

Hong My

LES FICHES 1^{re} MAGIQUES

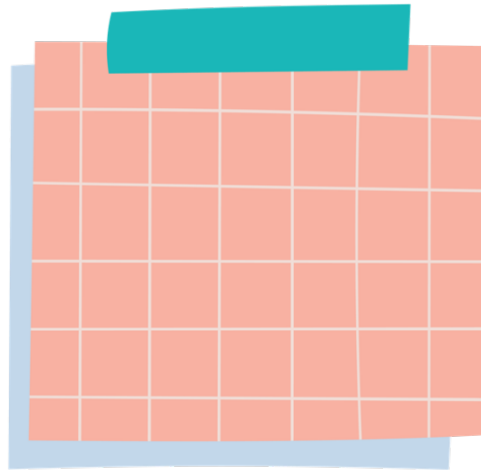
maths
tronc commun



- ✓ 40 fiches colorées et simples à comprendre
- ✓ 15 min par jour pour progresser
- ✓ des astuces et pièges à éviter
- ✓ conforme au programme officiel 



Ce cahier appartient à



© 2026, Campus XYZ, publication indépendante.
37 avenue Foch, 75116 Paris
Dépôt légal : février 2026

Tous droits réservés. Toute reproduction ou utilisation sous quelque forme et par quelque moyen électronique, photocopie, enregistrement ou autre que ce soit est strictement interdite sans l'autorisation écrite de l'éditeur.

Sommaire

Algèbre

Calculer les puissances	6
Calculer les racines	8
Calculer les fractions	10
Équations et inéquations	12
Calcul littéral	14
Polynôme de second degré	16
Équation du second degré	18
Inéquations de second degré	20

Analyse de l'information chiffrée

Tableau croisé d'effectifs	24
Nuage de points	26
Diagramme en barres	28
Diagramme circulaire	30

Phénomènes aléatoires

Calculer une probabilité	34
Fréquences	36
Tableau d'effectifs	38
Probabilités conditionnelles	40
Arbre de probabilités	42
Inverser le conditionnement	44
Événements indépendants	46

Croissance linéaire

C'est quoi, une suite ?	50
Suites arithmétiques	52
Sens de variation et représentation graphique	54
Fonction affine	56
Représentation graphique d'une fonction affine	58
Croissance linéaire	60
Seuil d'une croissance linéaire	62

Croissance exponentielle

Suites géométriques	66
Sens de variation et représentation graphique	68
Fonction exponentielle de base a	70
Représentation graphique	72
Croissance exponentielle	74
Racine n -ième et taux d'évolution moyen	76

Variation instantanée, variation globale

Taux d'accroissement	80
Nombre dérivé et tangente	82
Modéliser une évolution	84
Fonctions dérivées	86
Variations d'une fonction	88
Extremum	90
Étude du signe de $ax + b$	92
Étude du signe de $a(x - x_1)(x - x_2)$	94
Variations d'un polynôme de degré 2	96

Introduction

Ce carnet contient **40 fiches de révision** pour le programme de mathématiques de **1re tronc commun**, accompagnées de **40 pages d'exercices d'application**.
Chaque fiche va à l'essentiel : notions clés, formules importantes et méthodes à connaître.

Tu peux utiliser ces fiches de **trois façons** :

Mode “mémo” : pour mémoriser vite

Lis une fiche comme une carte mentale du chapitre : formules, idées clés, méthodes types. L'objectif n'est pas de tout refaire, mais de **savoir quoi utiliser et quand**.

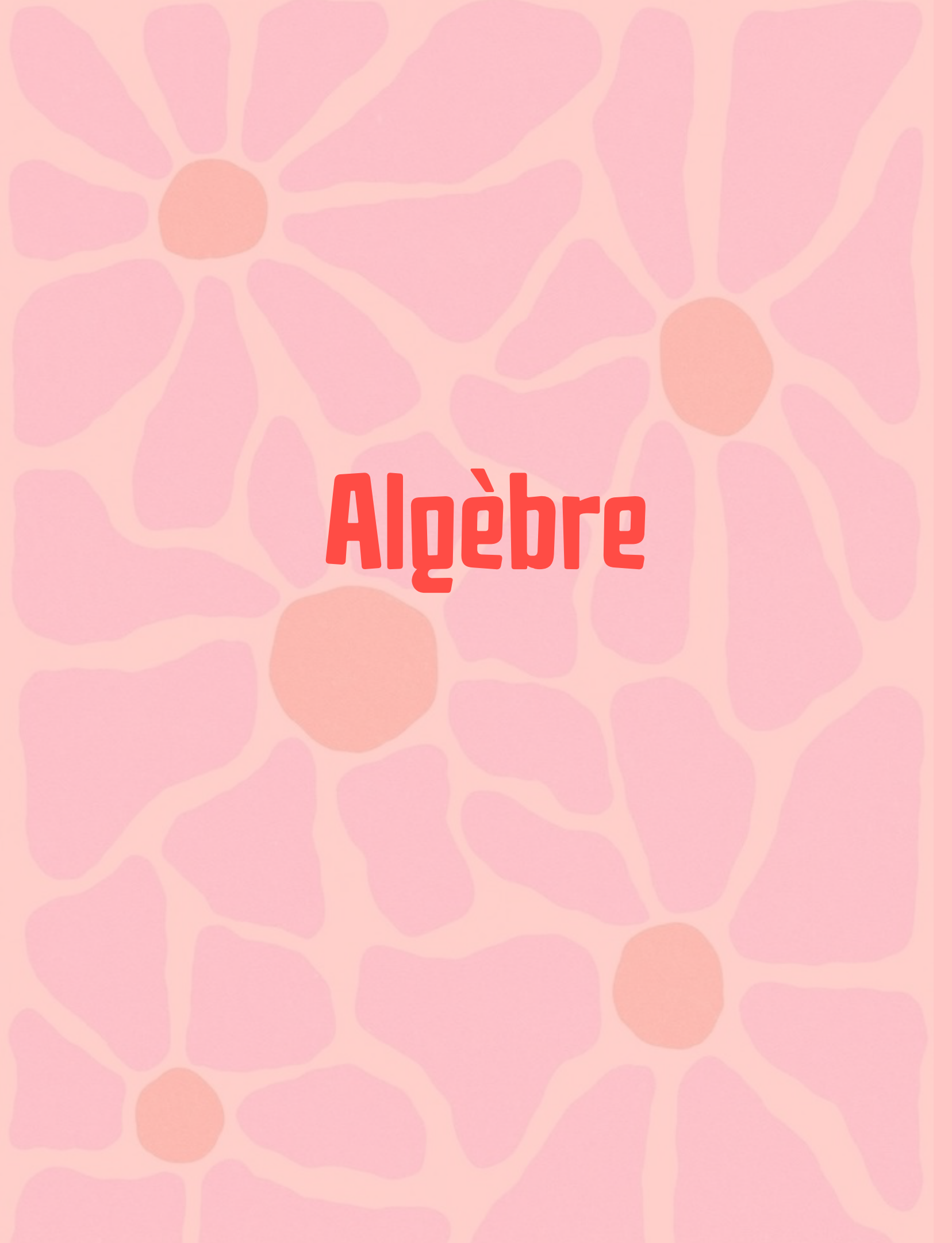
Mode “entraînement” : pour automatiser

Prends une fiche, puis fais directement les exercices associés. Tu transformes la méthode en **réflexes** et tu vois tout de suite si tu sais appliquer le cours.

Mode “diagnostic” : pour cibler tes faiblesses

Commence par les exercices. Si ça bloque, reviens à la fiche correspondante. Tu travailles **uniquement ce qui te manque**, sans perdre de temps sur le reste.

Que ce soit pour réviser vite, t'entraîner régulièrement ou rattraper un chapitre, ce carnet est conçu pour t'aider à **aller à l'essentiel et progresser efficacement en maths en 1re**.

The background features a repeating pattern of stylized, abstract floral or sunburst shapes. Each shape consists of a central orange circle surrounded by several elongated, pink, petal-like segments. The overall color palette is soft, with various shades of pink and a muted orange.

Algèbre

Calculer les puissances

La puissance d'un nombre, c'est la **multiplication répétée** de ce nombre avec lui-même.

$$\begin{array}{c} \text{exposant} \nearrow \\ 2^4 \\ \nwarrow \text{base} \end{array} = \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2}_{4 \text{ facteurs de } 2}$$



RÈGLES DE CALCUL

Je **multiplie** deux puissances qui ont la même base en **additionnant leurs exposants**.

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

Je **divise** deux puissances qui ont la même base en **soustrayant les exposants**.

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Une **puissance de puissance** ? Je multiplie les exposants !

$$(a^n)^m = a^{n \times m}$$

Si les puissances n'ont pas la même base mais le **même exposant**, on peut factoriser.

Exemple : $2^7 \times 5^7 = (2 \times 5)^7 = 10^7$

$$a^m \times b^m = (ab)^m$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

La même règle s'applique pour un quotient.

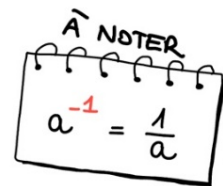


LA PUISSANCE NÉGATIVE, COMMENT ÇA MARCHE ?

Pour un nombre réel a non nul, et n un nombre entier, la **puissance négative**, c'est une **division répétée**.

Ainsi, a^{-n} c'est l'**inverse** de a^n .

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$



ATTENTION, ERREURS CLASSIQUES

✗ Je ne peux pas additionner les puissances en **additionnant leurs exposants**.

$$a^m + a^n \neq a^{m+n} \quad \text{et} \quad a^m + b^n \neq (a+b)^n$$

✗ Je ne peux pas « **descendre** » le signe de l'exposant.

$$6^{-2} \neq -6^2 \quad \times \quad 6^{-2} = \frac{1}{6^2} = \frac{1}{36} \quad \checkmark$$

Exercices

1. Entourer les intrus de chaque ensemble.

Group 1: $3,5 \times 10^4$, $35\,000$, $\frac{35}{10^{-3}}$, $0,035 \times 10^{-2}$

Group 2: $(-4)^3$, 4^3 , $\frac{-4^5 \times 4^6}{(4^2)^4}$, $\frac{4^{-8}}{(-4)^{-11}}$

Group 3: $(2 \times 3)^{-1}$, $\frac{6^{10}}{6^7 \times 6^4}$, 6 , $6^5 \times \frac{6^{-4}}{6^2}$

2. Simplifier les écritures suivantes, si possible. x et y sont des réels non nuls.

a) $5x^2 + x^2 - (2x)^2 =$

b) $(5x)^2 - 5x + 5y =$

c) $(2xy)^2 - 5x + 5y =$

d) $x^4 + 3x^2 + \frac{x^2}{2} - 2x(3x^2 \times x) =$

e) $(x^3y)^2 - y^2(x^4) =$

3. Simplifier les écritures suivantes, si possible. a et b sont des réels non nuls.

a. $a^{-1} \times (ab)^2 =$

b. $(a^2 \times ab)^3 =$

c. $(a^{-3} \times ab)^3 =$

d. $\frac{a^3 \times b^{-2}}{(ab^2)^{-1}} \times \left(\frac{b^{-1}}{a}\right)^2 =$

e. $\frac{a}{b^2} \times \frac{b^3}{a^{-1}} =$

Calculer les racines

La **racine carrée** de n , notée $\sqrt{n}$ est le nombre positif qui a pour carré n .

Exemple : $\sqrt{9}$ est le nombre positif qui a pour carré 9.
Donc $\sqrt{9} = 3$ car $3^2 = 3 \times 3 = 9$

Si a est un nombre réel alors $\sqrt{a^2} = |a|$

Exemple : $\sqrt{(-8)^2} = |-8| = 8$ ✓



CALCULER LES RACINES CARRÉES

Soit a et b deux réels positifs. Je peux **multiplier** deux racines en mettant **sous le même signe**.

Exemple : $\sqrt{50} \times \sqrt{3} = \sqrt{50 \times 3} = \sqrt{150}$ ✓

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

Je peux simplifier un **quotient**.

Exemple : $\sqrt{\frac{100}{4}} = \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{4}} = \frac{10}{2} = 5$ ✓

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Attention !

✗ Impossible de simplifier les additions de racines	✓ Je peux seulement effectuer l'addition à l'intérieur du signe
$\sqrt{2} + \sqrt{3} \neq \sqrt{2+3}$	$\sqrt{2+3} = \sqrt{5}$



METTRE SOUS FORME $a\sqrt{b}$

La forme préconisée pour les racines carrées est de type $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers, b étant le plus petit possible.

Exemple : $\sqrt{8} = \sqrt{2 \times 4} = \sqrt{2} \times \sqrt{4} = \sqrt{2} \times 2 = 2\sqrt{2}$ ✓

Exercices

1. Relier les expressions égales.

$$\sqrt{36}$$

$$5\sqrt{16}$$

$$\sqrt{50}$$

$$2\sqrt{18}$$

$$9$$

$$6\sqrt{2}$$

$$6$$

$$20$$

$$5\sqrt{2}$$

$$\sqrt{81}$$

2. Simplifier au maximum les expressions suivantes. a est un nombre réel positif non nul.

$$\frac{\sqrt{4a}}{\sqrt{3a^2}} =$$

$$\sqrt{81a^2} \times \sqrt{a} =$$

$$\sqrt{\frac{25a}{a^3}} =$$

$$\frac{\sqrt{144a^2}}{6a} \times \sqrt{a^4} =$$

3. Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$, où a est une fraction irréductible et b un entier naturel. 🌶️

$$\frac{\sqrt{105} \times \sqrt{51}}{3\sqrt{34}} =$$

$$\frac{3\sqrt{297} \times 2\sqrt{616}}{\sqrt{44} \times \sqrt{396}} =$$

$$\sqrt{\frac{98}{27}} \times \frac{3\sqrt{72}}{\sqrt{28}} =$$

Calculer les fractions



ADDITIONNER ET MULTIPLIER LES FRACTIONS

Pour **additionner** ou **soustraire**, il faut penser à trouver le **dénominateur commun**.

Si un dénominateur est un multiple de l'autre :

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} + \frac{1}{6} &= \frac{2 \times 2}{3 \times 2} + \frac{1}{6} && \textcircled{2} \text{ je multiplie par 2 pour obtenir 6 au dénominateur} \\ &= \frac{4}{6} + \frac{1}{6} && \textcircled{3} \text{ j'obtiens deux fractions de même dénominateur} \\ &= \frac{4+1}{6} = \frac{5}{6} \quad \checkmark \end{aligned}$$

$\textcircled{1}$ je remarque que 6 c'est 3×2

Sinon, j'utilise la méthode du "papillon".

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} + \frac{1}{6} &= \frac{2 \times 6 + 1 \times 3}{3 \times 6} \\ &= \frac{12 + 3}{18} = \frac{15}{18} \\ &= \frac{5 \times 3}{6 \times 3} = \frac{5}{6} \quad \checkmark \end{aligned}$$

Pour **multiplier** ou **diviser** :

Je multiplie les **numérateurs entre eux**, puis les **dénominateurs entre eux**.

$$\frac{3}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{15}{8}$$

Diviser par une fraction, c'est simplement **multiplier son inverse**.

$$\frac{3}{4} \div \frac{2}{7} = \frac{3}{4} \times \frac{7}{2} = \frac{3 \times 7}{4 \times 2} = \frac{21}{8}$$



DES FRACTIONS DE FRACTIONS, AU SECOURS

Pas de panique, il suffit de **transformer la grande barre de fraction en un signe de division**.

Diviser par une fraction, c'est multiplier son inverse. Et voilà !

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc} \quad \checkmark$$

multiplier l'inverse



BIEN PENSER AUX PRIORITÉS

Dans un calcul avec plusieurs opérations, **la multiplication et la division ont la priorité** sur l'addition et la soustraction.

$$\frac{5}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{5}{2} + \frac{2}{10} = \frac{25}{10} + \frac{2}{10} = \frac{27}{10} \quad \checkmark$$

priorité

Exercices

1. Relier les expressions égales.

$$\frac{x^2+1}{x}$$

$$x+1$$

$$x + \frac{1}{x}$$

$$2x+1$$

$$\frac{3x}{x+6}$$

$$\frac{x}{x+2}$$

$$3 + \frac{x}{2}$$

$$\frac{x}{\frac{x}{3}+2}$$

$$5 - \frac{x+1}{3-x}$$

$$\frac{-6x+14}{3-x}$$

$$\frac{16-6x}{3-x}$$

$$\frac{4x-16}{3-x}$$

2. Calculer en fournissant le résultat sous la forme d'une fraction simplifiée.

$$A = \frac{1}{3} + \frac{3}{4} \times \frac{2}{5} =$$

$$B = \frac{5}{4} - \frac{1}{4} \times \frac{5}{2} =$$

$$C = \frac{\frac{3}{4} - \frac{5}{3}}{\frac{3}{4} + \frac{5}{3}} =$$

$$D = \frac{\frac{2}{5} \times \frac{3}{4}}{\frac{2}{5} - \frac{3}{4}} =$$

3. Écrire les expressions suivantes sous forme d'un seul quotient.

$$A(x) = \frac{x+3}{x} - \frac{x+1}{x+2}$$

$$B(x) = \frac{1}{x} - \frac{1+x}{x} + 1$$

$$C(x) = x - 2 - \frac{x-4}{x+2}$$

Équations et inéquations



RÉSoudre UNE ÉQUATION PRODUIT NUL

L'équation produit $A \times B = 0$ est équivalente à $A = 0$ ou $B = 0$

Exemple : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2x(x - 1) = 0$

$$2x(x - 1) = 0 \Leftrightarrow 2x = 0 \text{ ou } (x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = 1 \quad \checkmark$$

On note l'ensemble des solutions $S = \{0; 1\}$.



RÉSoudre UNE ÉQUATION QUOTIENT

L'équation quotient $\frac{A}{B} = 0$ est équivalente à $A = 0$ et $B \neq 0$.

Exemple : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\frac{x-3}{2x+6} = 0$.

$$x - 3 = 0 \text{ et } 2x + 6 \neq 0$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \text{ et } x \neq -3$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \quad \checkmark$$

On note l'ensemble des solutions $S = \{3\}$.



INÉQUATION PRODUIT

On étudie le signe de **chacun des facteurs** que l'on rassemble dans un tableau puis on applique la **règle des signes**.

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $(x + 1)(2x - 5) < 0$.

1. J'étudie le signe de $(x + 1)$.
2. J'étudie le signe de $(2x - 5)$.
3. Je rassemble dans un tableau et j'applique la règle des signes.
4. J'obtiens l'ensemble des solutions.

x	-1
$x+1$	- 0 +

x	$\frac{5}{2}$
$2x-5$	- 0 +

x	-1	$\frac{5}{2}$
$x+1$	- 0 +	+
$2x-5$	-	- 0 +
$(x+1)(2x-5)$	+ 0 -	0 +

$$S =]-1; \frac{5}{2}[$$

Exercices

1. Entourer la (ou les) réponse(s) exacte(s).

• $2x(5-2x)=0$ a pour solution

$\{2; \frac{5}{2}\}$ $\{0; \frac{5}{2}\}$ $\{0; \frac{2}{5}\}$

• $(3x-4)(x+5)=0$ a pour solution

$\{\frac{4}{3}; -5\}$ $\{-\frac{4}{3}; -5\}$ $\{\frac{3}{4}; -5\}$

• $\frac{3x+6}{x-7}=0$

existe si $x \neq 7$

a pour solutions
-2 et 7

a pour solution
-2

• $\frac{x-4}{x^2-1}=0$

existe si $x \neq -1$
et $x \neq 1$

a pour solutions
4; -1 et 1

a pour solution
4

2. Résoudre les équations quotient suivantes.

$$\frac{x-3}{x+4}=0 \Leftrightarrow$$

$$\frac{x-3}{2x+5}=1 \Leftrightarrow$$

$$\frac{1-3x}{x+2}=0 \Leftrightarrow$$

$$\frac{2}{3x+4} + \frac{1}{x-1}=0 \Leftrightarrow$$

3. Compléter les tableaux de signes puis résoudre les inéquations.

$$(2x+1)(x-3) < 0$$

$$(x-5)(3x+1) \geq 0$$

Calcul littéral



DÉVELOPPER UNE EXPRESSION

Pour **développer une expression** dans un calcul littéral, on utilise la **distributivité** de la multiplication sur l'addition.

$$k(a + b) = ka + kb$$

On parle de double-distributivité dans le cas suivant :

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$



FACTORISER UNE EXPRESSION

Pour **factoriser une expression** dans un calcul littéral.

$$3x + 12x^2 = ?$$

1. J'**identifie** le facteur commun.
2. J'**isole** le facteur commun et fais apparaître les parenthèses.
3. Je **remplis la parenthèse** avec la somme de telle sorte à retrouver chaque terme initial.

$$3x \times 1 + 3x \times 4x$$

$$3x (\quad + \quad)$$

$$3x (1 + 4x) \quad \checkmark$$



IDENTITÉS REMARQUABLES

$$\begin{aligned} (a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ (a-b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \\ (a-b)(a+b) &= a^2 - b^2 \end{aligned}$$

Dans le sens $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, on dit qu'on **développe**.

