) \times (-8) \\ &\quad - (-5) \times (-3) \\ &= 8 - 15 = -7 \end{aligned}$$

Exercice 3

Le déterminant de vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est :

$$\begin{aligned} \det(\vec{u}, \vec{v}) &= -2 \times (-6,3) \\ &\quad - 3 \times 4,2 \\ &= 12,6 - 12,6 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Par conséquent $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

Le déterminant de vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{w}$ est :

$$\begin{aligned} \det(\vec{u}, \vec{w}) &= -2 \times 7,4 - 3 \times 5 \\ &= -14,8 - 15 \\ &= -29,8 \neq 0 \end{aligned}$$

Par conséquent $\vec{u}$ et $\vec{w}$ ne sont pas colinéaires.

Distance entre deux points

Exercice 1

- Faux
- Faux
- Vrai
- Vrai

Exercice 2

- $2\sqrt{5}$ et $\sqrt{20}$
- 4
- Isocèle

Exercice 3

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(3 - (-1))^2 + (2 - 1)^2} = \\ &\sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{17} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BC &= \sqrt{(2 - 3)^2 + (6 - 2)^2} = \\ &\sqrt{1 + 16} = \sqrt{17} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} CD &= \sqrt{(-2 - 2)^2 + (5 - 6)^2} = \\ &\sqrt{16 + 1} = \sqrt{17} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} DA &= \sqrt{((-1) - (-2))^2 + (1 - 5)^2} = \\ &\sqrt{1 + 16} = \sqrt{17} \end{aligned}$$

Les quatre côtés sont égaux : $AB = BC = CD = DA$

Le quadrilatère est donc un carré.

Configurations du plan

Exercice 1

Figure 1

D'après le théorème de Thalès on a :

$$\frac{EA}{EC} = \frac{EB}{ED} = \frac{AB}{CD}$$

$$\text{soit } \frac{3}{4,5} = \frac{x}{10,5}$$

$$\text{Par conséquent } x = \frac{3 \times 10,5}{4,5} = 7$$

Figure 2

D'après le théorème de Thalès on a :

$$\frac{EA}{ED} = \frac{EB}{EC} = \frac{AB}{CD}$$

$$\text{soit } \frac{x}{12} = \frac{4,5}{18 - 4,5} \text{ d'où } \frac{x}{12} = \frac{4,5}{13,5}$$

$$\text{Par conséquent } x = \frac{4,5 \times 12}{13,5} = 4$$

Exercice 2

- 10
- $\frac{6 \times 13}{8}$
- 16,25

Exercice 3

Dans le triangle ABC le plus grand côté est $[AB]$.

D'une part $AB^2 = 1$

D'autre part

$$AC^2 + BC^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

Donc $AB^2 = AC^2 + BC^2$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est donc rectangle en C .

$$\text{De plus } AC = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ et } BC = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Donc $AC = BC$ et le triangle ABC est également isocèle en C .

De plus $\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Donc le triangle ABC est également isocèle en C .

Trigonométrie

Exercice 1

- $\frac{4}{3}$
- $\frac{2,4}{3}$
- $\frac{2,5}{4}$

Exercice 2

$\hat{A} = 0$

$\sin \hat{A} = 0$
 $\cos \hat{A} = 1$ (L'hypoténuse et l'adjacent ont les mêmes longueurs)

$\hat{A} = 45^\circ$

Par le théorème de Pythagore, l'hypoténuse est de $\sqrt{2}$

$$\sin \hat{A} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos \hat{A} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\hat{A} = 60^\circ$

Par le théorème de Pythagore, la hauteur du triangle est de $\sqrt{3}$.

$$\sin \hat{A} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos \hat{A} = \frac{1}{2}$$

$\hat{A} = 30^\circ$

Par le théorème de Pythagore, la hauteur du triangle est de $\sqrt{3}$.

$$\sin \hat{A} = \frac{1}{2}$$

$$\cos \hat{A} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Exercice 3

Dans le triangle ABC rectangle en C , on applique le théorème de Pythagore.