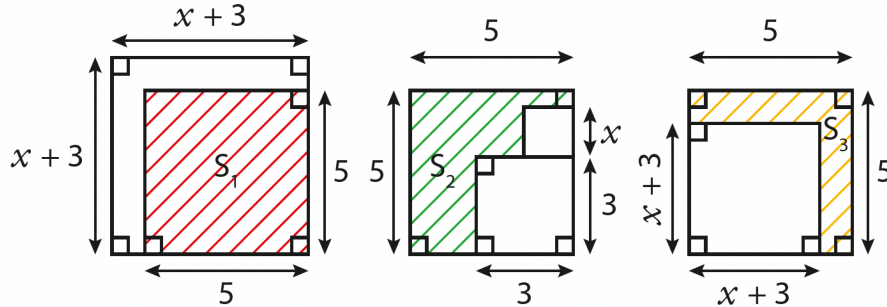
Dans le sens $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ on dit qu'on **factorise**.

Exemple :

$(a+3)^2 \neq a^2 + 9$	$(a+3)^2 = a^2 + 6a + 9$
------------------------	--------------------------

Exercices

1. Laquelle de ces surfaces hachurées a pour aire $25 - (x + 3)^2$?



2. Développer et simplifier les expressions suivantes.

$$A = (x + 1)(x - 3) - 5(x - 2) =$$

$$B = (3x - 5)^2 =$$

$$C = (10x - 7)(10x + 7) =$$

$$D = (8x + 5)^2 =$$

$$E = (6x - 2)^2 - (2x + 5)^2 =$$

3. Factoriser les expressions suivantes

$$A = 14x - 35 =$$

$$B = 20a + 10 =$$

$$C = 12x^2 + 6x =$$

$$D = 2(x - 2) + x(x - 2) =$$

$$E = (2x - 1)(x + 3) - 2x + 1 =$$

4. Relier chaque expression à sa forme factorisée.

$$(-2x+1)(2x+1) + (-2x+1)(x+4) \bullet$$

$$x^2 - 4x + 4 \bullet$$

$$36x^2 + 36x + 9 \bullet$$

$$4x^2 - 4x + 1 \bullet$$

$$25x^2 - 64 \bullet$$

$$\bullet (-2x+1)^2$$

$$\bullet (x-2)^2$$

$$\bullet (5x+8)(5x-8)$$

$$\bullet (6x+3)^2$$

$$\bullet (3x+5)(-2x+1)$$

Polynôme de second degré



DÉFINITION

On appelle **fonction polynôme** de second degré toute fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

coefficient du terme du plus haut degré (pointing to a)
coefficient du terme de degré 1 (pointing to b)
coefficient constant (pointing to c)

Polynôme de second degré ou non ?

$f(x) = 2x^2 + 3\sqrt{x} + 2$	$f(x) = \sqrt{2}x^2 + 3x + 2$	$f(x) = x^3 + 3x^2 + x$	$f(x) = 5x^2 - 1$
✗ Non car il y a un terme en $\sqrt{x}$	✓ Oui car tous les coefficients sont réels. Ici $a = \sqrt{2}$.	✗ Non car il y a un terme en x^3	✓ Oui car tous les coefficients sont réels. Ici $b = 0$.



FORME CANONIQUE

Toute fonction polynôme du second degré définie par $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$, peut s'écrire sous forme canonique :

$$f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta \quad \text{où} \quad \alpha = -\frac{b}{2a} \quad \text{et} \quad \beta = f(\alpha)$$



Méthode : Comment mettre sous forme canonique ?

Mettre sous forme canonique $x^2 + 10x + 7$

- On reconnaît dans $x^2 + 10x$ **le début d'une identité remarquable**.
- Pour faire apparaître l'expression complète, on **introduit le terme** $+5^2 - 5^2$ (on peut car il vaut 0)
- Dans la dernière étape, on a regroupé les trois premiers termes dont la somme s'écrit sous **forme factorisée** $(x + 5)^2$
- On ajoute les deux derniers termes entre eux.

$$x^2 + 10x = x^2 + \underset{a}{2} \times \underset{b}{x} \times 5$$

$$\begin{aligned}
 x^2 + 10x + 7 &= x^2 + 2 \times x \times 5 + 5^2 - 5^2 + 7 \\
 &\quad \text{on fait apparaître } b^2 \\
 &= (x^2 + 2 \times x \times 5 + 5^2) - (25 + 7) \\
 &\quad \text{identité remarquable} \\
 x^2 + 10x + 7 &= (x + 5)^2 - 18 \\
 &\quad \text{je regroupe les 2 derniers termes}
 \end{aligned}$$

Exercices

1. Indiquer si les fonctions sont des polynômes de degré 2 ou non. Si oui, donner les valeurs de a , b et c .

	oui/non	Coefficients		
		a	b	c
a. $f(x) = 3x^2 + x - 1$				
b. $f(x) = x^3 - x^2 + 3$				
c. $f(x) = \pi x^2 - (1+\pi)x + \pi$				
d. $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}$				
e. $f(x) = x^2 + \frac{1}{x} - 3$				

2. Déterminer la forme canonique des fonctions suivantes.

a. $f(x) = x^2 + 4x + 9$

b. $f(x) = x^2 - 6x$

c. $f(x) = x^2 + 3x + 1$

d. $f(x) = x^2 - 6x - 16$

Équation du second degré



DISCRIMINANT

On appelle **discriminant** de la fonction $f: x \mapsto ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$ le réel

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

La forme canonique de f s'écrit alors :
 $f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a}$

À quoi sert le discriminant ?

À connaître le nombre de solutions de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$.

Graphiquement, résoudre $ax^2 + bx + c = 0$, c'est chercher les intersections de la courbe qui représente f et l'axe horizontal.

Si $\Delta < 0$

L'équation n'a pas de solution réelle.



Si $\Delta = 0$

L'équation a une seule solution

$$x_0 = -\frac{b}{2a}$$

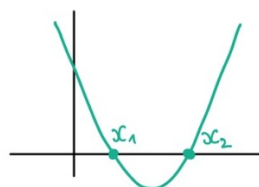


Si $\Delta > 0$

L'équation a deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$



RACINES ET FACTORISATION

x_1 et x_2 sont appelées les racines de $f: x \mapsto ax^2 + bx + c$. La fonction peut alors se factoriser selon la valeur de Δ .

- Si $\Delta < 0$, $f(x)$ ne s'écrit pas comme un produit de polynômes de degré 1.
- Si $\Delta = 0$, alors $f(x) = a(x - x_0)^2$.
- Si $\Delta > 0$, alors $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.

Somme et produit des racines

$$\text{Somme} = -\frac{b}{a}$$

$$\text{Produit} = \frac{c}{a}$$

Exercices

1. Relie chaque fonction au produit et à la somme de ses racines.

SOMME

$\frac{1}{6}$

•

$f(x) = 3x^2 - 6x + 1$

•

6

•

$g(x) = 6x^2 - 1 + 3$

•

2

•

$h(x) = x^2 - 6x + 3$

•

3

•

$k(x) = -x^2 + 3x - 6$

•

PRODUIT

6

•

3

•

$\frac{1}{3}$

•

$\frac{1}{2}$

•

2. Résoudre les équations suivantes.

$$2x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$3x + 3x^2 = -1$$

$$8x^2 - 4x + 2 = \frac{3}{2}$$

$$-2(x - 1)^2 - 3 = 0$$

$$(x + 2)(3 - 2x) = 0$$

Inéquations de second degré

Méthode pour résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation :

$$2x^2 - 5x + 17 \gg x^2 + 6x - 13$$

Étape 1. Se ramener à un second membre nul.

$$2x^2 - 5x + 17 \gg x^2 + 6x - 13 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 - 11x + 30 \geq 0$$

Étape 2. Déterminer les racines de la fonction polynôme ainsi obtenue.

$$\Delta = 11^2 - 4 \times 1 \times 30 = 1 > 0$$

La fonction polynôme admet deux racines :

$$x_1 = \frac{11-1}{2} = 5 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{11+1}{2} = 6$$

Étape 3. Dresser le tableau de signes de cette fonction.

Comme $a = 1 > 0$, $x^2 - 11x + 30$ est positif à l'extérieur des racines :

x	$-\infty$	5	6	$+\infty$	
$x^2 - 11x + 30$	+	0	-	0	+

↑↑

Étape 4. Conclure en revenant à l'inéquation de l'énoncé.

$$2x^2 - 5x + 17 \gg x^2 + 6x - 13 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 - 11x + 30 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x \in]-\infty; 5] \cup [6; +\infty[$$

Attention, il faut bien penser à :

1. placer les racines dans **l'ordre croissant** dans le tableau et
2. bien vérifier si les crochets de l'ensemble des solutions sont **ouverts ou fermés**, selon que l'inégalité demandée est stricte ou non.

Exercices

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes.

a. $3x^2 > 2x + 1$

b. $x^2 \leq 6x - 1$

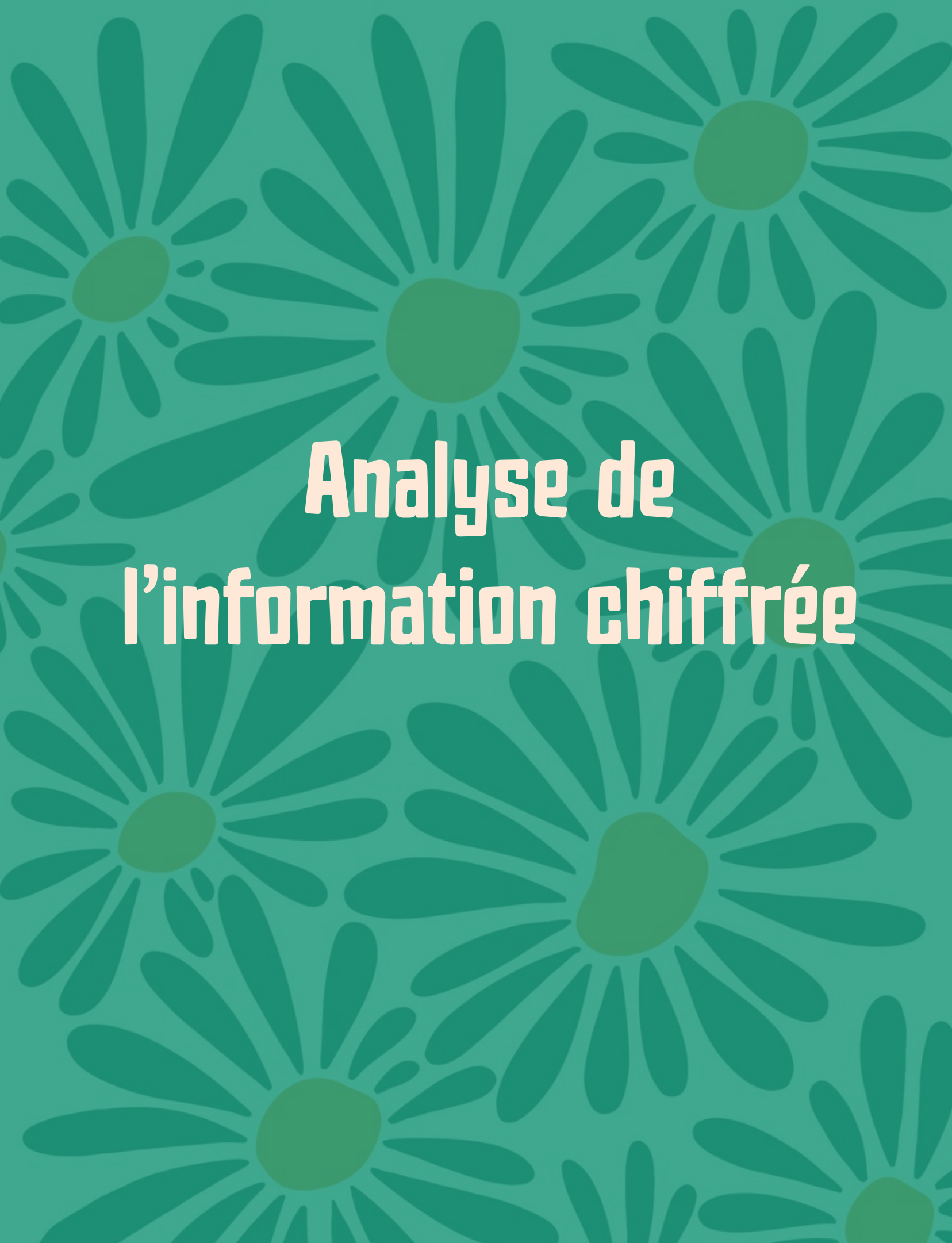
c. $\frac{2x^2 - 12x + 19}{x - 2} \leq 0$

d. $\frac{1}{x} > \frac{x}{x+2}$

Notes personnelles

mes réussites

points à travailler

The background is a solid teal color with a repeating pattern of stylized daisies. Each daisy has a dark green circular center and numerous elongated, pointed petals radiating outwards in a lighter shade of teal. The pattern is dense and covers the entire page.

Analyse de l'information chiffrée

Tableau croisé d'effectifs



DÉFINITION

Un tableau croisé d'effectifs est un tableau à **double entrée** qui permet de dénombrer les liens entre deux caractères.

Exemple : Des élèves sont interrogés sur leur boisson préférée et le moment de la journée où ils la consomment. Les résultats sont donnés dans le tableau ci-contre.

✂ **Méthode : Lire le tableau.** Combien d'élèves boivent du soda le soir ?

- On repère **la ligne** correspondant au moment (*Soir*),
- puis **la colonne** correspondant à la boisson (*Soda*),
- le nombre à l'intersection donne l'effectif recherché.

👉 Ici : **2 élèves** ✓

	Eau	Jus	Soda	Total
Matin	2	1	0	3
Midi	1	2	1	4
Soir	0	1	2	3
Total	3	4	3	10



MÉTHODE : DRESSER UN TABLEAU CROISÉ D'EFFECTIFS

On a interrogé 10 élèves de Première sur leur **sport principal pratiqué** et le **moment** où ils s'entraînent le plus souvent. Les réponses sont regroupées dans le tableau suivant.

Trier ces données dans un tableau croisé d'effectifs.

Étape 1 : J'identifie les deux variables

- Variable 1 : le **sport** (Football, Tennis, Natation)
- Variable 2 : le **moment d'entraînement** (Matin, Après-midi, Soir)

👉 Une variable correspond aux **lignes**, l'autre aux **colonnes**.

Étape 2 : Je compte les effectifs

- Pour chaque élève, je repère le **sport** et le **moment**
- J'ajoute **1** dans la case correspondante du tableau

👉 Je remplis le tableau **case par case**

Élève	Sport	Moment d'entraînement
Élève 1	Football	Soir
Élève 2	Tennis	Soir
Élève 3	Football	Après-midi
Élève 4	Natation	Matin
Élève 5	Tennis	Soir
Élève 6	Natation	Matin
Élève 7	Football	Soir
Élève 8	Natation	Après-midi
Élève 9	Tennis	Après-midi
Élève 10	Football	Matin

Étape 3 : Je calcule les totaux

- J'additionne chaque **ligne** → totaux par moment
- J'additionne chaque **colonne** → totaux par sport
- Je vérifie que le total final correspond bien au **nombre d'élèves interrogés**

	Football	Tennis	Natation	Total
Matin	1	0	2	3
Après-midi	1	1	1	3
Soir	2	2	0	4
Total	4	3	3	10

Exercices

1. Dresser un tableau croisé d'effectifs.

Les données ci-dessous sont extraites d'un sondage réalisé auprès de 30 élèves de Première concernant

- la durée quotidienne passée sur les écrans (en minutes)
- le type d'écran principalement utilisé : Téléphone (T) ; Ordinateur (O) ; Tablette (Ta).

Trier ces données dans le tableau croisé d'effectifs ci-dessous.

Écran	Durée	Écran	Durée	Écran	Durée
T	42	O	65	Ta	18
T	25	O	38	T	55
Ta	12	O	72	T	30
O	48	Ta	22	T	15
O	60	T	28	Ta	35
O	41	T	10	O	80
Ta	27	T	50	T	20
O	33	Ta	14	O	58
T	45	Ta	40	O	29
T	18	O	66	T	32

Durée (en min)	Téléphone (T)	Ordinateur (O)	Tablette (Ta)	Total
[0 ; 30[				
[30 ; 60[				
[60 ; 90[				
Total				

2. Qui mange quoi ?

Cinq élèves achètent un sandwich à la cantine. Les choix ont été regroupés dans le tableau croisé ci-dessous. On sait que :

	Pain blanc	Pain complet
Jambon	2	1
Fromage	1	1

- Léa est végétarienne.
- Tom n'aime pas le fromage.
- Nina n'aime ni le jambon ni le pain blanc.
- Parmi Tom, Lucas et Emma, un seul prend du pain complet, et c'est Emma.

Donner la composition du sandwich de chaque élève.

Léa :

Tom :

Nina :

Lucas :

Emma :

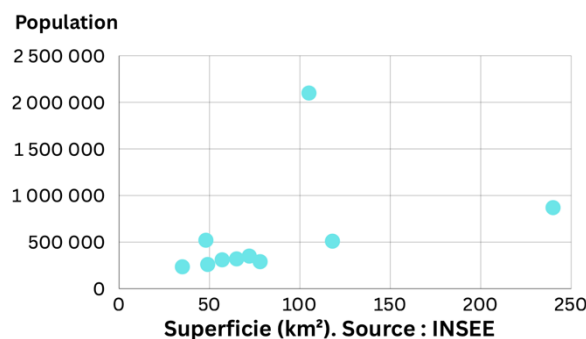
Nuage de points

🖋 DÉFINITION

Dans un **nuage de points**, chaque individu de la population est représenté par un point et deux caractères sont utilisés pour l'abscisse et l'ordonnée de chaque point.

Remarque : Un nuage de points permet de visualiser graphiquement **le lien entre les deux caractères**.

Le nuage de points ci-contre représente la population et la superficie des villes françaises.



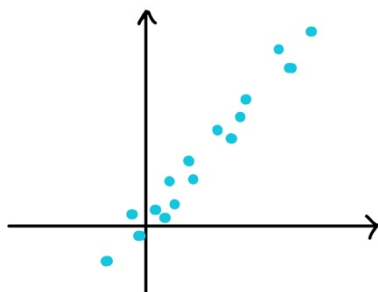
🖋 CORRÉLATION

On dit qu'il y a **corrélation** entre deux caractères s'il existe une liaison entre eux.

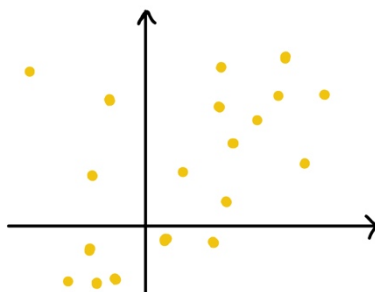
📌 Comment savoir s'il y a corrélation linéaire ?

On regarde le nuage de points. S'il forme un ensemble **globalement aligné**, alors on peut émettre l'hypothèse sérieuse qu'il y a corrélation linéaire.

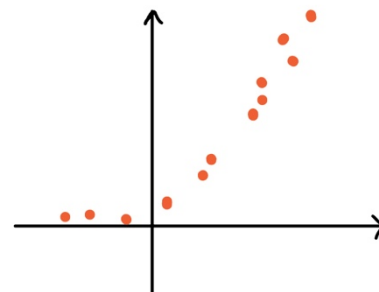
corrélation linéaire



non corrélé



corrélation non linéaire



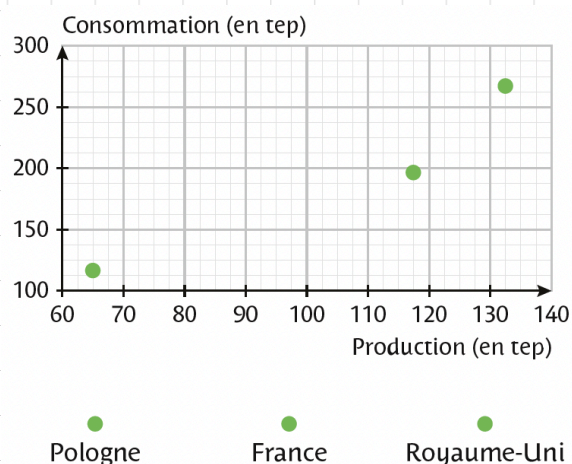
⚠ **Attention ! Corrélation** ne signifie pas relation de **cause à effet**. L'exemple le plus célèbre est celui de la consommation de glaces et de coups de soleil. ☀ Il y a corrélation entre les deux puisqu'ils augmentent tous deux en présence de très beau temps, mais il n'y a pas de lien de causalité (la glace ne provoque pas de coup de soleil...).

Exercices

1. Relier les points du nuage.

On donne la production et la consommation d'énergie en tonnes équivalent pétrole (tep) de trois pays. Relier chaque point du nuage au pays qu'il représente.

	Production	Consommation
France	132,2	256
Pologne	64	105,1
Royaume-Uni	118,1	185,5

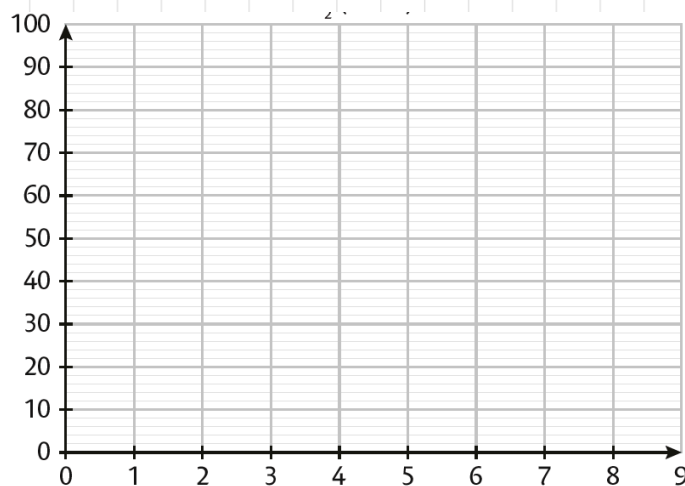


2. Construire un nuage de points.

On teste un **smartphone** en le chargeant à différentes **puissances** et on mesure le **pourcentage de batterie récupéré en 10 minutes**.

Puissance de charge (en W)	2	5	6	7	8
Batterie gagnée (en %)	10	40	60	80	90

- **Construire le nuage de points** associé à ce tableau (abscisse = puissance, ordonnée = % de batterie).
- On considère que la charge est **très efficace** à partir de **94 %**. **Estimer la puissance correspondante.**



3. Déterminer dans les situations suivantes s'il y a corrélation linéaire ou non.

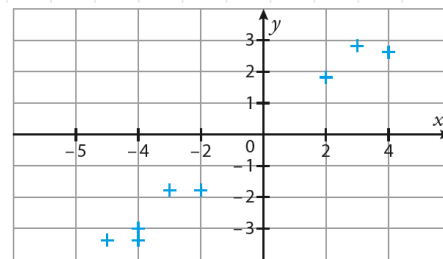
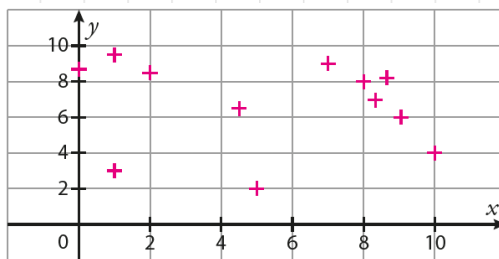
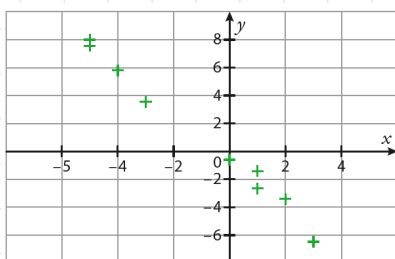
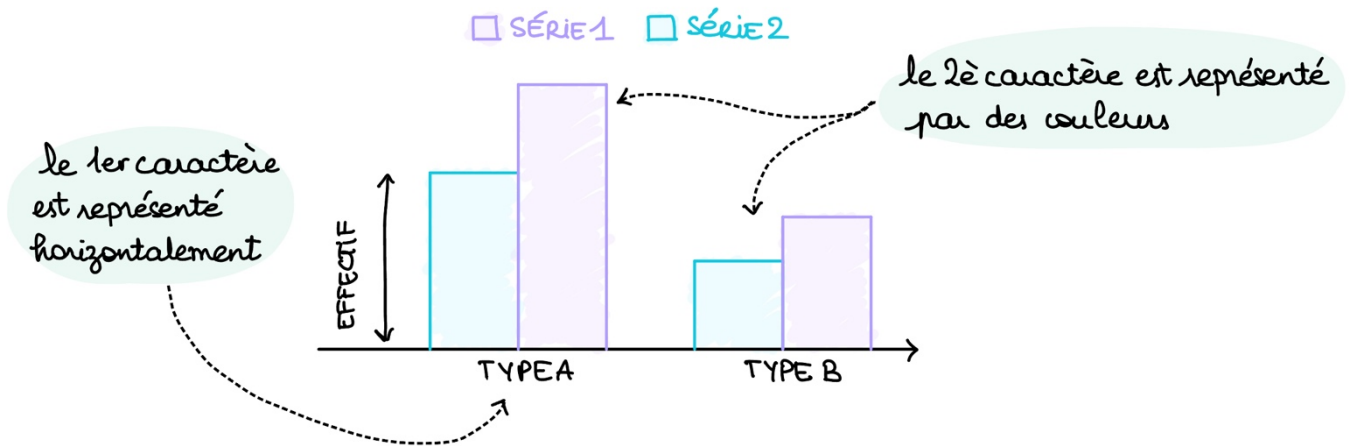


Diagramme en barres



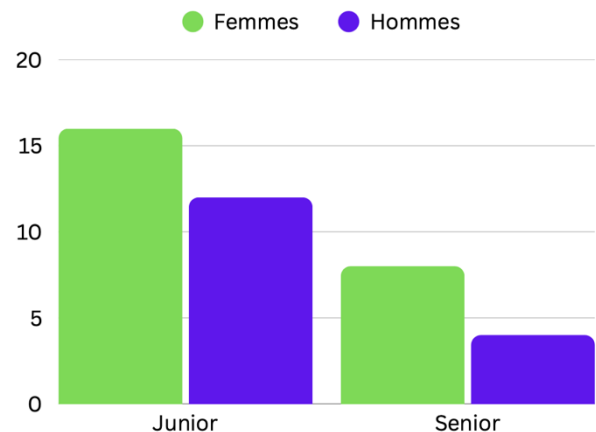
DÉFINITION

Il s'agit d'une représentation graphique concernant des tableaux croisés d'effectifs. Elle est constituée de **barres**.



Exemple :

	Junior (J)	Senior (S)	Total
Femmes (F)	16	8	24
Hommes (H)	12	4	16
Total	28	12	40



✚ **Dans un tableur** : pour obtenir ce diagramme en barres, on sélectionne la plage de données de la feuille de calcul, puis on sélectionne Insertion > Histogramme 2D (ou 3D).

Exercices

1. Cocher la bonne réponse.

Des élèves ont été sondés sur leur temps de trajet pour venir au lycée. Les données ont été représentées par un diagramme en barres.

a. Le nombre total d'élèves dont le temps de trajet est entre 0 et 15 min est :

- ☐ 6 ☐ 9 ☐ 15

b. Le temps de trajet le plus fréquent chez les garçons est :

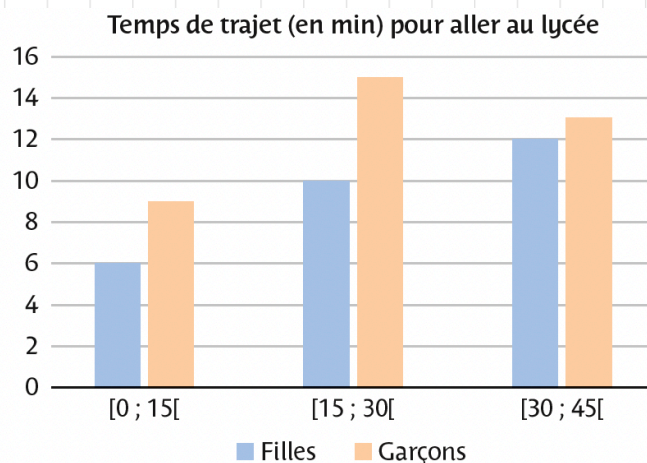
- ☐ [0 ; 15[☐ [15 ; 30[☐ [30 ; 45[

c. La différence entre le nombre de garçons et de filles est **la plus grande** pour le temps de trajet :

- ☐ [0 ; 15[☐ [15 ; 30[☐ [30 ; 45[

d. Parmi les élèves dont le temps de trajet est **entre 30 et 45 min**, on compte :

- ☐ autant de filles que de garçons
☐ plus de filles que de garçons
☐ plus de garçons que de filles



2. Construire un diagramme en barres

Le tableau suivant donne l'âge moyen des époux lors du mariage en France.

a. Construire le diagramme en barres permettant de comparer, pour chaque année, l'âge moyen des femmes et des hommes qui se sont mariés.

b. En supposant l'évolution régulière, estimer les âges moyens lors du mariage en 2025.

	Femme	Homme
2020	36,7	39,3
2015	35,1	37,7
2010	33,8	36,5
2005	32,6	35,3
2000	31	33,6
1995	29,2	31,8

(Source : INSEE)

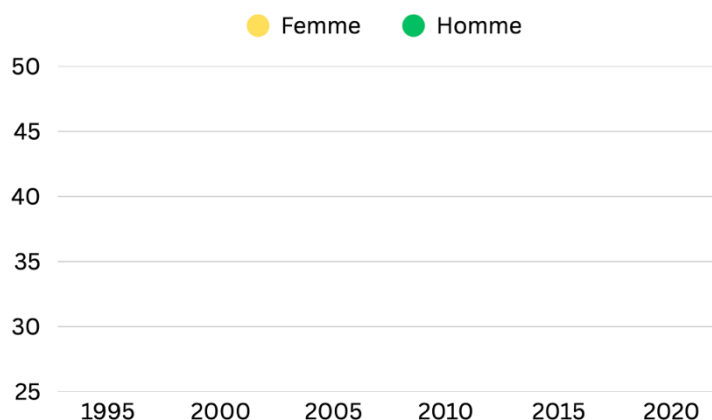
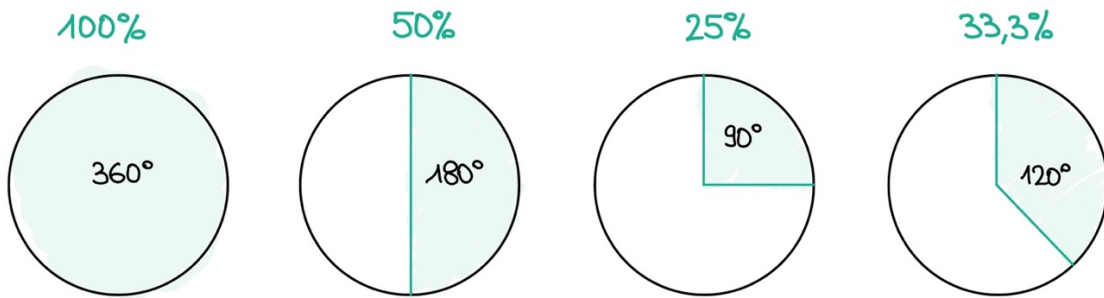


Diagramme circulaire



DÉFINITION

Il s'agit d'une représentation graphique concernant des tableaux croisés d'effectifs. Elle est constituée de **secteurs circulaires** dont l'angle est proportionnel à l'effectif associé aux deux caractères.



Exemple :

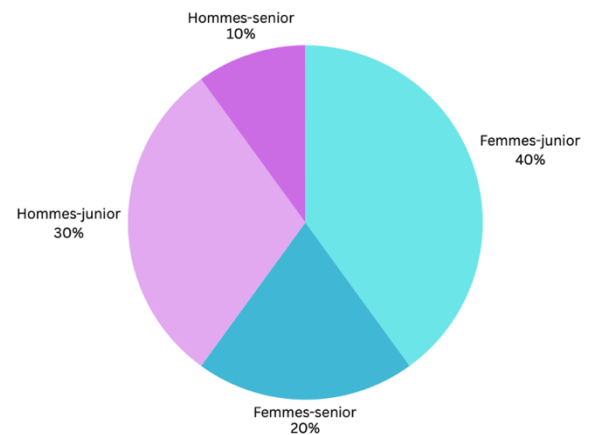
	Junior (J)	Senior (S)	Total
Femmes (F)	16	8	24
Hommes (H)	12	4	16
Total	28	12	40

👉 Ici, pour obtenir le pourcentage de chaque secteur, je divise l'effectif de chaque sous-catégorie par le total.

Ainsi, pour les Femmes Junior : $\frac{16}{40} = 0,4$. On obtient 40%. ✅

Il ne faut pas diviser par le sous-total! ❌

📌 **Dans un tableur** : pour obtenir ce diagramme circulaire, on sélectionne la plage de données de la feuille de calcul, puis on sélectionne Insertion > Secteur 2D (ou 3D).

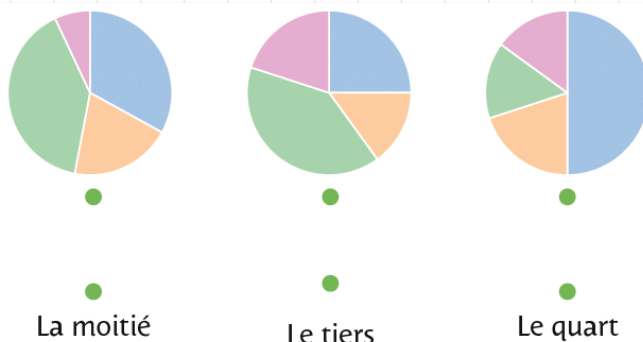


Exercices

1. Relier chaque pourcentage à l'angle correspondant dans un diagramme circulaire.



2. Relier chaque graphique à la proportion correspondant au secteur bleu.

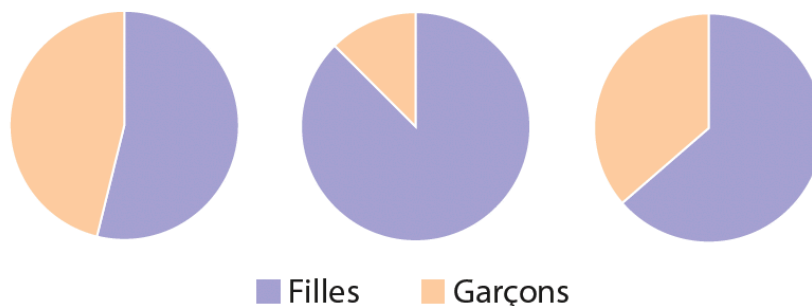


3. Part des filles dans une classe.

Compléter le tableau suivant en simplifiant les proportions de filles pour chaque classe.

	1 ^{re} A	1 ^{re} B	1 ^{re} C
Proportion de filles	$\frac{28}{32} =$	$\frac{14}{26} =$	$\frac{21}{33} =$

Associer les classes de 1^{re} A, 1^{re} B et 1^{re} C du tableau aux diagrammes circulaires qui les représentent.



Notes personnelles

mes réussites

points à travailler



Phénomènes aléatoires

Calculer une probabilité

La **probabilité** d'un événement est un nombre compris entre 0 et 1 et qui exprime la **chance** qu'a un événement de se produire.

Vocabulaire

- Un événement dont la probabilité est **0** est un événement **impossible**.
- Un événement dont la probabilité est égale à **1** est un événement **certain**.
- Lorsque chaque issue a autant de chance de se produire, on dit qu'il y a **équiprobabilité**.

Équiprobabilité	Somme
$P(A) = \frac{\text{nombre d'issues favorables à } A}{\text{nombre d'issues total}}$	La somme des probabilités de toutes les issues est égale à 1 .



ÉVÉNEMENT CONTRAIRE

La probabilité d'un événement contraire est $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$



INTERSECTION

Calculer la probabilité d'une intersection

On lance un dé à six faces et on considère les événements suivants :

A : « Obtenir un multiple de 2 » et **B** : « Obtenir un nombre inférieur ou égal à 4 ».

$A \cap B$: « Obtenir un multiple de 2 inférieur ou égal à 4. » donc $A \cap B = \{2; 4\}$.

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}; \quad P(B) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \quad \text{donc} \quad P(A \cap B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$



RÉUNION

Théorème :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

En reprenant l'exemple précédent, on obtient : $A \cup B$: « Obtenir un multiple de 2 ou inférieur ou égal à 4. ».

$$P(A \cup B) = \frac{3}{6} + \frac{4}{6} - \frac{2}{6} = \frac{5}{6} \quad \checkmark$$

Exercices

1. Cocher la bonne réponse.

Soit la loi de probabilité ci-contre. Soit les événements **A** : « On obtient une voyelle » et **B** : « On obtient a, b ou c ».

Issue	a	b	c	d	e
Probabilité	0,1	0,2	0,25	0,3	0,15

- a. $p(A)$ est égale à ☐ 0,1 ☐ 0,05 ☐ 1 ☐ 0,25
- b. $p(B \cap A)$ est égale à ☐ 0,45 ☐ 0,55 ☐ 0,1 ☐ 0,7
- c. $p(\bar{A})$ est égale à ☐ 0,9 ☐ 0,95 ☐ 0,75 ☐ 0,85

2. Compléter les égalités.

a. Si $p(A) = 0,8$, $p(B) = 0,5$ et $p(A \cap B) = 0,3$ alors $p(A \cup B) =$

b. Si $p(A) = 0,8$, $p(B) = 0,3$ et $p(A \cap B) = 0,5$ alors $p(A \cup B) =$

c. Si $p(A) = 0,8$, $p(B) = 0,4$ et $p(A \cap B) = 0,7$ alors $p(A \cup B) =$

3. Calculer les probabilités suivantes.

Soit E un exemple d'issues possibles à l'occasion d'une expérience aléatoire : $E = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Les sept événements élémentaires sont équiprobables. On considère les événements $A = \{2; 3; 4\}$; $B = \{3; 4; 5; 7\}$ et $C = \{1; 5\}$

$$p(A) =$$

$$p(B) =$$

$$p(C) =$$

$$p(A \cap B) =$$

$$p(A \cup C) =$$

$$p(\bar{A}) =$$

$$p(\bar{B}) =$$

$$p(A \cup B) =$$

Fréquences

Dans une population **E**, on s'intéresse à deux caractères **A** et **B** simultanément.

	A	$\bar{A}$	Total
B	10	10	20
$\bar{B}$	5	35	40
Total	15	45	60

📌 DÉFINITION DE LA FRÉQUENCE

La **fréquence** d'un caractère dans une population est l'effectif de la **sous-population** vérifiant ce caractère divisé par l'effectif total de la population.

$$\text{fréquence} = \frac{\text{effectif}}{\text{effectif total}}$$

La fréquence peut s'exprimer en fraction, en pourcentage, ou sous forme décimale.

$\frac{3}{10}$ ✓ 30% ✓ 0,3 ✓

La fréquence est comprise entre 0 et 1 (ou 0% et 100%)

$0 < \text{fréquence} < 1$ $0\% < \text{fréquence} < 100\%$

📌 FRÉQUENCE MARGINALE

Une **fréquence marginale** est une fréquence dans la **population totale**.

Exemple :

- la **fréquence marginale de A** dans la population **totale** est $\frac{15}{60}$.
- la **fréquence des individus vérifiant à la fois les caractères A et B ($A \cap B$)** est $\frac{10}{60}$.

	A	$\bar{A}$	Total
B	10	10	20
$\bar{B}$	5	35	40
Total	15	45	60

↗ effectif de $A \cap B$

↘ effectif de A

📌 FRÉQUENCE CONDITIONNELLE

Une **fréquence conditionnelle** est une fréquence dans une **sous-population**. La fréquence conditionnelle de **A dans B** correspond à la fréquence du caractère A dans la sous-population vérifiant le caractère B.

Exemple :

La fréquence conditionnelle de A dans la **sous-population** vérifiant le caractère **B** est $\frac{10}{20}$ car, parmi les **20** individus vérifiant B, **10** vérifie également A.

	A	$\bar{A}$	Total
B	10	10	20
$\bar{B}$	5	35	40
Total	15	45	60

↗ effectif de $A \cap B$

Exercices

1. Choisir la bonne réponse.

- a. Une fréquence **marginale** est toujours calculée par rapport à **l'effectif total** de la population.
☐ Vrai ☐ Faux
- b. Pour calculer une fréquence **conditionnelle** de A sachant B , on divise l'effectif de $A \cap B$ par l'effectif total de la population.
☐ Vrai ☐ Faux
- c. Si on calcule une fréquence « parmi les individus vérifiant B », alors on calcule forcément une **fréquence marginale**.
☐ Vrai ☐ Faux
- d. Une fréquence conditionnelle peut être **plus grande** qu'une fréquence marginale.
☐ Vrai ☐ Faux

2. Calculer les fréquences suivantes.

Voici la répartition des 180 t-shirts d'un magasin selon la taille et la couleur.

	S	M	L	XL	Total
Rouge	18	27	35	10	90
Bleu	22	31	29	8	90
Total	40	58	64	18	180

- a. Donner la fréquence de t-shirts rouges dans le magasin.
- b. Parmi les t-shirts de taille L, quelle est la fréquence de t-shirts bleus ?
- c. Parmi les t-shirts bleus, quelle est la fréquence de ceux de taille M ?

3. Calculer les fréquences suivantes.

Voici la répartition des clubs sportifs d'une ville selon le sport pratiqué et le lieu d'entraînement. On donnera les résultats sous forme décimale arrondie au centième.

	Gymnase	Stade	Piscine	Total
Football	120	280	0	400
Basket	210	40	0	250
Natation	0	0	150	150
Total	330	320	150	800

- a. Calculer la **fréquence des clubs de basket** parmi l'ensemble des clubs.
- b. Calculer la **fréquence des clubs de football qui s'entraînent au stade**.
- c. Quelle est la **fréquence du basket parmi les clubs qui s'entraînent en gymnase** ?
- d. À quoi correspond le calcul $\frac{150}{800} \approx 0,19$ par rapport aux données du tableau ?

Tableau d'effectifs

Lors d'une enquête, **200 élèves** sont interrogés sur leur **moyen de transport** pour venir au lycée.

- 40 % viennent en **bus**, les autres à **vélo**.
- Parmi les élèves venant en bus, **25 %** habitent à moins de 3 km.
- Parmi ceux venant à vélo, **70 %** habitent à moins de 3 km.