$$\begin{aligned} AB^2 &= BC^2 + AC^2 \\ &= 625 + 900 \\ &= 1525 \end{aligned}$$

Donc

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{1525} \\ &= \sqrt{25 \times 61} = 5\sqrt{61} \approx 39,05 \text{ cm.} \\ \tan \widehat{ABC} &= \frac{AC}{BC} = \frac{30}{25} = 1,2. \end{aligned}$$

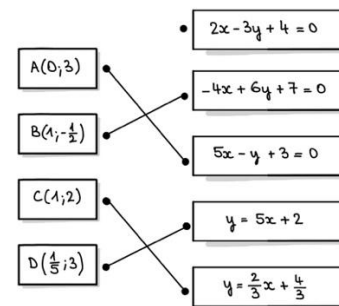
Donc

$$\begin{aligned} \widehat{ABC} &\approx 50^\circ. \\ \tan \widehat{BAC} &= \frac{BC}{AC} = \frac{25}{30} = \frac{5}{6}. \end{aligned}$$

Donc $\widehat{BAC} \approx 40^\circ$.

Équations cartésiennes d'une droite

Exercice 1



Exercice 2

$$\begin{aligned} 2x - 4y + 5 &= 0 & \vec{u}(2;1) & & A\left(0; \frac{5}{4}\right) \\ 4x - 8 &= 0 & \vec{u}(0;1) & & A(2;0) \\ 4x + 3y - 22 &= 0 & \vec{u}(-3;4) & & A(5;-3) \end{aligned}$$

Exercice 3

1. $A(4;5)$ et $B(-1;2)$

On a $\overrightarrow{AB}(-5;-3)$.

Une équation cartésienne de la droite (AB) est donc de la forme $-3x + 5y + c = 0$.

Le point $A(4;5)$ appartient à la droite (AB).

$$\begin{aligned} \text{Ainsi } -3 \times 4 + 5 \times 5 + c &= 0 \Leftrightarrow \\ -12 + 25 + c &= 0 \Leftrightarrow c = -13 \end{aligned}$$

Une équation cartésienne de la droite (AB) est par conséquent $-3x + 5y - 13 = 0$.

2. $A(-2;3)$ et $B(7;1)$

On a $\overrightarrow{AB}(9;-2)$.

On appelle $M(x;y)$ un point du plan.

$$\overrightarrow{AM}(x+2;y-3)$$

Le point M appartient à la droite (AB)

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \text{ et } \overrightarrow{AB} \text{ sont colinéaires}$$

$$\Leftrightarrow \det(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} x+2 & 9 \\ y-3 & -2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow -2(x+2) - 9(y-3) = 0$$

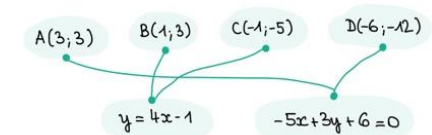
$$\Leftrightarrow -2x - 4 - 9y + 27 = 0$$

$$\Leftrightarrow -2x - 9y + 23 = 0$$

Une équation cartésienne de la droite d est $-2x - 9y + 23 = 0$.

Équation réduite

Exercice 1



Exercice 2

$$\begin{array}{llll} A(2;1) & B(7;11) & 2 & -3 & y = 2x - 3 \\ A(-2;7) & B(1;-2) & -3 & 1 & y = -3x + 1 \\ A(3;10) & B(-4;10) & 0 & 10 & y = 0 \end{array}$$

Exercice 3

$$(d_1): x = -5$$

$$(d_2): y = 2x - 3$$

$$(d_3): y = -3x + 4$$

$$(d_4): y = -\frac{2}{3}x + 4$$

$$(d_5): y = 3x + 12$$

$$(d_6): y = -\frac{4}{5}x - 2$$

$$(d_7): y = -2$$

Système d'équations

Exercice 1

Les systèmes ayant une unique solution :

$$\begin{cases} 2x + 5y = 8 \\ 3x - 4y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0,5x + 4y = 1 \\ -x + 16y = 2 \end{cases}$$