Compléter le tableau d'effectifs.

MÉTHODE

Étape 1 – Partir de l'effectif total

On commence par compléter l'effectif total d'élèves : 200.

	< 3km	≥ 3km	TOTAL
BUS			
VÉLO			
TOTAL			200

Étape 2 – Calculer les effectifs par catégorie principale

On calcule les sous-totaux Bus et Vélo.

- 40 % viennent en bus : $0,40 \times 200 = 80$ élèves
- Les autres viennent à vélo : $200 - 80 = 120$ élèves

	< 3km	≥ 3km	TOTAL
BUS			80
VÉLO			120
TOTAL			200

Étape 3 – Travailler “à l'intérieur” de chaque catégorie

Les pourcentages donnés ensuite s'appliquent uniquement au groupe concerné.

- Parmi les élèves venant en bus, 25 % habitent à moins de 3 km :

$$0,25 \times 80 = 20$$

- Parmi les élèves venant à vélo, 70 % habitent à moins de 3 km :

$$0,70 \times 120 = 84$$

	< 3km	≥ 3km	TOTAL
BUS	20		80
VÉLO		84	120
TOTAL			200

Étape 4 – Compléter par soustraction

Quand une case est trouvée, on complète l'autre ligne par différence.

- Bus et 3 km ou plus : $80 - 20 = 60$
- Vélo et 3 km ou plus : $120 - 84 = 36$

	< 3km	≥ 3km	TOTAL
BUS	20	60	80
VÉLO	36	84	120
TOTAL			200

Étape 5 – Vérifier les totaux

On vérifie que :

- chaque colonne est correcte,
- chaque ligne est correcte,
- le total final est bien 200.

	< 3km	≥ 3km	TOTAL
BUS	20	60	80
VÉLO	36	84	120
TOTAL	56	144	200

👉 Si tout colle, le tableau est juste. ✓

Exercices

1. Compléter le tableau croisé d'effectifs.

On interroge **360 spectateurs** sur leur préférence de film et leur horaire de séance.

- **40 %** des spectateurs préfèrent les séances du soir.
- Parmi eux, **un quart** préfèrent les **films d'action**.
- **Un tiers** des spectateurs préfèrent les **films d'action**, les autres préfèrent les **films de comédie**.

On souhaite regrouper ces informations dans le tableau suivant.

	Action	Comédie	Total
Séance du soir			
Séance de l'après-midi			
Total			360

2. Compléter le tableau croisé d'effectifs.

Une boîte contient **72 cartes** numérotées de **1 à 72**.

- **Un tiers** des cartes multiples de 3 sont **rouges**.
- **Les trois quarts** des cartes **non multiples de 3** sont **vertes**.

	Multiple de 3	Non multiple de 3	Total
Rouge			
Verte			
Total	24	48	72

3. Compléter le tableau d'effectifs.

On interroge **150 voyageurs** sur leur **boisson préférée** et le **moment de consommation**.

- $\frac{2}{5}$ des voyageurs préfèrent le **café**.
- $\frac{1}{3}$ des voyageurs consomment leur boisson **le matin**, les autres **l'après-midi**.
- Parmi les voyageurs qui boivent **le matin**, **20** préfèrent le **thé**.

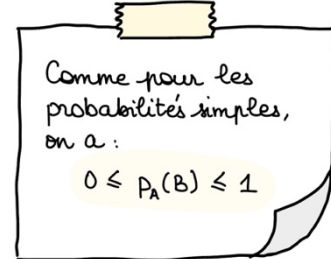
	Café	Thé	Total
Matin	...	...	...
Après-midi	...	...	...
Total	...	...	150

Probabilités conditionnelles



DÉFINITION

On appelle **probabilité conditionnelle de B sachant A**, la probabilité que l'événement B se réalise sachant que l'événement A est réalisé. On la note : $P_A(B)$.



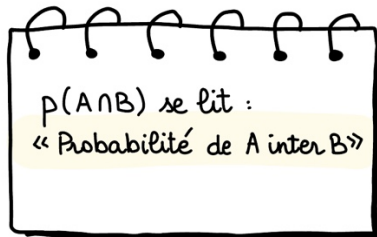
Propriété

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad \text{ou encore} \quad P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B)$$

Lire dans un tableau

Dans une situation **d'équiprobabilité**, on a plus simplement :

$$P_B(A) = \frac{\text{nombre d'issues dans } A \cap B}{\text{nombre d'issues dans } B}$$



Nombre d'issues dans	A	$\bar{A}$	Total
B	$A \cap B$	$\bar{A} \cap B$	B
$\bar{B}$	$A \cap \bar{B}$	$\bar{A} \cap \bar{B}$	$\bar{B}$
Total	A	$\bar{A}$	



CALCULER UNE PROBABILITÉ CONDITIONNELLE

On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes.

Soit A l'événement : « Le résultat est un pique » et B l'événement : « Le résultat est un roi ». Calculer $P_A(B)$, la probabilité que le résultat soit un roi sachant qu'on a tiré un pique.

Réponse :

$$P(A) = \frac{8}{32} = \frac{1}{4} \quad \text{et} \quad P(A \cap B) = \frac{1}{32} \quad (\text{tirer un roi de pique}).$$

Donc la probabilité que le résultat soit un roi sachant qu'on a tiré un pique est :

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1}{32} : \frac{1}{4} = \frac{4}{32} = \frac{1}{8} \quad \checkmark$$

Exercices

1. Calculer les probabilités.

Lors d'un festival de musique, on a recensé les spectateurs selon leur **genre musical préféré** et leur **type de billet**. On interroge un spectateur au hasard.

	Rock	Pop	Electro	Total
Pass journée	48	36	66	150
Pass week-end	72	54	18	144
Total	120	90	84	294

- Quelle est la **probabilité** que le spectateur préfère le **rock** ?
- Quelle est la **probabilité** que le spectateur ait un **pass week-end** et préfère la **pop** ?
- Sachant que le spectateur a un **pass journée**, quelle est la **probabilité** qu'il préfère l'**electro** ?

2. Calculer les probabilités.

- On considère deux événements A et B tels que $p(A) = 0,60$ et $p(A \cap B) = 0,18$. Calculer $p_A(B)$.
- On considère deux événements E et F tels que $p(F) = 0,30$ et $p_F(E) = 0,50$. Calculer $p(F \cap E)$.

3. Relier chaque notation à sa valeur.

Des essais ont été faits pour tester l'efficacité d'un médicament comparativement à un placebo.

On trouve la répartition des patients ayant participé à cet essai ci-contre.

On choisit un de ces patients au hasard et on considère les événements :

- M : « Le patient a reçu le médicament. »
- G : « Le patient est guéri. »

	Placebo	Médicament
Guéri	18	4
Non guéri	42	16

$p(M)$

$p(G \cap \bar{M})$

$p_G(M)$

$p_{\bar{M}}(G)$

0,25

0,3

0,225

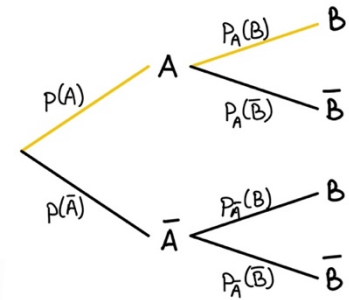
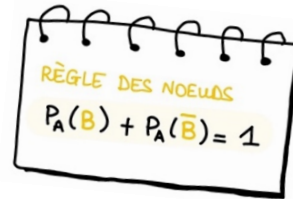
$\approx 0,18$

Arbre de probabilités

ARBRE DE PROBABILITÉ À 2 NIVEAUX

On peut représenter la situation par un arbre de probabilités sur les branches duquel apparaissent les probabilités de A et $\bar{A}$ puis les **probabilités conditionnelles** de B et $\bar{B}$ sachant A et $\bar{A}$.

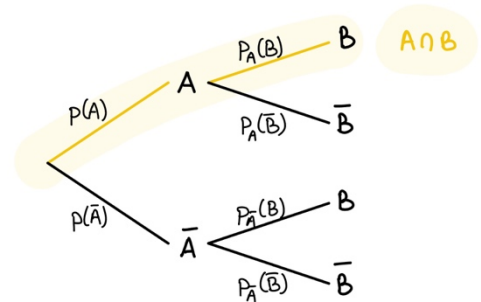
Règle des nœuds : La somme des probabilités rencontrées sur les branches partant d'un même événement est égale à 1.



PROBABILITÉ ASSOCIÉE À UN CHEMIN

Pour déterminer la probabilité associée à un chemin, on **multiplie entre elles les probabilités associées aux branches du chemin** :

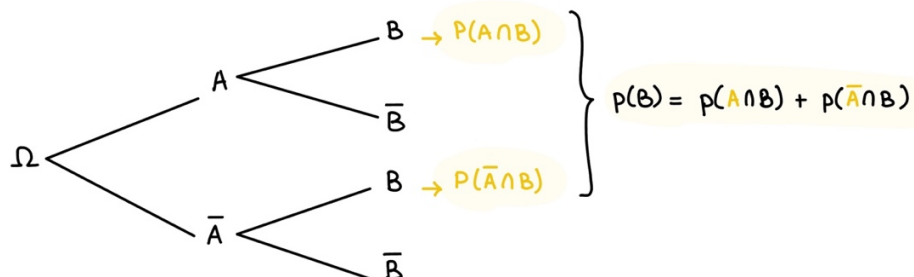
$$p(A \cap B) = p(A) \times p_A(B)$$



PROBABILITÉ D'UN ÉVÉNEMENT EN 2^e NIVEAU

Pour calculer la probabilité d'un événement en 2^e niveau (B), on additionne les probabilités associées à tous les chemins menant à cet événement.

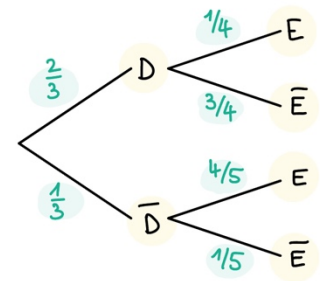
$$p(B) = p(A \cap B) + p(\bar{A} \cap B)$$



Exercices

1. Vrai ou faux ?

- | | | |
|--|-------------------------------|-------------------------------|
| a. $p(D) + p(\bar{D}) = 1$ | ☐ Vrai | ☐ Faux |
| b. $p(D \cap E) + p(\bar{D} \cap E) = 1$ | ☐ Vrai | ☐ Faux |
| c. $p(D \cap E) = \frac{1}{6}$ | ☐ Vrai | ☐ Faux |
| d. $p(\bar{D} \cap E) = \frac{1}{2}$ | ☐ Vrai | ☐ Faux |



Calculer les probabilités suivantes.

e. Donner $p(D)$, $p_D(E)$.

f. Calculer $p(D \cap \bar{E})$ et $p(\bar{D} \cap \bar{E})$.

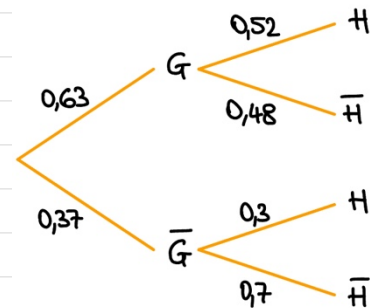
g. En déduire $p(\bar{E})$.

2. Calculer les probabilités.

a. Donner $p(G)$, $p_G(H)$ et $p_G(\bar{H})$.

b. Calculer $p(G \cap H)$ et $p(\bar{G} \cap H)$.

c. En déduire $p(H)$.

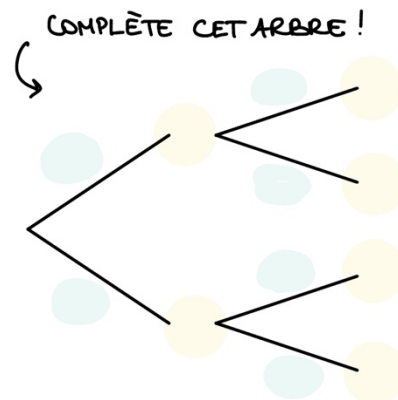


3. Compléter l'arbre de probabilités

Emmy tire successivement et **sans remise** deux boules dans une urne contenant **25 boules** indiscernables au toucher, **5 de couleur verte** et le **reste de couleur orange**.

On note les événements :

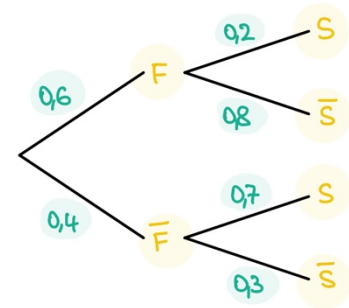
- V_1 : « La première boule tirée est verte. »
- O_1 : « La première boule tirée est orange. »
- V_2 : « La deuxième boule tirée est verte. »
- O_2 : « La deuxième boule tirée est orange. »



Inverser le conditionnement

Dans cet arbre à 2 niveaux, on a les probabilités conditionnelles $p_F(S)$ et $p_F(\bar{S})$.

Comment « inverser le conditionnement », autrement dit obtenir $p_S(F)$?



MÉTHODE

Étape 1

On calcule une intersection en multipliant le long d'un chemin de l'arbre.
Ici :

$$p(F \cap S) = p(F) \times p_F(S) = 0,6 \times 0,2 = \mathbf{0,12}$$

$$p(F \cap \bar{S}) = p(F) \times p_F(\bar{S}) = 0,6 \times 0,8 = \mathbf{0,48}$$

$$p(\bar{F} \cap S) = p(\bar{F}) \times p_{\bar{F}}(S) = 0,4 \times 0,7 = \mathbf{0,28}$$

$$p(\bar{F} \cap \bar{S}) = p(\bar{F}) \times p_{\bar{F}}(\bar{S}) = 0,4 \times 0,3 = \mathbf{0,12}$$

Étape 2

On calcule la probabilité de l'événement sur lequel on veut conditionner.
Pour S , on additionne toutes les probabilités des chemins qui arrivent en S :

$$p(S) = p(F) \times p_F(S) + p(\bar{F}) \times p_{\bar{F}}(S)$$

$$p(S) = 0,6 \times 0,2 + 0,4 \times 0,7 = 0,12 + 0,28 = 0,40$$

De même :

$$p(\bar{S}) = p(F \cap \bar{S}) + p(\bar{F} \cap \bar{S}) = 0,48 + 0,12 = 0,60$$

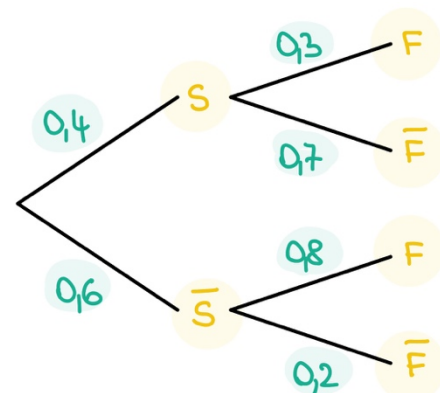
Étape 3

On applique la définition de la probabilité conditionnelle « à l'envers » :

$$p_S(F) = \frac{p(F \cap S)}{p(S)} = \frac{0,12}{0,40} = 0,30$$

$$\text{De même : } p_{\bar{S}}(F) = \frac{p(F \cap \bar{S})}{p(\bar{S})} = \frac{0,48}{0,60} = 0,80.$$

On peut ainsi reconstruire l'arbre de probabilité en inversant les niveaux de S et F . ✓



Exercices

1. Cocher la bonne réponse.

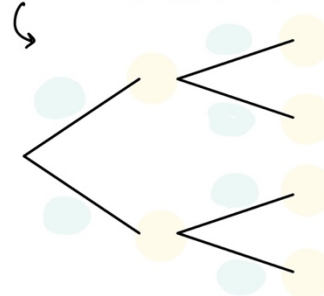
Un hôtel propose une formation sécurité à son personnel. **90 %** des employés ont suivi la formation. On observe que **3 %** des employés formés commettent une erreur lors d'un contrôle, contre **25 %** chez les employés non formés. On choisit un employé au hasard.

On note les événements :

- F : « l'employé est formé »
- E : « l'employé commet une erreur »

- a. $p(F \cap E)$ est égale à : ☐ 0,03 ☐ 0,027 ☐ 0,93
- b. $p(E)$ est égale à : ☐ 0,052 ☐ 0,028 ☐ 0,25
- c. La probabilité que l'employé **soit formé** sachant qu'il a **commis une erreur** est environ égale à : ☐ 0,52 ☐ 0,47 ☐ 0,90
- d. La probabilité qu'un employé **ne commette pas d'erreur** est égale à : ☐ 0,948 ☐ 0,973 ☐ 0,750

COMPLÈTE CET ARBRE !



2. Exercice.

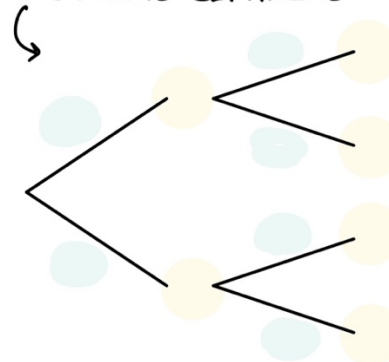
Dans une entreprise, **65 %** des employés travaillent en **open space**, les autres travaillent en **bureau individuel**. Parmi les employés en open space, **30 %** se disent **satisfaits** de leurs conditions de travail, tandis que **80 %** des employés en bureau individuel le sont. On choisit un employé au hasard.

On note les événements :

- O : « L'employé travaille en open space. »
- S : « L'employé est satisfait. »

- a. Calculer $p(O \cap S)$.
- b. Calculer $p(S)$.
- c. Quelle est la probabilité que l'employé travaille en **bureau individuel** sachant qu'il est **satisfait** ?

COMPLÈTE CET ARBRE !



Événements indépendants



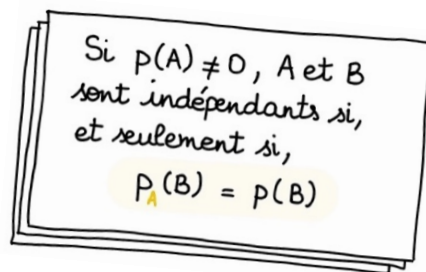
DÉFINITION

Deux événements A et B sont dits **indépendants** si la probabilité conditionnelle de A sachant B est égale à la probabilité de A, c'est-à-dire : $P_A(B) = P(B)$.

Propriété

Deux événements A et B sont **indépendants** lorsque :

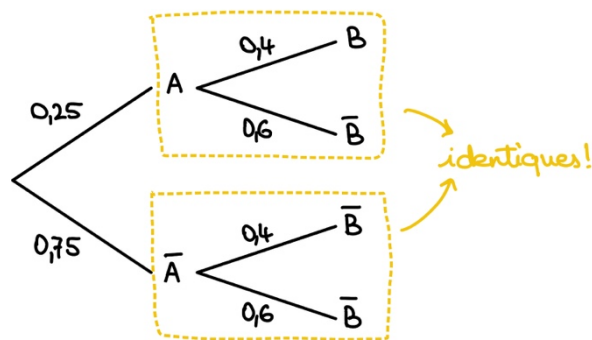
$$p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$$



SUCCESION D'ÉPREUVES

Deux tirages (ou épreuves) sont indépendants quand le résultat de l'un **n'a pas d'influence sur le résultat de l'autre**. On peut alors modéliser cette succession par un arbre dont les sous-arbres associés à la deuxième épreuve sont **identiques**.

Dans le cas d'une succession d'épreuves indépendantes, l'arbre pondéré est pondéré par des probabilités **non conditionnelles**.



MÉTHODE : DÉTERMINER SI DEUX ÉVÉNEMENTS SONT INDÉPENDANTS

On choisit une personne au hasard. On considère les événements :

- D : « La personne choisie est allée chez le dentiste. »
- E : « La personne choisie est un enfant. »

Les événements D et E sont-ils indépendants ?

	dentiste	Pas dentiste	TOTAL
Enfant	110	90	200
Adulte	290	10	300
TOTAL	400	100	500

1. On détermine $P(D)$ d'une part.

$$P(D) = \frac{400}{500} = 0,8$$

2. On détermine $P_E(D)$ d'autre part.

$$P_E(D) = \frac{110}{200} = 0,55$$

3. On **compare** $P(D)$ et $P_E(D)$ et on conclut.

$P(D) \neq P_E(D)$ donc les événements P et D ne sont pas indépendants.

Exercices

1. Dans chacun des cas suivants, les épreuves sont-elles indépendantes ?

- a. On lance un dé deux fois de suite et on observe si le nombre est supérieur ou égal à 5 à chaque lancer. ☐ Oui ☐ Non
- b. On tire au hasard deux boules successivement et avec remise dans une urne et on observe la couleur de la boule à chaque tirage. ☐ Oui ☐ Non
- c. On tire au hasard deux boules successivement et sans remise dans une urne et on observe la couleur de la boule à chaque tirage. ☐ Oui ☐ Non
- d. On choisit un élève au hasard à l'école et on s'intéresse à sa classe puis à son âge. ☐ Oui ☐ Non

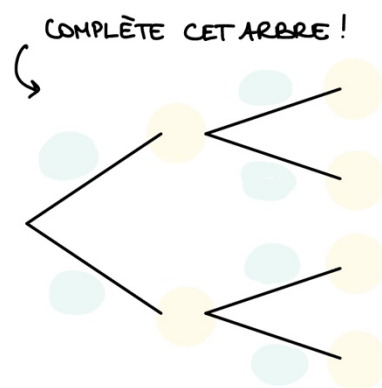
2. Succession d'événements indépendants.

Pour aller à un concert, Inès et Karim doivent prendre le **métro** puis un **bus**. Des retards **indépendants** l'un de l'autre peuvent arriver sur le réseau métro et sur la ligne de bus.

On estime à **40 %** la probabilité qu'il y ait du retard sur le métro et à **30 %** la probabilité qu'il y ait du retard sur le bus. On considère les événements :

- M : « Le métro a du retard. »
- B : « Le bus a du retard. »

- a. Compléter l'arbre de probabilités représentant la situation.
- b. Déterminer la probabilité qu'Inès et Karim arrivent **sans aucun retard**.



- c. Déterminer la probabilité qu'ils soient retardés **au moins une fois**.

Notes personnelles

mes réussites

points à travailler



Croissance linéaire

C'est quoi, une suite ?



NOTION DE SUITE

Une **suite** est une fonction définie sur $\mathbb{N}$ ou sur une partie de $\mathbb{N}$. L'image d'un entier n par la fonction u est notée u_n ou $u(n)$. On distingue les notations :

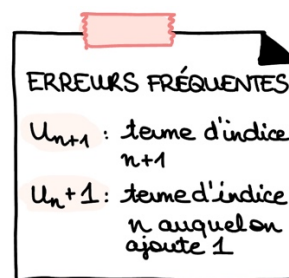
n est l'indice

u_n

le terme d'indice n

(u_n)

notation de la suite



Attention : le premier terme n'est pas forcément u_0 : il peut être $u_1, u_3, etc ...$

- Si le premier terme est u_0 alors u_n est le **$(n+1)^e$** terme de la suite.
- Si le premier terme est u_1 alors u_n est le **n^e** terme de la suite.



COMMENT DÉFINIR UNE SUITE

Une suite peut être définie par :

$$u_n = f(n)$$

une expression en n

- une formule **explicite** de type $u_n = f(n)$
Pour calculer les premiers termes, il suffit de remplacer n par le rang.

Exemple : Calculer u_3 de la suite (u_n) définie par $u_n = \sqrt{1 + n^2}$.

$$u_3 = \sqrt{1 + 3^2} = \sqrt{10} \quad \checkmark$$

- un **premier terme connu** et une **relation de récurrence** de type $u_{n+1} = h(u_n)$

$$\begin{cases} u_0 \\ u_{n+1} = h(u_n) \end{cases}$$

une expression avec u_n

Exemple : Calculer u_3 de la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 2 - u_n \end{cases}$

On part du premier terme donné, et on calcule de proche en proche les valeurs :

Pour $n = 0$: $u_1 = 2 - u_0 = 2 - 3 = -1$

Pour $n = 1$: $u_2 = 2 - u_1 = 2 - (-1) = 3$ (on reprend la valeur u_1 plus haut)

Pour $n = 2$: $u_3 = 2 - u_2 = 2 - 3 = -1$ (on reprend la valeur u_2 plus haut)

Exercices

1. Relier chaque suite à la valeur de son deuxième terme.

$$n \in \mathbb{N}$$

$$u_n = n+1$$

$$n \in \mathbb{N}$$

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 1 \end{cases}$$

$$n \in \mathbb{N}^*$$

$$u_n = \frac{2n+4}{n}$$

$$n \in \mathbb{N}$$

$$u_n = n$$

$$n \in \mathbb{N}$$

$$u_{n+1} = (u_n)^2$$

$$n \in \mathbb{N}^*$$

$$u_{n+1} = \sqrt{u_n}$$

$$u_1 = 1$$

$$u_1 = 2$$

$$u_2 = 2$$

$$u_1 = 3$$

$$u_1 = 4$$

$$u_2 = 4$$

2. Suite définie par une formule explicite.

Soit (u_n) la suite définie par $u_n = n^2 + 2$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

- Donner la valeur des trois premiers termes de la suite (u_n) .
- Donner l'expression de u_{n+1} et $u_n + 1$ en fonction de n .

3. Suite définie par récurrence. Donner la valeur des trois premiers termes.

- Soit (v_n) la suite définie par $\begin{cases} v_0 = 7 \\ v_{n+1} - v_n = 3 \end{cases}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

- Soit (w_n) la suite définie par $\begin{cases} w_1 = -3 \\ \frac{w_{n+1}}{w_n} = -2 \end{cases}$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

Suites arithmétiques



DÉFINITION

Une **suite arithmétique** est une suite dont chaque terme s'obtient en **ajoutant** au terme précédent un même nombre réel, appelé **raison**.

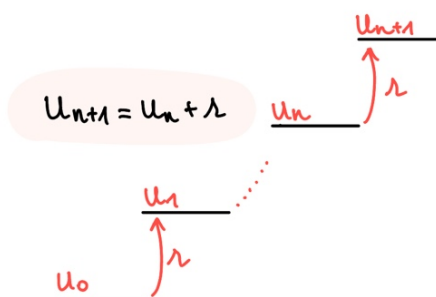
Une suite (u_n) est **arithmétique** s'il existe un réel **r** tel que tout $n \in \mathbb{N}$:

$$u_{n+1} = u_n + r$$

c'est une relation de récurrence

Une suite arithmétique, c'est comme un escalier.

✚ **Remarque** : Une suite est **arithmétique** si l'on passe d'un terme au suivant en ajoutant un même nombre au précédent, ou si la différence entre deux termes successifs est **constante**.



Pour tout $n \in \mathbb{N}$ et $p \in \mathbb{N}$, la formule **explicite** est donnée par :

Si le premier terme est u_0

$$u_n = u_0 + n \times r$$

Si le premier terme est u_p

$$u_n = u_p + (n-p)r$$

🎯 **Exemples : la suite (u_n) est-elle arithmétique ?**

$u_n = 3 - 2n$	$u_{n+1} = 3 - u_n$	$u_{n+1} = 3 - u_n^2$	$u_n = 3 - 2n^2$
✅ Oui.	✅ Oui.	❌ Non , le terme u_n est au carré.	❌ Non , le terme n est au carré.



TERME DE RANG N

✚ **Méthode** : Pour calculer le terme de rang **n**, on remplace **n** par le nombre.

Soit la suite arithmétique définie par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = u_n + 3$. **Calculer u_5 .**

On lit par l'expression que $r = 3$ et $u_0 = 2$.

On obtient : $u_5 = u_0 + 5 \times r = 2 + 5 \times 3 = 17$ ✅

Exercices

1. Les suites suivantes sont-elles arithmétiques ?

- a. (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $u_n - u_{n+1} = \frac{2}{3}$ ☐ Oui ☐ Non
- b. (u_n) telle que $u_3 < u_4$ et $u_5 < u_4$ ☐ Oui ☐ Non
- c. (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $u_n = \cos\left(\frac{\pi n}{2}\right) + 2n$ ☐ Oui ☐ Non
- d. (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $u_{n+1} = u_n - \sqrt{3}$ ☐ Oui ☐ Non
- e. (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = (n+7)^2 - (n-3)^2$ ☐ Oui ☐ Non

2. Reconnaître une suite arithmétique.

On donne les premiers termes d'une suite. S'agit-il des termes successifs d'une suite arithmétique ? Si oui, en donner la raison.

- a. 7 ; 11 ; 15 ; 19 ; 23 ...
- b. 3 ; 8 ; 11 ; 16 ; 19 ; 24 ...
- c. 3 ; 6 ; 12 ; 24 ; 48 ; 96 ...

3. Donner le terme général de suites suivantes.

- a. (u_n) est arithmétique de premier terme $u_0 = 15$ et de raison $r = 1,5$.
- b. (v_n) est arithmétique de premier terme $v_1 = 5$ et de raison $r = 20$.
- c. (w_n) est arithmétique de premier terme $w_0 = 8$ et de raison $r = -\frac{2}{3}$.

4. Déterminer le premier terme u_0 et la raison des suites suivantes.

Cas 1 : $u_4 = 12$ et $u_9 = -8$

Cas 2 : $u_{27} = 7$ et $u_{10} = \frac{15}{7}$

Sens de variation et représentation graphique

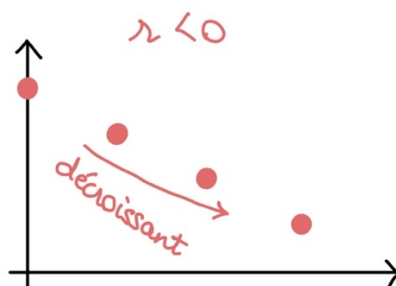
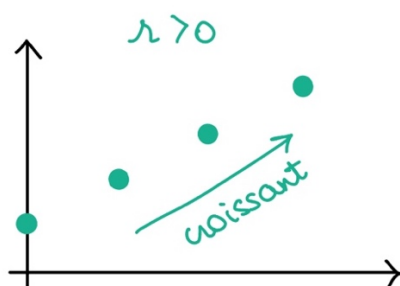
Soit (u_n) une suite **arithmétique** de raison r .



SENS DE VARIATION

(u_n) est strictement **croissante** $\Leftrightarrow r > 0$.
Chaque terme est **supérieur** au précédent

(u_n) est strictement **décroissante** $\Leftrightarrow r < 0$.
Chaque terme est **inférieur** au précédent



Méthode : Pour déterminer le sens de variation d'une suite :

1. On détermine si la suite est **arithmétique**.
2. Si la suite est arithmétique, on conclut selon le **signe de la raison**.



REPRÉSENTATION GRAPHIQUE

Dans un repère, on peut représenter une suite (u_n) par les points de coordonnées $(n ; u(n))$.
Si (u_n) est **arithmétique**, ces points sont **alignés**.

Exemple

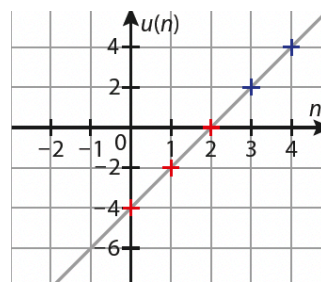
Soit la suite arithmétique u de raison $r = 2$ et de premier terme $u(0) = -4$.

1. **Placer dans un repère orthonormé** les trois premiers points correspondant à $u(0)$, $u(1)$ et $u(2)$.
2. **Tracer la droite** passant par ces points.

On calcule les deux autres premiers termes :

$$u(1) = u(0) + 2 = -4 + 2 = -2$$

$$u(2) = u(1) + 2 = -2 + 2 = 0$$



Exercices

1. Déterminer le sens de variation de chaque suite

- a. (u_n) est arithmétique de premier terme $u(0) = -4$ et de raison -7 . ☐ Croissant ☐ Décroissant
- b. (v_n) est arithmétique de premier terme $v(1) = 2$ et de raison $0,5$. ☐ Croissant ☐ Décroissant
- c. La suite (w_n) vérifie pour tout $n \in \mathbb{N}$, $w_{n+1} = w_n + 8$ ☐ Croissant ☐ Décroissant
- d. Chaque terme de la suite est obtenu en soustrayant 5 au précédent. ☐ Croissant ☐ Décroissant

2. Placer les suites arithmétiques suivantes selon leurs sens de variation.

$$\begin{matrix} u_0 = 1 \\ u_1 = 3 \\ u_2 = 5 \end{matrix}$$

$$(u_n) \text{ de raison } 2 - 12$$

$$u_{n+1} - u_n = -3$$

$$u_n = u_{n+1} + 3$$

$$(u_n) \text{ de raison } 10^{-2}$$

$$u_0 = -100 \text{ et } \lambda = 1$$

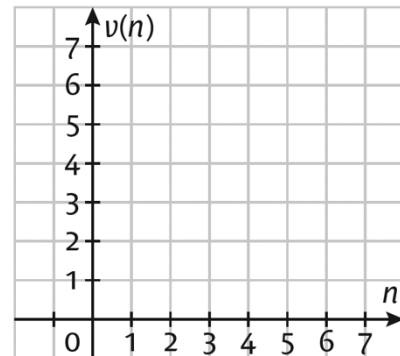
DÉCROISSANT

CROISSANT

3. Représentation graphique.

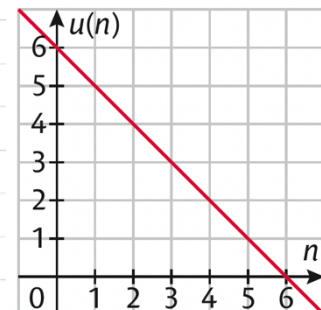
On considère une suite arithmétique (v_n) telle que $v(2) = 2$ et $v(5) = 0$.

- a. Placer les points représentant v_2 et v_5 dans le repère ci-contre.
- b. Placer dans le repère tous les termes de la suite de v_0 à v_5 .



4. Cocher la bonne réponse en s'appuyant sur le graphique.

- a. u_0 , le premier terme de la suite arithmétique vaut :
☐ 6 ☐ 5 ☐ 0 ☐ 1
- b. La raison de la suite arithmétique est :
☐ 2 ☐ 1 ☐ -2 ☐ -1
- c. Le terme u_6 vaut :
☐ 0 ☐ 1 ☐ 5 ☐ 6



Fonction affine



DÉFINITION

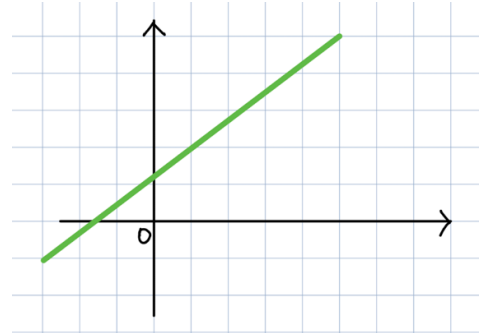
Soit a et b deux nombres donnés. La fonction f est **affine** si son expression est définie par

$$f(x) = ax + b$$

a est le **coefficient directeur** de la fonction affine et b est **l'ordonnée à l'origine**.

Exemples : $f(x) = 3x - 5$; $g(x) = -2x + 3$; $h(x) = 4x$

La courbe représentative d'une fonction affine est une **droite**.



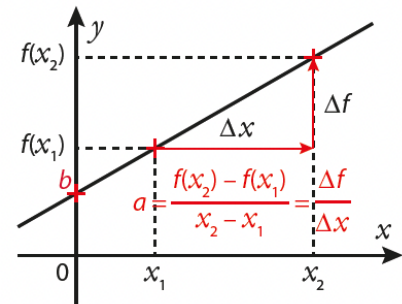
Quelle différence avec une fonction linéaire ? La **fonction linéaire** est un cas particulier de la fonction affine. Dans le cas linéaire, $b = 0$, et l'expression $f(x) = ax + b$ devient alors $f(x) = ax$. On retrouve l'expression de la fonction linéaire !



ACCROISSEMENT D'UNE FONCTION AFFINE

Le taux d'accroissement de la fonction f entre les abscisses x_1 et x_2 est égal à a :

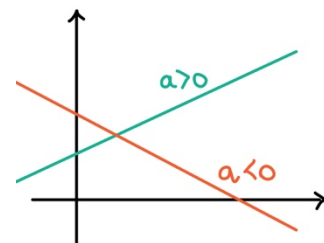
$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \quad (\text{avec } x_1 \neq x_2)$$



SENS DE VARIATION

Le **signe du coefficient** a donne le sens de variation de la fonction :

- si $a > 0$, la fonction est **croissante** sur $\mathbb{R}$.
- si $a < 0$, la fonction est **décroissante** sur $\mathbb{R}$.



DÉTERMINER UNE FONCTION AFFINE

Soit la fonction affine f telle que $f(2) = 5$ et $f(8) = 17$.

Déterminer l'expression de f .

1. On détermine a avec le taux d'accroissement

2. Pour déterminer b , on utilise une image.

$$a = \frac{f(8) - f(2)}{8 - 2} = \frac{17 - 5}{8 - 2}$$

$$a = \frac{12}{6} = 2$$

$$f(2) = 2 \times a + b = 2 \times 2 + b = 5$$

$$\Leftrightarrow 4 + b = 5$$

$$\Leftrightarrow b = 1$$

Exercices

1. Indiquer si les fonctions définies suivantes sont affines ou non.

a. $f(x) = -2x + 3$ ☐ affine ☐ non affine

b. $g(x) = x^2 + x + 3$ ☐ affine ☐ non affine

c. $h(x) = \frac{1}{x} + \sqrt{x}$ ☐ affine ☐ non affine

d. $k(x) = -3x + \frac{1}{5}$ ☐ affine ☐ non affine

e. $m(x) = x^2 + 8x - x^2$ ☐ affine ☐ non affine

f. $n(x) = -\pi x + \sqrt{5}$ ☐ affine ☐ non affine

2. Déterminer l'expression algébrique des fonctions affines suivantes.

a. $f(-2) = -6$ et $f(4) = 3$.

$f(x) =$

b. $g(2) = 12$ et $g(6) = 2$.

$g(x) =$

c. $h(-1) = 5$ et $f(2) = 8$.

$h(x) =$

d. k est une fonction affine dont la représentation graphique passe par les points $A(0; 4)$ et $B(2; 0)$.
 $k(x) =$

3. Indiquer si les fonctions suivantes sont affines. Justifier.

a. $f(x) = (x + 4)^2 - x^2$

b. $g(x) = (x - 1)^2 - 6x^2$

4. Exercice 🌶️

Dans un repère, on considère les points $A(-1; -2)$, $B(2; 3)$, et $C(5; 8)$. Ces trois points A , B et C appartiennent-ils à la représentation d'une fonction affine ?

Représentation graphique d'une fonction affine

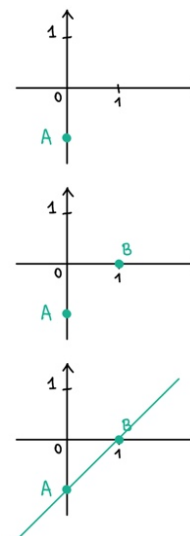


TRACER LA DROITE REPRÉSENTATIVE D'UNE FONCTION AFFINE

Traçons la droite représentative de la fonction

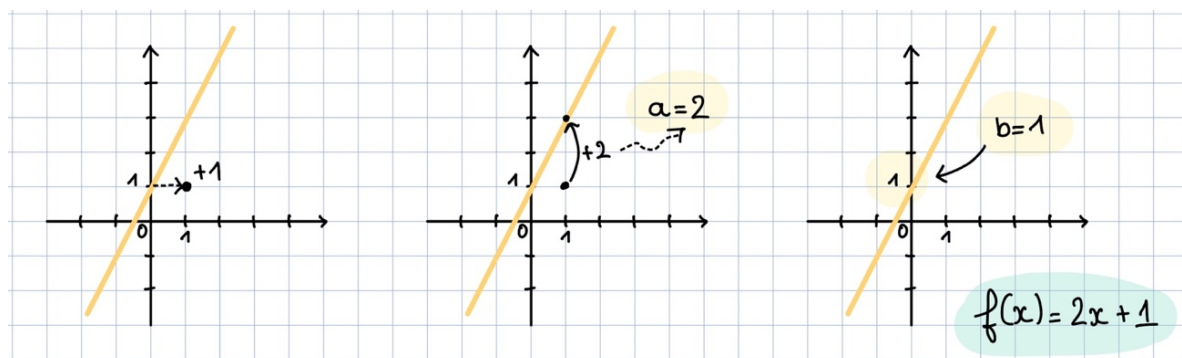
$$f(x) = x - 1.$$

1. On **choisit un premier point** en sélectionnant une valeur quelconque de x . Prenons 0 par simplicité. On calcule l'image de 0 par f .
 $f(0) = -1$, **le point $A(0; -1)$ appartient à la droite.**
2. On **choisit un second point**. Par simplicité, on prend 1.
 $f(1) = 0$, **le point $B(1; 0)$ appartient à la droite.**
3. On **relie les points A et B** pour obtenir la droite.



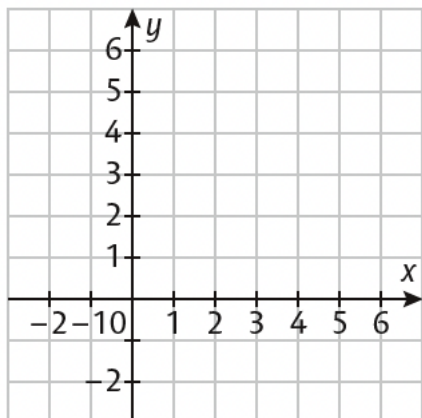
RECONNAÎTRE L'EXPRESSION À PARTIR DE LA COURBE

1. En partant d'un point quelconque de la droite, je décale vers la droite de 1.
2. Je compte le nombre de cases que je dois « monter » ou « descendre » pour rejoindre la courbe : j'obtiens a .
3. Je trouve b en lisant la valeur d'intersection entre l'axe des ordonnées et la courbe. J'obtiens l'expression !