Exercice 2

$$\begin{cases} 2x + 5y = 1 \\ x - 4y = -6 \end{cases}$$

On exprime x à partir de la 2e équation :

$$x = -6 + 4y$$

On remplace x dans la première :

$$\begin{aligned} 2(-6 + 4y) + 5y &= 1 \\ -12 + 8y + 5y &= 1 \\ 13y &= 13 \\ y &= 1 \end{aligned}$$

On remplace dans $x = -6 + 4y$:

$$x = -6 + 4(1) = -2$$

$$S = \{(-2; 1)\}$$

Exercice 3

On veut éliminer une variable.
→ multiplions la première équation par 3 et la seconde par -2 pour éliminer x :

$$\begin{cases} 6x + 15y = -33 \\ -6x + 8y = -36 \end{cases}$$

On additionne :

$$23y = -69 \Rightarrow y = -3$$

On remplace dans la première équation :

$$\begin{aligned} 2x + 5(-3) &= -11 \Rightarrow 2x - 15 = -11 \Rightarrow 2x = 4 \\ &\Rightarrow x = 2 \end{aligned}$$

$$S = \{(2; -3)\}$$

Exercice 4

Le déterminant est nul, le système n'admet pas de solution.

Notion de fonction

Exercice 1

- $f(2) = 0$
- $h(5) = -3$

- $g(-3) = 0; g(5) = 0$
- $u(2) = -4$
- $v(12) = 46$

Exercice 2

- L'ensemble de définition de f est $[-2; 5]$.
- L'image de 0 est 1 et les antécédents de 1 sont 0 et 5.
- Le point $(-1; 0,5)$ appartient à la courbe représentant f .

Exercice 3

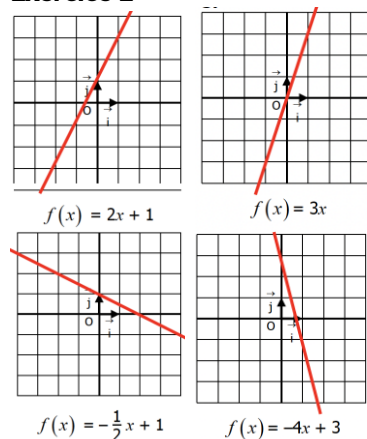
- $f(x) = x(x - 5)$
- $f(0) = 0$
 $f(1) = -4$
 $f(-2) = 14$
 $f(\sqrt{3}) = 3 - 5\sqrt{3}$
 $f\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{16}{9} - 5 \cdot \frac{4}{3} = \frac{16}{9} - \frac{20}{3}$
 $= \frac{16}{9} - \frac{60}{9} = -\frac{44}{9}$
- $x(x - 5) = 0$
 $x = 0$ ou $x = 5$

Fonction affine

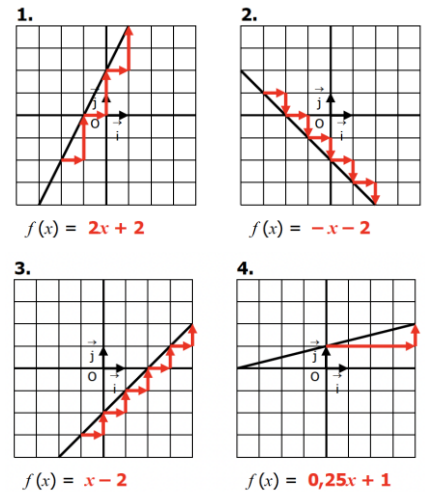
Exercice 1

Faux
Vrai
Faux
Vrai

Exercice 2



Exercice 3



Exercice 4

$f(3) = 13$	$g(3) = -1$	$h(3) = -13$
$g(-4) = 13$	$h(-4) = 8$	$f(-4) = -15$
$h\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{11}{2}$	$f\left(\frac{1}{2}\right) = 3$	$g\left(\frac{1}{2}\right) = 4$

Fonction carré

Exercice 1

x	1	-1	2	-3	$\sqrt{5}$	$\frac{4}{7}$	0,1	-0,01
x^2	1	1	4	9	5	$\frac{16}{49}$	0,01	0,0001
$-x^2$	-1	-1	-4	-9	-5	$-\frac{16}{49}$	-0,01	-0,0001
$(-x)^2$	1	1	4	9	5	$\frac{16}{49}$	0,01	0,0001
$2x$	2	-2	4	-6	$2\sqrt{5}$	$\frac{8}{7}$	0,2	-0,02

Exercice 2

$x = 5$ ou $x = -5$ Pas de solution
 $x = 5$ ou $x = -1$ $x = -6$ ou $x = -10$

Exercice 3

$$\begin{aligned} S &=]-1; 1[& S &=]-\infty; -\sqrt{2}[\cup]\sqrt{2}; +\infty[\\ S &=]-\sqrt{6}; \sqrt{6}[& S &=]-\infty; -1 - \sqrt{3}[\cup \\ & & &]-1 + \sqrt{3}; +\infty[\end{aligned}$$

Exercice 4

x	x^2
$2 < x < 5$	$4 < x^2 < 25$
$-2 < x < 3$	$0 \leq x^2 < 9$
$-1 < x < -2$	$1 < x^2 < 4$

Fonction cube

Exercice 1

Vrai
Faux

Faux
Faux

Exercice 2

x	1	-1	2	-3	$\sqrt{5}$	$\frac{3}{4}$	0,1	-0,2
x^3	1	-1	8	-27	$5\sqrt{5}$	$\frac{27}{64}$	0,001	-0,008
$-x^3$	-1	1	-8	27	$-5\sqrt{5}$	$-\frac{27}{64}$	-0,001	0,008
$(-x)^3$	-1	1	-8	27	$-5\sqrt{5}$	$-\frac{27}{64}$	-0,001	0,008
$3x$	3	-3	6	-9	$3\sqrt{5}$	$\frac{9}{4}$	0,3	-0,6

Exercice 3

$$\begin{aligned} x &= -3 & x &= 5 \\ x &= \frac{2}{10} & x &= -1 \\ x &\in]-\infty; 3[& x &\in [-5; +\infty[\\ x &\in]-\infty; -4][& x &\in]10; +\infty[\end{aligned}$$

Fonction inverse

Exercice 1

Vrai
Faux
Faux
Vrai

Exercice 2

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} &\in \left[\frac{1}{7}; \frac{1}{2}\right] \\ \frac{1}{x} &\in \left[\frac{1}{5}; +\infty\right[\\ \frac{1}{x} &\in \left[-5; -\frac{1}{2}\right] \end{aligned}$$

Exercice 3

$$\begin{aligned} x &= 4 & x &= -\frac{4}{5} \\ x &= -6 & x &= \frac{9}{2} \\ x &< 0 \text{ ou } x &\geq \frac{1}{2} & 0 \leq x \leq \frac{1}{4} \end{aligned}$$

Fonction racine carrée

Exercice 1

- $0 \leq x \leq 81$
- 25
- 10

Exercice 2

- $D_f = [-2; +\infty[$
- $D_f = \mathbb{R}$
- $D_f =]-\infty; 0]$
- $D_f =]-\infty; 3]$

Exercice 3

$$\begin{aligned} x &= 16 & \text{Pas de solution} \\ x &= 10^8 & x = 5 \\ 0 &\leq x < 256 & x \geq 6255 \end{aligned}$$

$$x \geq 0 \quad 0 \leq x < 10^{-4}$$

Résolution graphique

Exercice 1

Vrai
Faux, aucune solution
Faux, les solutions sont 2,5, 3 et 5.
Vrai

Exercice 2

Vrai, Faux, Faux, Vrai

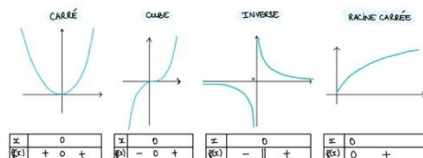
Exercice 3

$$\begin{aligned} f(x) &\leq g(x) \\ S &= [-4; -3] \cup [1; 3] \\ g(x) &\geq 0 \\ S &= [-4; 4] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &> 2 \\ S &=]-3; 2[\end{aligned}$$