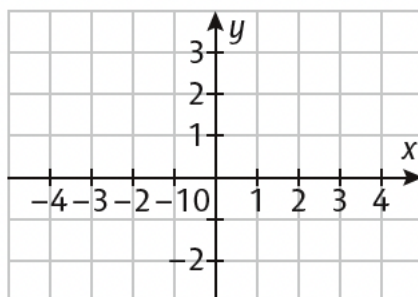


Exercices

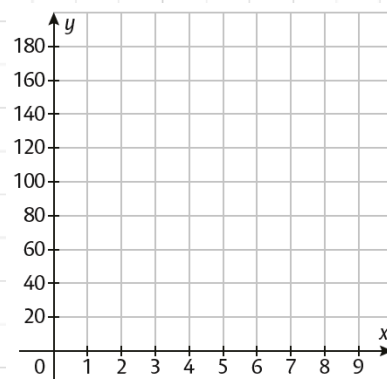
1. Représenter les fonctions affines ci-dessous.



$$f(x) = -x + 5$$



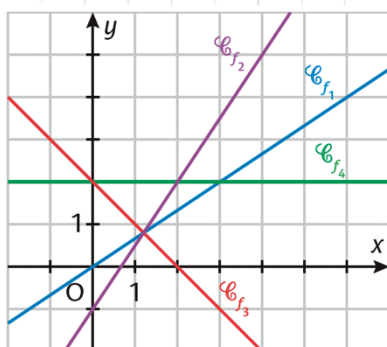
$$g(x) = \frac{2}{3}x + 1$$



$$h(x) = 160 - 20x$$

$$m(x) = 20x + 40$$

2. Donner les expressions des fonctions représentées dans le graphique.



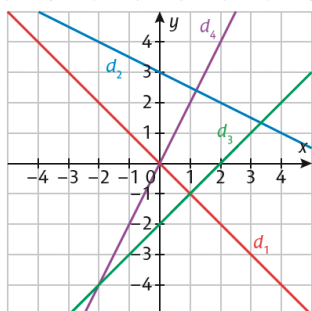
$$f_1(x) =$$

$$f_2(x) =$$

$$f_3(x) =$$

$$f_4(x) =$$

3. Relier chaque fonction à la droite qui la représente.



$$f(x) = 3 - 0,5x$$

$$g(x) = 2x$$

$$h(x) = -x$$

$$k(x) = x - 2$$

d_1

d_2

d_3

d_4

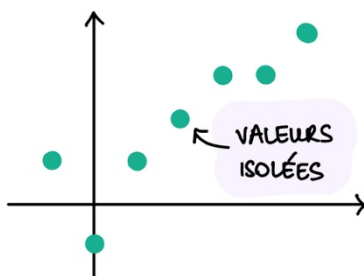
Croissance linéaire



PHÉNOMÈNE DISCRET OU CONTINU

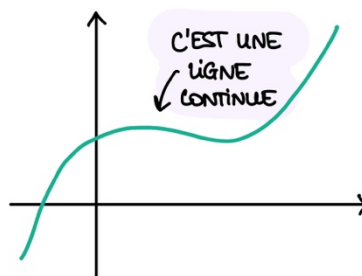
Une **suite** caractérise un phénomène **discret** car la variable n est un entier naturel qui prend donc des **valeurs isolées**.

Exemple : Le calcul annuel des intérêts d'un capital est un phénomène **discret** dont la variable est un **nombre entier d'années**.



Une **fonction** dont la variable (généralement x ou t) prend ses valeurs dans un intervalle de $\mathbb{R}$ caractérise un phénomène **continu**.

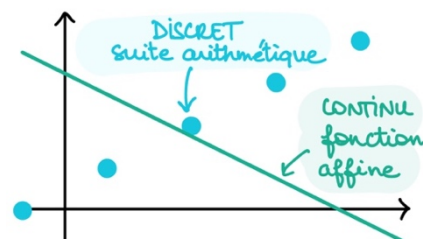
Exemple : La position en fonction du temps d'un cycliste se déplaçant sur un axe est un phénomène **continu** dont la variable est un temps situé dans un intervalle de $\mathbb{R}$.



C'EST QUOI, UNE CROISSANCE LINÉAIRE ?

La croissance d'un phénomène est **linéaire** lorsque le taux d'accroissement de la suite ou de la fonction qui la caractérise est **constant**.

- Si le phénomène est **discret**, une croissance linéaire peut être modélisée par une suite **arithmétique**.
- Si le phénomène est **continu**, une croissance linéaire peut être modélisée par une **fonction affine**.

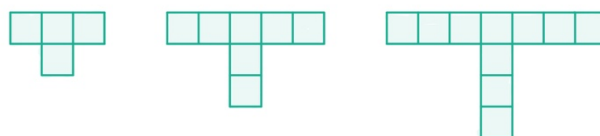


MODÉLISER UNE CROISSANCE LINÉAIRE

Étape 1. J'identifie une indéterminée et je constate qu'elle prend des valeurs isolées (**modèle discret : suite**) ou dans un intervalle (**modèle continu**).

Étape 2. J'identifie les informations de l'énoncé permettant de déterminer **le type de croissance (linéaire ou non)** et son rythme pour expliciter la suite ou la fonction qui modélise l'évolution.

On s'intéresse au nombre de carreaux dans le motif à l'étape n .



1. L'indéterminée est le nombre de carreaux. Il prend des valeurs isolées : entiers strictement positifs. J'utilise un **modèle discret**.
2. La base horizontale augmente d'un carreau à droite, à gauche et vers le bas. Le motif augmente de 3 carreaux à chaque étape.
 $u(1) = 4$ et de raison $r = 3$.
 $u_n = 4 + 3n$

Exercices

1. Les situations suivantes sont-elles caractéristiques d'une croissance linéaire ?

- a. Une somme d'argent est multipliée par 3 tous les 5 ans. ☐ Vrai ☐ Faux
- b. Les cheveux poussent de 1 cm par mois. ☐ Vrai ☐ Faux
- c. La côte d'une action a augmenté de 10€ en 4 jours puis de 5€ les 2 jours suivants. ☐ Vrai ☐ Faux
- d. L'eau de la citerne baisse de 20L par heure. ☐ Vrai ☐ Faux

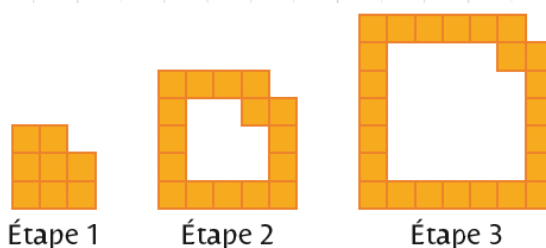
2. Indiquer si le phénomène étudié est discret ou continu, préciser le type de croissance.

- Chaque semaine, on note le nombre total de kilomètres parcourus par un livreur.
Ce total augmente de 120 km par semaine.
- La hauteur d'eau, en centimètres, dans un réservoir qui se vide est une fonction h du temps t , en heures, donnée par $h(t) = 90 - 3t$.
- Chaque mois, on relève le nombre total d'abonnés à une chaîne vidéo.
Ce nombre augmente de 250 abonnés par mois.

3. Modéliser une croissance.

On s'intéresse au nombre de carreaux qui composent le motif à l'étape n .

- a. Déterminer le nombre de carreaux à l'étape 1, 2 et 3.
- b. En supposant que la variation de carreaux est linéaire, modéliser le nombre de carreaux à l'étape n par une suite (u_n) .



- c. Quel est le nombre de carreaux à l'étape 10 ?

4. Modéliser une croissance.

Marc place un capital de **8 000 €** sur un compte qui lui rapporte **180 € par an**.

On note $v(n)$ le capital accumulé après n années.

- a. Dire si le phénomène est **discret** ou **continu**.
- b. Préciser le **type de croissance**.
- c. Modéliser le capital accumulé par une suite v .

Seuil d'une croissance linéaire



DÉTERMINER UN SEUIL AVEC UNE SUITE ARITHMÉTIQUE

Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = 5n + 8$. Déterminer algébriquement le **plus petit rang n** à partir duquel on a $u_n > 100$.

Étape 1. On résout l'inéquation.

$$\begin{aligned} u_n > 100 &\Leftrightarrow 5n + 8 > 100 \\ 5n &> 92 \\ n &> \frac{92}{5} \\ n &> 18,4 \end{aligned}$$

Étape 2. On prend l'entier immédiatement supérieur à la valeur approchée.

$$n = 19$$



DÉTERMINER UN SEUIL AVEC UNE FONCTION AFFINE

Soit la fonction affine f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -10x + 250$. Déterminer la **plus grande valeur de x** pour que $f(x) \geq 100$.

Étape 1. On résout l'inéquation.

$$\begin{aligned} f(x) \geq 100 &\Leftrightarrow -10x + 250 \geq 100 \\ -10x &\geq -150 \\ 10x &\leq 150 \\ x &\leq 15 \end{aligned}$$

Étape 2. On conclut avec la valeur réelle trouvée.

$$\text{Plus grande valeur : } 15$$



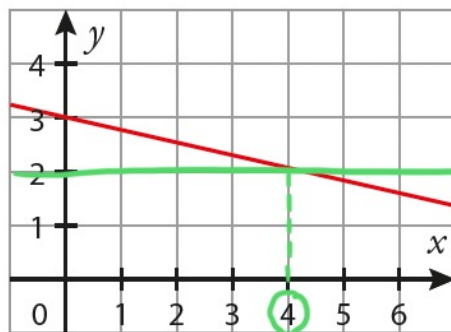
DÉTERMINER UN SEUIL AVEC UN GRAPHIQUE

Soit la représentation d'une fonction affine f . Estimer graphiquement la valeur de x à partir de laquelle on a $f(x) < 2$.

Étape 1. Je trace une droite horizontale correspondant à la valeur 2.

Étape 2. Je lis l'abscisse correspondant à l'intersection entre la droite horizontale et la courbe représentative de f .

Étape 3. Je conclus avec cette valeur.



Exercices

1. Seuil d'une suite arithmétique.

Soit la suite u définie pour tout entier naturel n par $u(n) = 18 + 9n$.
Déterminer le plus petit rang à partir duquel $u(n) \geq 150$.

2. Seuil d'une suite arithmétique.

Soit la suite v définie pour tout entier naturel n par $v(n) = 40 - 6n$.
Déterminer le plus petit rang à partir duquel les termes de la suite sont **strictement négatifs**.

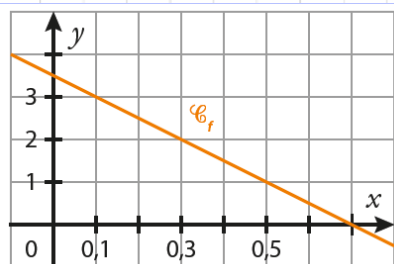
3. Comparaison de deux suites arithmétiques.

Soit deux suites u et v telles que, pour tout entier naturel n , $u_n = 10 + 4n$ et $v_n = 30 + n$.
À partir de quel rang n le terme u_n est-il **supérieur** au terme v_n ?

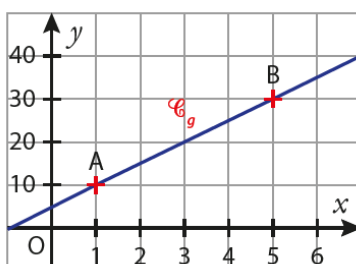
4. Seuil d'une fonction affine.

Soit une fonction affine f définie par $f(x) = 15 - 3x$.
Déterminer la **plus petite valeur de x** pour laquelle $f(x) \leq -30$.

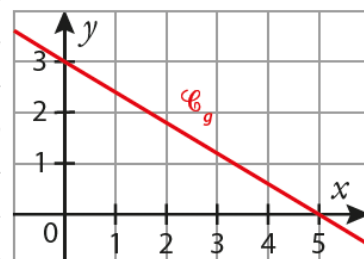
5. Estimer graphiquement la valeur de x à partir de laquelle on a...



$$f(x) < 1$$



$$f(x) \geq 20$$



$$f(x) \leq 3$$

Notes personnelles

mes réussites

Argumentaire et plan

points à travailler



**Croissance
exponentielle**

Suites géométriques



DÉFINITION

Une **suite géométrique** est une suite dont chaque terme s'obtient en **multipliant** au terme précédent un même nombre réel, appelé **raison**.

Une suite (u_n) dont tous les termes sont non nuls est **géométrique** si et seulement s'il existe un réel q tel que tout $n \in \mathbb{N}$:

$$u_{n+1} = u_n \times q$$



Remarque : Une suite est **géométrique** si l'on passe d'un terme au suivant en multipliant un même nombre non nul au précédent, ou si le quotient entre deux termes successifs est **constant**.

C'est caractéristique de ce qu'on appelle une **croissance exponentielle discrète**.
 quand on multiplie par le même nombre q
 n prend des valeurs isolées

Pour tout $n \in \mathbb{N}$ et $p \in \mathbb{N}$, la **formule explicite** est donnée par :

Si le premier terme est u_0

$$u_n = u_0 \times q^n$$

Si le premier terme est u_p

$$u_n = u_p \times q^{n-p}$$

🎯 **Exemples : la suite (u_n) est-elle géométrique ?**

$u_n = 5 \times 3^n$	$u_{n+1} = \frac{1}{2} \times u_n$	$u_{n+1} = 3^n + u_n$	$u_n = (2n + 1)u_n$
✅ Oui.	✅ Oui.	❌ Non , on ne multiplie pas par un terme constant.	❌ Non , on ne multiplie pas par un terme constant.



TERME DE RANG N



Méthode : Pour calculer le terme de rang n , on remplace n par le nombre.

Soit la suite géométrique définie par $u_0 = 3$ et $u_{n+1} = 2u_n$. Calculer u_5 .

On lit par l'expression que $q = 2$ et $u_0 = 3$. On obtient :

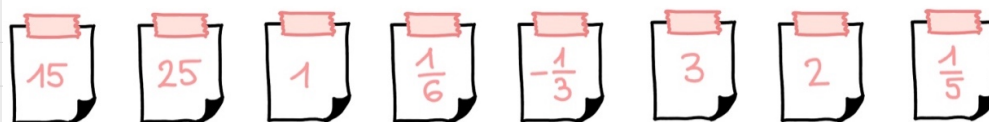
$$u_4 = u_0 \times q^4 = 3 \times 2^4 = 48 \quad \checkmark$$

Exercices

1. Les suites suivantes sont-elles géométriques ?

- a. (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $u_n \times u_{n+1} = 5$ ☐ Oui ☐ Non
- b. (u_n) telle que $u_1 < u_2$ et $u_4 < u_5$ ☐ Oui ☐ Non
- c. (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $u_n = 2n^2 + 3$ ☐ Oui ☐ Non
- d. (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $u_{n+1} = \sqrt{3}u_n$ ☐ Oui ☐ Non
- e. (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 5 \times 3^n$ ☐ Oui ☐ Non

2. Associer chaque suite à sa raison géométrique.



	raison		raison
$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{6} \end{cases}$		$u_n = 5^{2n+1}$	
$u_n = 3^{n-1}$		$u_n = \frac{(-1)^n}{3^{n+1}}$	
$u_n = 3^n \times 5^n$		$u_n = 3$	
$u_n = -3 \times 5^{-n}$		$u_n = 3 \times 2^n + 2^{n+1}$	

3. Les suites (u_n) suivantes sont géométriques de raison q .

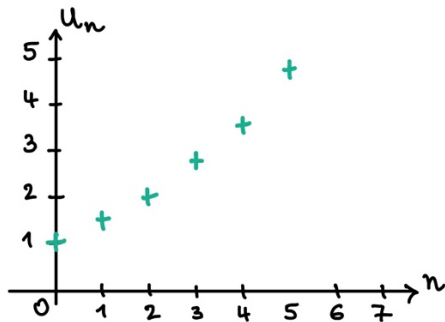
- a. On donne $u_1 = 5$ et $q = -3$. Calculer u_2 et u_{15} .
- b. Calculer la raison de la suite telle que $u_5 = -20$ et $u_9 = -80$. Il peut y avoir plusieurs réponses possibles.

Sens de variation et représentation graphique

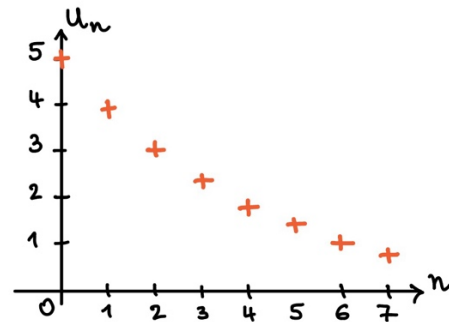
Soit (u_n) une suite **géométrique** de raison q et de terme initial positif.

SENS DE VARIATION

(u_n) est strictement **croissante** $\Leftrightarrow q > 1$.
Chaque terme est **supérieur** au précédent



(u_n) est strictement **décroissante** $\Leftrightarrow 0 < q < 1$.
Chaque terme est **inférieur** au précédent



 **Méthode** : Pour déterminer le sens de variation d'une suite :

1. On détermine si la suite est **géométrique**.
2. Si la suite est géométrique, on conclut selon la valeur de q par rapport à 1.

REPRÉSENTATION GRAPHIQUE

Dans un repère, on peut représenter une suite (u_n) par les points de coordonnées $(n ; u(n))$.

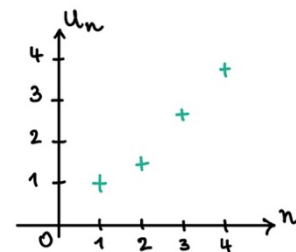
Exemple

Soit la suite géométrique u de raison $r = 1,4$ et de terme initial $u(0) = 1$.

1. **Calculer les 4** premiers termes correspondant à $u(1), u(2), u(3)$ et $u(4)$.

$$\begin{aligned} u(1) &= 1 \times 1,4 = 1,4 \quad \checkmark \\ u(2) &= 1,4 \times 1,4 = 1,96 \quad \checkmark \\ u(3) &= 1,96 \times 1,4 = 2,744 \quad \checkmark \\ u(4) &= 2,744 \times 1,4 = 3,8416 \quad \checkmark \end{aligned}$$

2. **Représenter** les termes dans un repère.



Exercices

1. Vrai / Faux ?

- a. La suite (u_n) géométrique de raison 5 et $u_0 = 4$ est croissante. ☐ Vrai ☐ Faux
- b. La suite (v_n) géométrique de raison $\frac{4}{5}$ avec $v(1) = 10$ est décroissante. ☐ Vrai ☐ Faux
- c. La suite (w_n) définie par $w(0) = 5$ et $w_{n+1} = \sqrt{5}w_n$ est décroissante. ☐ Vrai ☐ Faux
- d. La suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $u_{n+1} = \sqrt{3}u_n$ est décroissante. ☐ Vrai ☐ Faux

2. Donner le sens de variation des suites géométriques suivantes.

- a. (u_n) géométrique de raison 3 avec $u_0 = 4$.
- b. (u_n) géométrique de raison 0,3 avec $u_1 = 7$.
- c. $u_0 = 3$ et $u_{n+1} = 0,9u_n$ pour $n \geq 0$.
- d. $u_1 = 2$ et $u_{n+1} = \frac{3}{2}u_n$ pour $n \geq 1$.

3. Représentation graphique.

Soit la suite (u_n) définie par $u_n = 2,5 \times 1,2^n$ pour $n \geq 0$.

- Déterminer les valeurs suivantes :

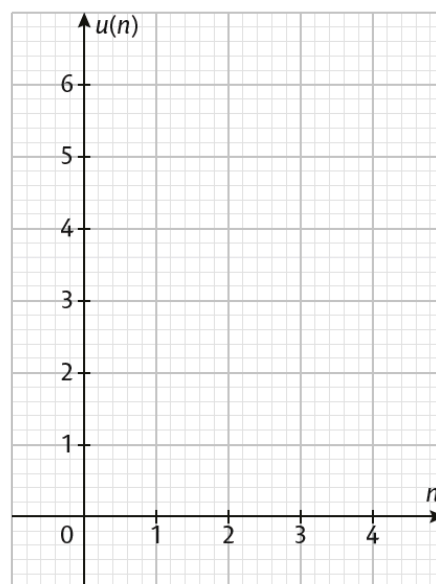
$$u_0 =$$

$$u_1 =$$

$$u_2 =$$

$$u_3 =$$

- Construire le nuage de points associé à la suite (u_n) dans le repère ci-contre.



Fonction exponentielle de base a

DÉFINITION

Soit $a > 0$. On appelle **fonction exponentielle de base a** la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

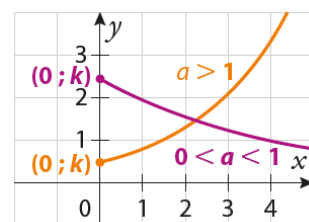
$$f(x) = a^x$$

SENS DE VARIATION

Soit $k > 0$ et $a > 0$.

On considère une fonction f définie sur $\mathbb{R}^+$ par $f(x) = k \times a^x$.

- Si $a > 1$, alors f est **strictement croissante** sur $\mathbb{R}^+$.
- Si $0 < a < 1$, alors f est **strictement décroissante** sur $\mathbb{R}^+$.



Exemples

- La fonction définie par $f(x) = 1,5^x$ pour $x \geq 0$ est **croissante** sur $[0; +\infty[$.
- La fonction définie par $g(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ pour $x \geq 0$ est **décroissante** sur $[0; +\infty[$.

PROPRIÉTÉS ALGÈBRIQUES

Soit a et b deux réels strictement positifs et x et y deux nombres réels.

Comme pour les puissances entières, on a :

$$a^0 = 1$$

$$a^{-x} = \frac{1}{a^x}$$

$$(a^x)^y = a^{x \times y}$$

$$\frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x$$

$$a^1 = a$$

$$a^x \times a^y = a^{x+y}$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

$$a^x \times b^x = (ab)^x$$

Exemples : simplifier une expression avec l'exponentielle

- $1,5^{2,7} \times 1,5^{2,3} = 1,5^{2,7+2,3} = 1,5^5$ ✓
- $(1,5^{1,5})^2 \times 1,5^2 = 1,5^{1,5 \times 2} \times 1,5^2 = 1,5^3 \times 1,5^2 = 1,5^{3+2} = 1,5^5$ ✓
- $\frac{1,5^8}{1,5^6} \times 1,5^4 = 1,5^{8-6} \times 1,5^4 = 1,5^2 \times 1,5^4 = 1,5^6$ ✓

Exercices

1. Choisir la bonne réponse.

$3 \times 3^{4,2} =$

☐ $3^{4,2}$

☐ $3^{5,2}$

☐ $9^{4,2}$

☐ $3^{12,6}$

$5^x \times 5^2 \times 5 =$

☐ 5^{x+3}

☐ 5^{x+2}

☐ 15^x

☐ 5^{3x}

$a^x \times b^x =$

☐ $(ab)^x$

☐ $(a+b)^x$

☐ $a^{2x} b^x$

☐ $(ab)^{2x}$

$\frac{4^{3,1}}{4^{1,6}} =$

☐ $2^{1,5}$

☐ $4^{4,7}$

☐ $4^{3,1+1,6}$

☐ $4^{1,5}$

$\frac{(2a)^{2,5}}{2^{1,5}} =$

☐ $a^{2,5}$

☐ $(2a)^1$

☐ $2a^{2,5}$

☐ a^1

2. Simplifier et écrire sous la forme a^x (avec $a > 0$).

a. $2^3 \times 2^{1,7} =$

b. $\frac{5^{4,2}}{5^{1,2}} =$

c. $(0,4)^3 \times (0,4)^{2,5} =$

d. $3^x \times 9^x =$

e. $\frac{(2a)^{3,5}}{2^{1,5}} =$

f. $\frac{8^{2x} \times 4^x}{2^{3x}} =$

g. $\frac{6^{2x} \times 3^x}{2^x} =$

h. $(4^{x-1})^2 \times 2^{3-2x} =$

i. $\frac{(0,5)^{2x} \times 10^x}{5^x} =$

3. Donner le sens de variation des fonctions suivantes sur $\mathbb{R}^+$.

a. $f(x) = 3^x$

☐ croissante

☐ décroissante

b. $g(x) = 0,5^x$

☐ croissante

☐ décroissante

c. $h(x) = \left(\frac{3}{4}\right)^x$

☐ croissante

☐ décroissante

d. $k(x) = \pi^x$

☐ croissante

☐ décroissante

e. $m(x) = (\sqrt{2} - 1)^x$

☐ croissante

☐ décroissante

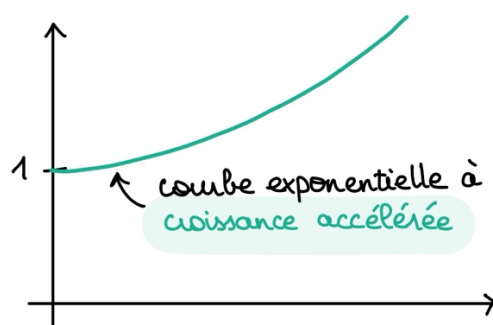
Représentation graphique



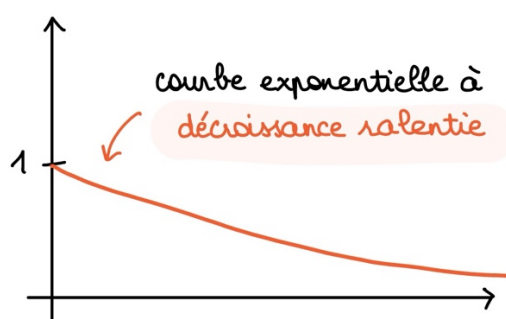
FONCTION $x \mapsto a^x$

On considère une fonction f définie sur $\mathbb{R}^+$ par $f(x) = a^x$.

Si $a > 1$, alors
 f est **strictement croissante** sur $\mathbb{R}^+$.



Si $0 < a < 1$, alors
 f est **strictement décroissante** sur $\mathbb{R}^+$.

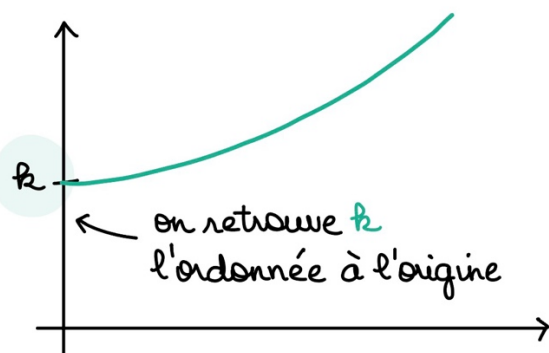


FONCTION $x \mapsto k \times a^x$

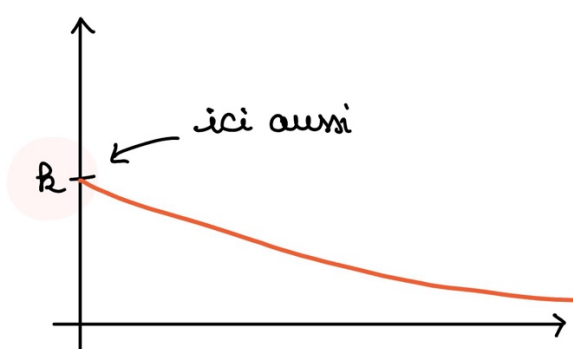
Soit $k > 0$ et $a > 0$.

On considère une fonction f définie sur $\mathbb{R}^+$ par $f(x) = k \times a^x$.

Si $a > 1$, alors
 f est **strictement croissante** sur $\mathbb{R}^+$.

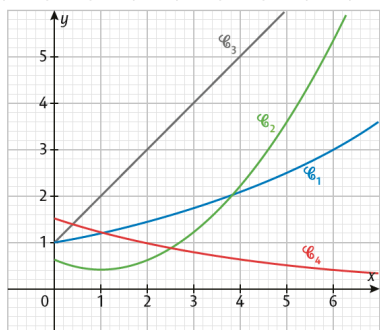


Si $0 < a < 1$, alors
 f est **strictement décroissante** sur $\mathbb{R}^+$.

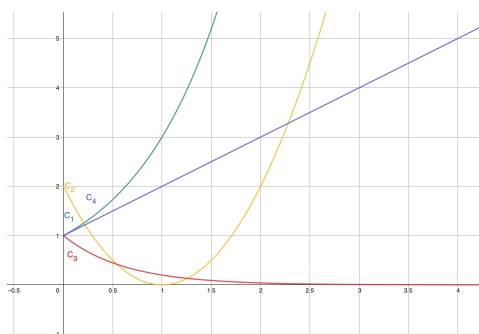


Exercices

1. Quelles courbes ne peuvent pas être représentatives d'une fonction exponentielle ?



2. Relier chaque courbe à l'expression de la fonction correspondante.



C_1

$x+1$

C_2

3^x

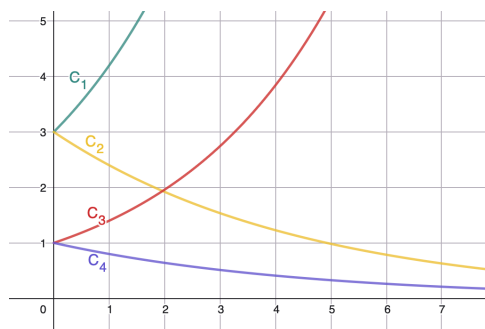
C_3

$2(x-1)^2$

C_4

$0,2^x$

3. Relier chaque courbe à l'expression de la fonction correspondante.



C_1

$1,4^x$

C_2

$3 \times 1,4^x$

C_3

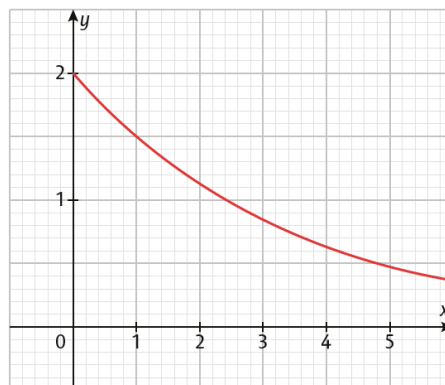
$0,8^x$

C_4

$3 \times 0,8^x$

4. Déterminer les valeurs de k et de a . 🌶

f est une fonction de la forme $x \mapsto k \times a^x$ dont la représentation graphique est donnée ci-contre.
Déterminer les valeurs de k et de a .



Croissance exponentielle



C'EST QUOI UNE CROISSANCE EXPONENTIELLE ?

La suite géométrique $(a^n)_n$ et la fonction exponentielle $x \mapsto a^x$ modélisent des grandeurs discrètes ou continues dont le taux d'évolution est **constant**.



MODÉLISER UNE CROISSANCE EXPONENTIELLE

Jeanne dispose de 2 000 euros d'épargne. Sa banque lui propose le placement suivant : Chaque année, l'épargne disponible **augmente de 4 %**. Indiquer si ce placement correspond à une croissance exponentielle.

Méthode	Exemple
Étape 1. Je repère ce qui change au fil du temps ou des étapes : une population, une longueur, un nombre d'objets, un périmètre, une quantité produite, etc. Je note cette grandeur : u_n si elle évolue par étapes → suite $f(t)$ si elle évolue en continu → fonction	La grandeur identifiée est le montant de l'épargne de Jeanne . Elle évolue chaque année , donc on travaille avec un modèle discret : une suite. On note : $u_n = \text{épargne de Jeanne}$ avec $u_0 = 2000$
Étape 2. J'identifie le type d'évolution . Est-ce que la grandeur est multipliée par un même nombre à chaque étape ou sur des durées égales ? Si oui : il s'agit d'une croissance exponentielle . <i>Indices dans l'énoncé : "double", "triple", "multiplié par...", "augmente de x%"...</i>	L'énoncé indique une augmentation de 4% chaque année. Cela revient à multiplier par : $1 + \frac{4}{100} = 1,04$ 🖱 Le montant est multiplié chaque année par le même nombre .
Étape 3. Je détermine le facteur de croissance q . Augmentation de p% : $q = 1 + \frac{p}{100}$ Multiplication directe : doublé : $q = 2$, triplé : $q = 3$	Le facteur multiplicatif constant est : $q = 1,04$ C'est le critère caractéristique d'une croissance exponentielle .
Étape 4. J'écris le modèle mathématique. Modèle discret (suite). Si la croissance se fait par étapes : $u_{n+1} = q \times u_n$ avec u_0 la valeur initiale. Formule explicite : $u_n = u_0 \times q^n$ Modèle continu (fonction). Si la croissance se fait en continu : $f(t) = f(0)a^t$	La suite vérifie la relation de récurrence : $u_{n+1} = 1,04 u_n$ La formule explicite est : $u_n = 2000 \times 1,04^n \quad \checkmark$

Exercices

1. Les nombres de cette liste suivent-ils une croissance exponentielle ?

a. 2; 6; 18; 54 ☐ Oui ☐ Non

b. 5; 10; 15; 20 ☐ Oui ☐ Non

c. 81; 27; 9; 3 ☐ Oui ☐ Non

d. 1; -2; 4; -8 ☐ Oui ☐ Non

e. 2; 3; 4,5; 6,75 ☐ Oui ☐ Non

f. 100; 50; 25; 12,5 ☐ Oui ☐ Non

2. Indiquer dans chacun des cas suivants si la situation correspond à une croissance linéaire (L) ou exponentielle (E).

a. Le nombre d'abonnés d'une chaîne augmente de **5 % chaque mois**. ☐ L ☐ E

b. Paul met **30 euros de côté chaque semaine** sur son compte. ☐ L ☐ E

c. La population d'une bactérie est **multipliée par 3 toutes les heures**. ☐ L ☐ E

d. Le prix d'un billet de train augmente de **2 euros chaque année**. ☐ L ☐ E

e. Chaque année, une entreprise **réduit de moitié** sa consommation de papier. ☐ L ☐ E

f. Le nombre de visiteurs d'un site **augmente de 1 000 personnes par mois**. ☐ L ☐ E

g. La valeur d'un capital est **multipliée par 1,02 chaque année**. ☐ L ☐ E

3. Exercice

Une colonie de bactéries compte **50 bactéries** au départ. Chaque heure, la population **augmente de 20 %**.

a. **Modéliser** l'évolution de la population de bactéries à l'aide d'une suite u .

b. **Préciser** la nature de la suite, son terme initial et sa raison.

c. **Donner l'expression** de $u(n)$ en fonction de n .

4. Flocon de von Koch.

À partir d'un triangle équilatéral, on construit un flocon en **ajoutant à chaque segment une pointe**, et en itérant le processus à chaque étape. On forme ainsi une figure appelée **flocon de von Koch**. Les figures ci-dessous indiquent les premières étapes de construction du flocon.

- Donner le nombre de segments lors des 4 premières étapes.

Étape 0 :

Étape 1 :

Étape 2 :

Étape 4 :

- Déterminer l'expression du nombre de segments à l'étape n :



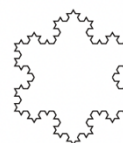
Étape 0



Étape 1



Étape 2



Étape 3

Racine n-ième et taux d'évolution moyen



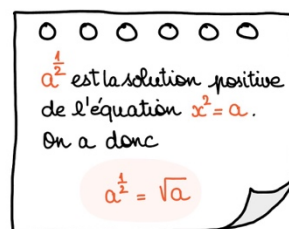
RACINE N-IEME

Soit $c \geq 0$. L'équation $x^n = c$ admet une unique solution réelle positive. Cette solution est $x = c^{\frac{1}{n}}$.



Exemples

- La solution positive de l'équation $x^7 = 12$ est $x = 12^{\frac{1}{7}}$.
- La solution positive de l'équation $x^3 = 5$ est $x = 5^{\frac{1}{3}}$.



TAUX D'ÉVOLUTION MOYEN

On suppose qu'au cours de n périodes, le taux d'évolution d'une quantité est de t_{global} . Alors le taux d'évolution moyen est :

$$t_{\text{moyen}} = (1 + t_{\text{global}})^{\frac{1}{n}} - 1$$

$$t_{\text{global}} = (1 + t_{\text{moyen}})^n$$



Exemple. Un prix augmente de 44% en 2 mois, déterminer son taux d'évolution mensuel moyen.

Étape 1. J'identifie ce qui dans l'énoncé correspond à l'évolution globale.

Étape 2. Je repère le nombre de périodes considérées.

Étape 3. Je n'oublie pas les parenthèses pour écrire un exposant sous forme de fraction.

Le taux d'évolution global est de 44%.

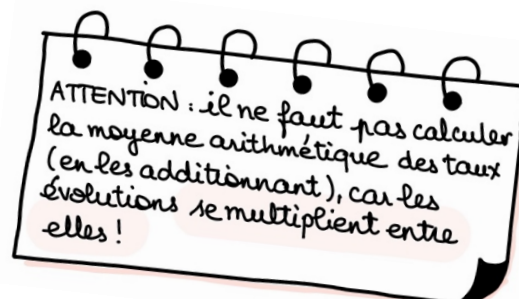
Il y a 2 périodes considérées.

Le taux d'évolution mensuel moyen est donc de $(1 + t_{\text{global}})^{\frac{1}{n}} - 1 = (1 + \frac{44}{100})^{\frac{1}{2}} - 1 = 0,2$

Cela correspond à une hausse mensuelle moyenne de 20%.

Comment interpréter le taux d'évolution moyen ?

Le taux d'évolution moyen représente le **pourcentage unique et constant** qui, s'il était appliqué à chaque période, permettrait d'obtenir **la même évolution globale** que les taux réels successifs. C'est en quelque sorte un "**lissage**" de la croissance qui simule une progression régulière au lieu de variations irrégulières.



Exercices

1. Associer les équations à la valeur approchée à 10^{-3} de leur solution.

$x^4 = 5$

$x = 1^{\frac{1}{7}} = 1$

$x^2 = 3$

$x = 0,0001^{\frac{1}{4}} = 0,1$

$x^7 = 1$

$x = 8^{\frac{1}{3}} = 2$

$x^3 = 8$

$x = 5^{\frac{1}{4}} \simeq 1,495$

$x^4 = 0,0001$

$x = 3^{\frac{1}{2}} = 1,732$

2. Résoudre les équations dans $[0; +\infty[$ puis en donner une valeur approchée à 10^{-2} près.

$x^3 = 12$

$x^4 - 7 = 0$

$3x^3 - 81 = 0$

$-8 + 2x^3 = 10$

$-5 + 4x^4 = 95$

3. Calculer les taux d'évolution moyens.

Déterminer le **taux moyen par période** associé au taux d'évolution global et au nombre de périodes donnés. On arrondira si besoin les résultats à **0,01 %**.

a) Une **hausse globale de 25 %** sur **5 périodes**.

b) Une **baisse globale de 12 %** sur **3 périodes**.

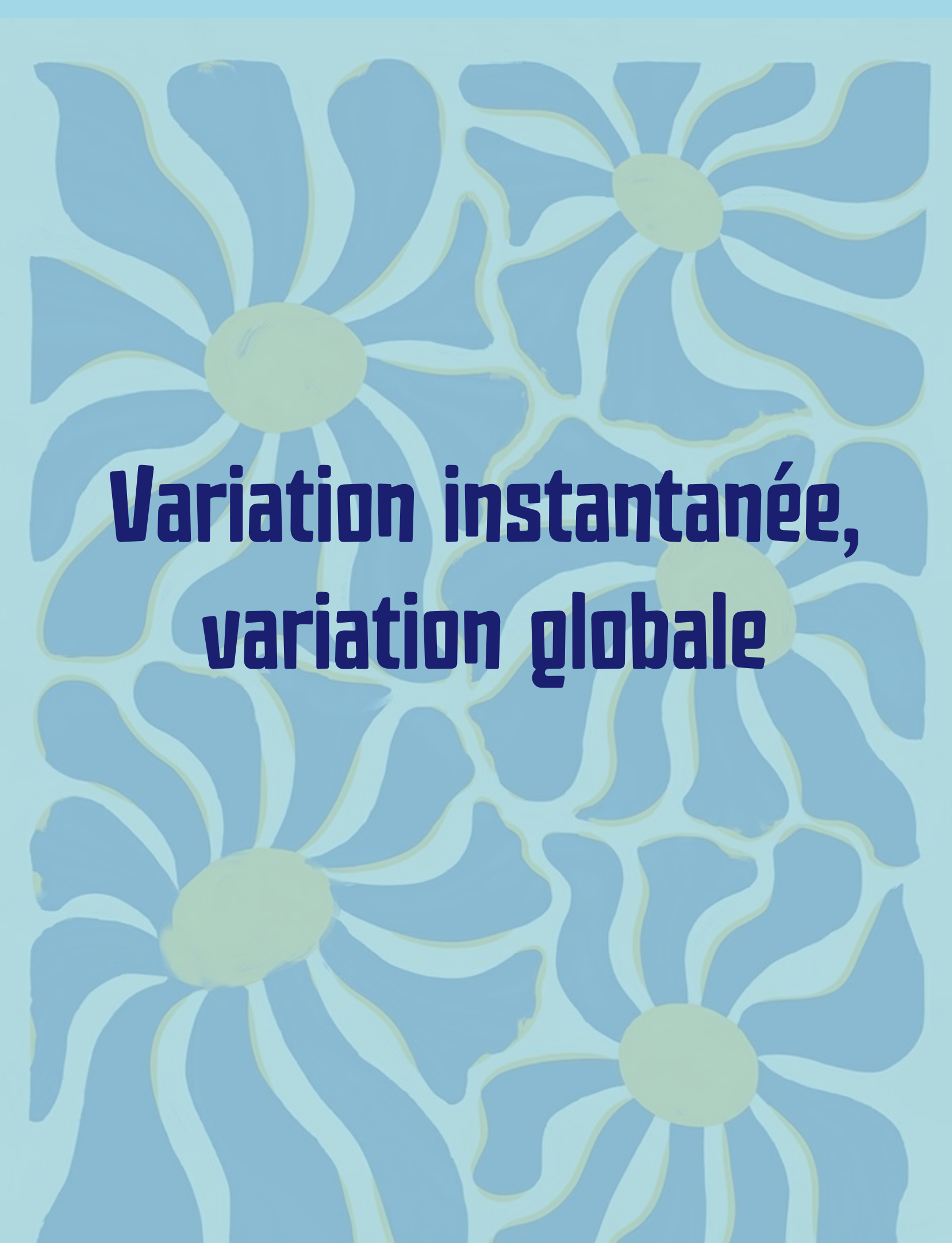
c) Une **hausse globale de 8 %** sur **4 périodes**.

d) Une **baisse globale de 50 %** sur **8 périodes**.

Notes personnelles

mes réussites

points à travailler

The background of the slide features a repeating pattern of stylized flowers. Each flower has a central yellow circle and several blue petals with yellow outlines. The flowers are arranged in a grid-like fashion, with some overlapping.