Signe d'une fonction

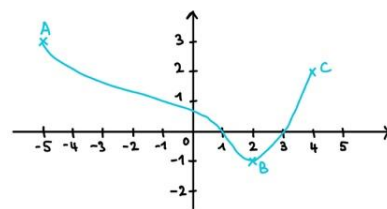
Exercice 1



Exercice 2

x	-5	2	4
$f(x)$	-	0	-

Exercice 3



Fonctions paire et impaire

Exercice 1

- Paire
- Ni paire ni impaire
- Impaire
- Ni paire ni impaire

Exercice 2

- Faux
- Faux
- Vrai
- Vrai
- Vrai
- Vrai

Exercice 3

- Paire
- Impaire
- Ni paire ni impaire
- Ni paire ni impaire car défini sur $[0; +\infty[$

Variations et extremum

Exercice 1

- $[5; 10[$ et $[-3; -1]$
- 1
- $f(-6) > -9$ et $f(4) > f(5)$

Exercice 2

- $[0; 11]$
- $f(0) = 2$
- $f(3) \leq f(4)$
- 2 sur $[6; 11]$

Exercice 3

x	-4	-2	-1	0	1	3	4
$f(x)$							

Proportion et pourcentages

Exercice 1

$$\begin{aligned} 10\% \times 250 &= 25 \\ 17\% \times 38 &= 6,46 \\ 32\% \times 70 &= 22,4 \\ 20\% \times 46 &= 9,2 \\ 25\% \times 54 &= 13,5 \end{aligned}$$

Exercice 2

La proportion de salariés qui part en vacances en juillet est de $\frac{30}{100}$.

Le nombre de personnes parties en vacances en juillet est de 150 donc

$n_A = 150$, on cherche la valeur de n_E .

$$P = \frac{150}{n_E} = \frac{30}{100}$$

on en déduit que n_E

$$= \frac{150 \times 100}{30} = 500$$

Le nombre de salariés de cette entreprise est de 500.

Exercice 3

E est la population Française.

A est la population de groupe sanguin O (A est une sous population de E).

B est la population de groupe sanguin O et Rhésus – (E est une sous population de A).

Le pourcentage de personnes de groupe O – est :

$$P = \frac{42}{100} \times \frac{14}{100} = \frac{588}{10\,000} = \frac{5,88}{100} = 0,0588$$

Variation et évolution

Exercice 1

Vrai, Faux, Faux, Faux, Vrai

Exercice 2

c	t en %
0,64	-36%
1,07	+7%
1,23	+23%

Exercice 3

- 56%
- Baisse de 19%
- +4%
- 9%

Exercice 4

Évolution 1		Évolution 2		Évolution globale	
t_1	c_1	t_2	c_2	C	T
-5%	0,95	+30%	1,30	1,235	+23,5%
-12%	0,88	-12%	0,88	0,7744	-22,56%
+4,5%	1,045	+3,5%	1,035	1,0816	+8,16%

Moyenne et médiane

Exercice 1

- a. $\frac{3}{5}$; b. 1 ; c. 1 et 2

Exercice 2

La note moyenne est :

$$\bar{x} = \frac{14 + 15 + 14 + \dots + 10}{25}$$

$$= \frac{300}{25}$$

$$= 12$$

Exercice 3

L'effectif total est 12.

$$\frac{12}{4} = 3.$$

Le premier quartile est donc la 3ème valeur de la série.

Ainsi $Q_1 = 6$.

$$\frac{12 \times 3}{4} = 9.$$

Le troisième quartile est donc la 9^{ème} valeur. Ainsi $Q_3 = 13$.

L'écart interquartile est $Q_3 - Q_1 = 13 - 6 = 7$.

Indicateurs de dispersion

Exercice 1

Faux, Faux, Faux, Vrai

Exercice 2

On va réordonner la série statistique.

6 8 8 9 9 10 12 14 17 18 18 19

- a. L'étendue est donc de $19 - 6 = 13$

- b. La moyenne est

$$\bar{x} = \frac{6 + 8 + \dots + 19}{12} = \frac{37}{3} \approx 12,33.$$

- c. $\frac{12}{2} = 6$. La médiane est donc la moyenne entre la 6^e et la 7^e valeur soit $\frac{10+12}{2} = 11$

- d. $\frac{12}{4} = 3$ donc Q_1 est la 3^e valeur soit $Q_1 = 8$

$$\frac{12 \times 3}{4} = 9 \text{ donc } Q_3 \text{ est la 9^e valeur soit } Q_3 = 17$$

e. L'écart-type est

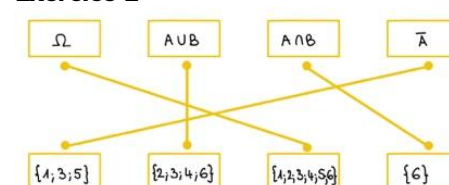
$$\sigma = \sqrt{\frac{\left(6 - \frac{37}{3}\right)^2 + \left(8 - \frac{37}{3}\right)^2 + \dots + \left(19 - \frac{37}{3}\right)^2}{12}}$$

$$= \sqrt{\frac{179}{9}}$$

$$\approx 4,46$$

Expérience aléatoire

Exercice 1



Exercice 2

$A \cap B$: La main contient 2 cœurs et une dame.

$A \cup B$: La main contient 2 cœurs et une dame.

$\bar{B}$: La main contient 2 cœurs ou une dame (ou les deux).

Exercice 3

- a. "La carte tirée n'est pas un cœur." : $\bar{C}$

- b. "La carte tirée est une dame ou un roi." : $D \cup R$

- c. "La carte tirée n'est pas un nombre." : $\bar{N}$

- d. "La carte tirée est une dame différente de la dame de pique." : $D \cap \bar{P}$

- e. "La carte tirée est le roi de cœur." : $R \cap C$

- f. "La carte tirée est un roi différent du roi de pique." : $R \cap \bar{P}$

- g. "La carte tirée n'est ni une dame, ni un trèfle." : $D \cap \bar{T}$

124 (ordre de grandeur 120–132 selon la lecture).

Probabilités

Exercice 1

a. 0,25 ; b. 0,1 ; c. 0,85

Exercice 2

a. 1 ; b. 0,6 ; c. 0,5

Exercice 3

$$p(B) = \frac{4}{7}$$

$$p(C) = \frac{2}{7}$$

$$A \cap B = \{3; 4\} \text{ donc } p(A \cap B) = \frac{2}{7}$$

$$A \cup C = \{1; 2; 3; 4; 5\} \text{ donc } p(A \cup C) = \frac{5}{7}$$

$$p(\bar{A}) = 1 - p(A) = \frac{4}{7}$$

$$p(\bar{B}) = 1 - p(B) = \frac{3}{7}$$

On peut utiliser la formule :

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

$$= \frac{3}{7} + \frac{4}{7} - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$$

Autre méthode : $A \cup B = \{2; 3; 4; 5; 7\}$

$$\text{Donc } p(A \cup B) = \frac{5}{7}$$

Échantillonnage

Exercice 1

Numéro	1	2	3	4	5	6
Fréquence	0,0125	0,115	0,195	0,225	0,140	0,200

Exercice 2

1) Échantillon n°41

On lit une fréquence autour de $f_{41} \approx$

0,31 (un peu au-dessus de 0,30).

Nombre de tickets $\approx 0,31 \times 400 =$

2) Proportion des échantillons avec |

$$f - p \leq \frac{1}{\sqrt{n}}$$

$$\text{Ici } \frac{1}{\sqrt{n}} = \frac{1}{20} = 0,05.$$

$$\text{Condition : } |f - 0,30| \leq 0,05 \Leftrightarrow f \in [0,25 ; 0,35].$$

En comptant à l'œil, **la grande majorité** des 50 points est dans cette bande ; seuls quelques points (<5) sont en dehors (vers 0,24 et 0,36–0,38).
 $\Rightarrow$ Proportion $\approx 46/50$ soit **environ 90–92 %**.

3) Peut-il emmener ses 88 amis ?

Même dans les échantillons bas ($f \approx 0,25$), on a $0,25 \times 400 = 100$ tickets.
 Pour Charly + 88 amis, il faut au moins 89 tickets.

Comme **presque tous** les échantillons donnent ≥ 100 tickets, **oui**, il est **pratiquement sûr** de pouvoir tous les emmener.