**Variation instantanée,
variation globale**

Taux d'accroissement

Soit f une fonction définie sur un intervalle I , a et b sont deux réels de I , et A et B les points de la courbe représentative C_f de f d'abscisses respectives a et b .



SÉCANTE

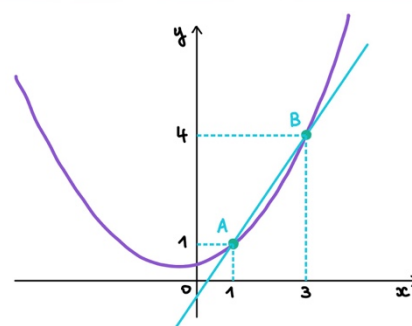
On appelle **sécante à la courbe C_f** toute droite passant par deux points A et B distincts de la courbe.



Taux d'accroissement

Le **coefficient directeur** de la sécante (AB) est le **taux d'accroissement** de f entre a et b .

$$\text{taux d'accroissement} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$



Exemple

Sur le graphique, la droite passant par $A(1; 1)$ et $B(3; 4)$ est une sécante à la courbe C_f .

Le taux d'accroissement entre 1 et 2 vaut $\frac{f(3)-f(1)}{3-1} = \frac{4-1}{3-1} = \frac{3}{2}$.

Le coefficient directeur de la sécante (AB) est $\frac{3}{2}$.



MÉTHODE : CALCULER UN TAUX DE VARIATION

On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + 3x$. Calculer le taux d'accroissement entre les réels 2 et 3.

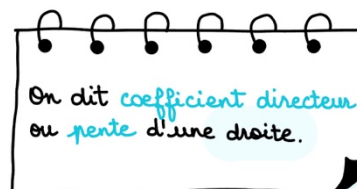
Étape 1. Je calcule les images de 2 et 3 par f .

$$f(2) = 2^3 + 3 \times 2 = 8 + 6 = 14$$

$$f(3) = 3^3 + 3 \times 3 = 27 + 9 = 36$$

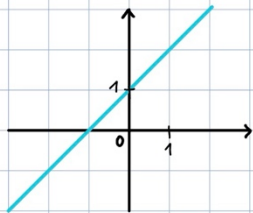
Étape 2. J'applique la formule du taux d'accroissement.

$$\frac{f(3) - f(2)}{3 - 2} = \frac{36 - 14}{3 - 2} = 22$$

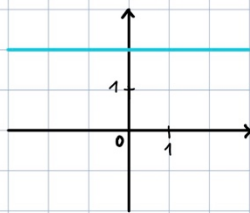


Exercices

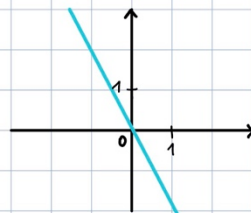
1. Déterminer la pente p de chaque droite représentée ci-dessous.



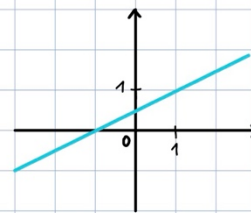
$p =$



$p =$



$p =$



$p =$

2. Calculer un taux d'accroissement.

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 + 2$.

- Calculer les images par g de -2 et de 1 .
- Calculer le **taux d'accroissement** de g entre ces deux valeurs.

3. Calculer un taux d'accroissement.

Soit la fonction k définie sur $] -\infty; -2] \cup] -2; +\infty[$ par $k(x) = \frac{3x-1}{x+2}$.

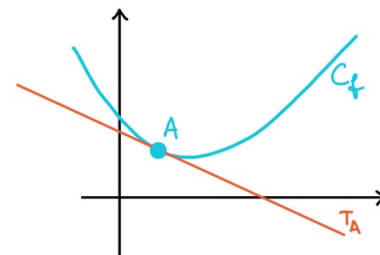
- Calculer les images par k de -5 , -3 , 1 et 3 .
- Calculer le **taux d'accroissement** de k entre les réels -5 et -3 .
- De même, calculer le **taux d'accroissement** de k entre 1 et 3 .

Nombre dérivé et tangente



TANGENTE EN UN POINT

Quand B se rapproche de A , la sécante (AB) tend vers une position limite représentée par la droite T_A passant par A . On dit que f est **dérivable** en a et la droite T_A s'appelle la **tangente** à la courbe C_f au point A (elle est **unique**).

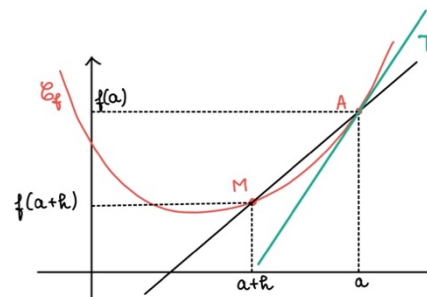


NOMBRE DÉRIVÉ

Soit f représentée par C_f et $A(a; f(a))$ un point C_f et un point $M(a+h; f(a+h))$ avec $h \neq 0$. Le **taux d'accroissement** $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ représente le **coefficient directeur** de la droite (AM) .

On dit que :

- la droite T_A **position limite des sécantes** (AM) est la **tangente** à la courbe de f en A ;
- le coefficient directeur de la tangente T_A est le **nombre dérivé** de f en a et on le note $f'(a)$.



SIGNE DE $f'(x)$ ET TANGENTE

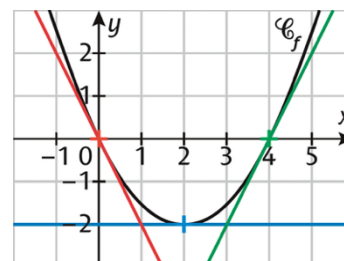
Signe de $f'(a)$	$f'(a) > 0$	$f'(a) = 0$	$f'(a) < 0$
Tangente	Croissante	Horizontale	Décroissante
Graphique			



Méthode : Lire le nombre dérivé sur un graphique

On considère la représentation graphique d'une fonction f dont on a tracé les tangentes aux points d'abscisses 0; 2 et 4. Donner les valeurs de $f'(0)$; $f'(2)$ et $f'(4)$.

- T_0 : on lit que la pente est -2 , donc $f'(0) = -2$.
- T_2 : on voit que la droite est horizontale, la pente est nulle, donc $f'(2) = 0$.
- T_4 : on lit que la pente est 2 , donc $f'(4) = 2$.



Exercices

1. Cocher la bonne case.

Soit g une fonction et $\mathcal{C}_g$ sa courbe représentative.

- a. Si $g'(2) = 0$, alors la tangente à $\mathcal{C}_g$ au point d'abscisse 2 est horizontale. ☐ Vrai ☐ Faux
- b. Si $g'(5) = 3$, alors la tangente au point d'abscisse 5 a pour coefficient directeur 3. ☐ Vrai ☐ Faux
- c. Si $g'(-1) = -4$, alors la tangente à $\mathcal{C}_g$ au point d'abscisse -1 est décroissante. ☐ Vrai ☐ Faux
- d. Si $g'(0) = 1$, alors la tangente au point d'abscisse 1 a pour coefficient directeur 0. ☐ Vrai ☐ Faux

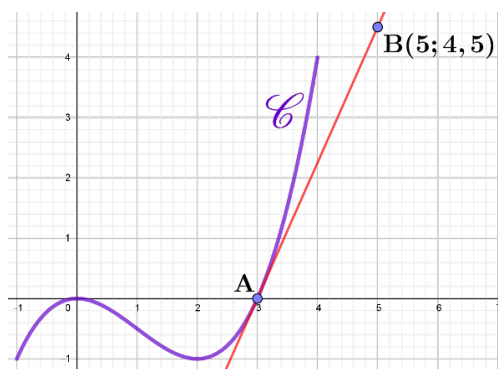
2. On a tracé la courbe $\mathcal{C}_f$ d'une fonction f définie et dérivable sur $[-1; 4]$. La droite (AB) est tangente à $\mathcal{C}_f$ en A. À l'aide du graphique, déterminer :

$$f(0) =$$

$$f'(0) =$$

$$f(3) =$$

$$f'(3) =$$



3. Interprétation graphique

Soit f une fonction et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative ci-contre.

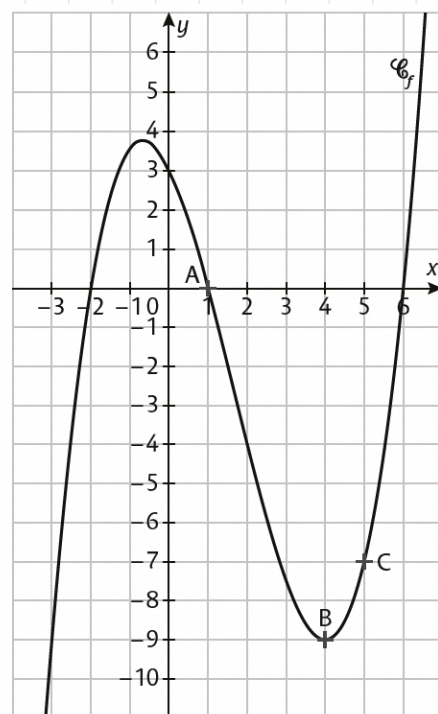
a. Relier.

- | | |
|-----------|-----------------------|
| $f'(1)$ ● | ● strictement positif |
| $f'(4)$ ● | ● strictement négatif |
| $f'(5)$ ● | ● nul |

b. Tracer les tangentes aux points d'abscisses 0 et -2 .

c. Donner les signes de $f'(2)$ et de $f'(-1)$.

d. Résoudre graphiquement l'équation $f'(x) = 0$.



Modéliser une évolution

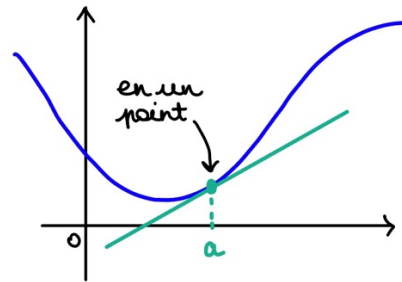
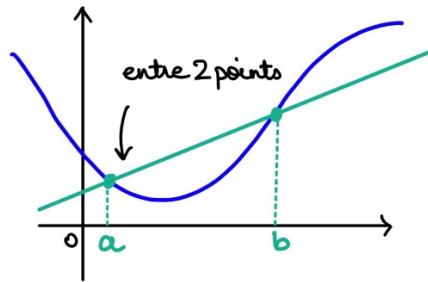


DÉFINITIONS

Soit f une fonction modélisant une **évolution**. Alors :

Le taux d'accroissement correspond à la **vitesse moyenne** de cette évolution entre a et b .

$f'(a)$ correspond à la **vitesse instantanée** de cette évolution quand $x = a$.



APPLICATIONS

On considère deux domaines classiques d'application :

- La **mécanique** où la distance parcourue par un mobile sur un axe peut s'exprimer en fonction du temps t comme une fonction de loi horaire $d(t)$.
- L'**économie** où le coût de production d'un objet manufacturé peut s'exprimer en fonction de la quantité q produite par une fonction de coût $C(q)$.

Domaine	Fonction	Variable	Image	Taux de variation	Interprétation
Cinématique	Loi horaire d	Temps t	Distance $d(t)$	$\frac{d(t) - d(a)}{t - a}$	Vitesse moyenne entre les instants a et t
Économie	Coût C	Quantité q	Coût $C(q)$	$\frac{C(q) - C(a)}{q - a}$	Coût moyen par unité supplémentaire quand on passe de a à q unités produites



Méthode : Déterminer graphique la vitesse moyenne et la vitesse instantanée

Sur le graphique, on observe la distance d parcourue par un coureur en fonction du temps (en s).

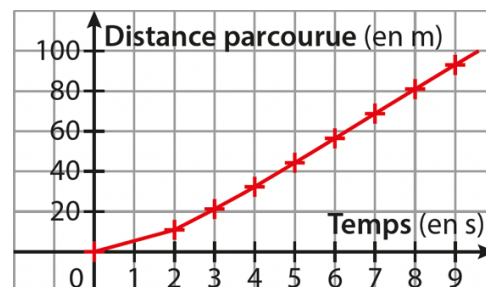
Vitesse moyenne entre 1s et 3s.

Je calcule la vitesse moyenne à l'aide du **taux d'accroissement** :

$$v_{\text{moyenne}} = \frac{d(3) - d(1)}{3 - 1} \approx 7,5 \text{ m/s}$$

Vitesse instantanée à $t = 5s$.

J'obtiens la vitesse instantanée en déterminant **le coefficient directeur de la tangente** en $t = 5s$.
La vitesse instantanée est d'environ 12 m/s .



Exercices

1. Choisir la bonne réponse.

La concentration d'un médicament dans le sang (en mg/L) est donnée par une fonction C représentée en fonction du temps t (en h) par la courbe suivante.

a. $C'(t) > 0$ sur $[0 ; 24]$.

☐ Vrai ☐ Faux

b. $C'(t)$ est d'abord positive, puis négative.

☐ Vrai ☐ Faux

c. $|C'(t)|$ est maximale pour $t = 3$.

☐ Vrai ☐ Faux

d. Pour $t > 3$, on peut dire que :

☐ $C'(t) > 0$

☐ $C'(t) < 0$

☐ $C'(t) = 0$

☐ le signe de $C'(t)$ est inconnu

e. Le médicament est éliminé le plus rapidement lorsque :

☐ la courbe est croissante

☐ la courbe est horizontale

☐ la courbe est fortement décroissante

☐ $C(t)$ est maximale

f. À partir de quel moment la concentration commence-t-elle à diminuer ?

☐ dès $t = 0$

☐ vers $t = 3$

☐ vers $t = 12$

☐ vers $t = 24$

g. Que représente $C'(t)$ dans ce contexte ?

☐ la concentration du médicament

☐ la vitesse d'évolution de la concentration

☐ la quantité totale de médicament dans le sang

☐ le temps nécessaire pour éliminer le médicament

h. Sur l'intervalle $[0 ; 3]$, la concentration du médicament :

☐ diminue

☐ augmente

☐ reste constante

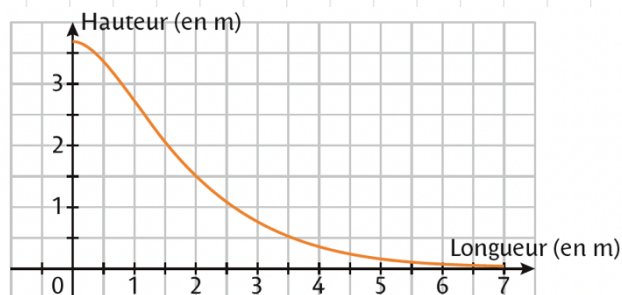
☐ augmente puis diminue



2. Modélisation.

Une piste de luge est modélisée par une fonction h donnant la **hauteur** (en m) en fonction de la **longueur parcourue** (en m), représentée par la courbe ci-dessous.

a. Déterminer approximativement à quelle **hauteur** et au bout de quelle **longueur** la pente (l'inclinaison) est la plus importante.



b. Comment cela s'interprète-t-il pour le nombre dérivé $h'(x)$?

Fonctions dérivées



DÉFINITION

Soit f une fonction définie sur un intervalle I . On dit que f **est dérivable sur I** si f est **dérivable** en tout x de I . On appelle alors **fonction dérivée** de f la fonction qui à tout nombre de $x \in I$ associe le nombre $f'(x)$, et on la note f' .

Remarque : f' est donc la fonction qui donne, pour chaque réel x de I , le **coefficient directeur** $f'(x)$ de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse x .



DÉRIVÉES USUELLES ET OPÉRATIONS

dérivées de fonctions usuelles

constante	$f(x) = c$	$f'(x) = 0$
identité	$f(x) = x$	$f'(x) = 1$
carré	$f(x) = x^2$	$f'(x) = 2x$
cube	$f(x) = x^3$	$f'(x) = 3x^2$

opérations sur les dérivées

$$\begin{aligned} f(x) &= u(x) + v(x) & f'(x) &= u'(x) + v'(x) \\ f(x) &= k u(x) & f'(x) &= k u'(x) \end{aligned}$$



EXEMPLES

- $f(x) = 2x$

On utilise la règle : $(ax)' = a$. Donc $f'(x) = (2x)' = 2$ ✓

- $g(x) = x^2 - 3$

On dérive terme à terme. $(x^2)' = 2x$ et $(-3)' = 0$. Donc : $g'(x) = 2x$ ✓

- $h(x) = 3x^3 - 2x$

On dérive chaque terme. $(3x^3)' = 3 \times 3x^2 = 9x^2$ et $(-2x)' = -2$. Donc : $h'(x) = 9x^2 - 2$ ✓

- $m(x) = -\frac{5}{2}x^5 + 4x^3 - x^2 + 7$

On dérive terme par terme.

$$\left(-\frac{5}{2}x^5\right)' = -\frac{5}{2} \times 5x^4 = -\frac{25}{2}x^4; (4x^3)' = 4 \times 3x^2 = 12x^2; (-x^2)' = -2x; (7)' = 0$$

$$\text{Donc : } m'(x) = -\frac{25}{2}x^4 + 12x^2 - 2x \quad \checkmark$$

Exercices

1. Relier chacune de ces fonctions à la fonction dérivée correspondante.

$$4x^2 - 5x$$

$$7 - x^3 + 2x$$

$$-3x^2 + 6x - 1$$

$$2x^3 - 4x + 9$$

$$5x^3 + x^2 - 8$$

$$3x - x^2$$

$$3 - 4x$$

$$15x^2 + 2x$$

$$6x^2 - 4$$

$$-6x + 6$$

$$-3x^2 + 2$$

$$8x - 5$$

2. Calculer les fonctions dérivées des fonctions suivantes.

$$f_1(x) = \frac{5}{2}x^2 - 3x$$

$$f_1'(x) =$$

$$f_2(x) = -4x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 1$$

$$f_2'(x) =$$

$$f_3(x) = 7x^4 - 5x^2 + x$$

$$f_3'(x) =$$

$$f_4(x) = -\frac{3}{2}x^5 + 4x^3 - 2x$$

$$f_4'(x) =$$

$$f_5(x) = 6x^6 - 5x^4 + 3x^2 - 7$$

$$f_5'(x) =$$

$$f_6(x) = -2x^7 + \frac{5}{3}x^4 - x^2 + 8$$

$$f_6'(x) =$$

$$f_7(x) = \frac{1}{2}x^8 - 3x^5 + 2x^3 - x$$

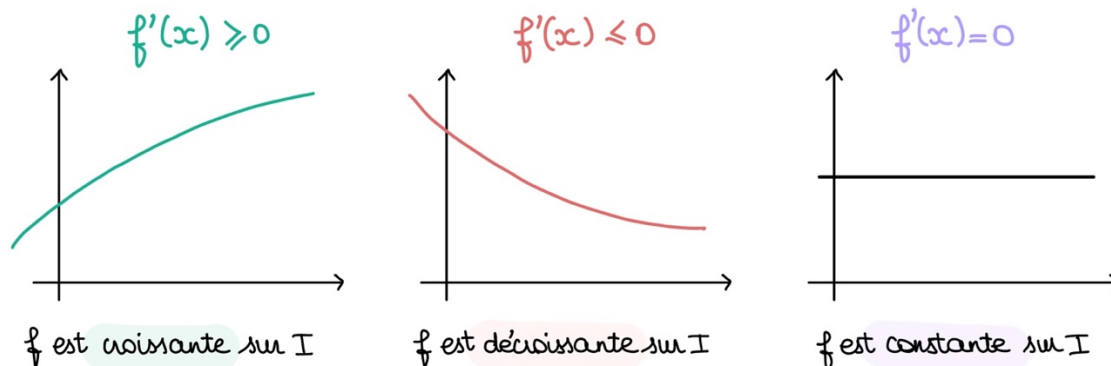
$$f_7'(x) =$$

$$f_8(x) = -4x^9 + 3x^6 - \frac{5}{2}x^3 + 7x - 10$$

$$f_8'(x) =$$

Variations d'une fonction

Soit f une fonction définie sur un intervalle I .



MÉTHODE : Étudier les variations d'une fonction

Exemple : étudier les variations de f définie par $f(x) = x^3 - 3x$

1. Calculer $f'(x)$.

$$f'(x) = 3x^2 - 3$$

2. Si son signe n'est pas évident, mettre $f'(x)$ sous forme de produit ou de quotient pour construire un **tableau de signes**.

$$\begin{aligned} f'(x) &= 3(x^2 - 1) \\ &= 3(x-1)(x+1) \end{aligned}$$

Si $f'(x)$ ne peut être mis sous forme d'un produit ou d'un quotient, **résoudre l'équation $f'(x) = 0$ et l'inéquation $f'(x) > 0$** .

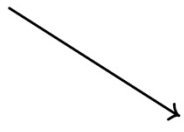
$3 > 0$ donc le signe de $f'(x)$ est le même que celui de $(x-1)(x+1)$.

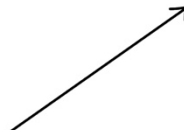
3. À partir du **signe de $f'(x)$** , donner les variations de f dans un tableau de variations.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$x-1$	$-$	$ $	$-$	$+$	
$x+1$	$-$	0	$+$		
$(x-1)(x+1)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$		$\nearrow 2$	$\searrow -2$	$\nearrow$	

Exercices

1. Compléter les tableaux de variations suivants.

x	$-\infty$	5	$+\infty$
f'		0	+
f			

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$
g'	-	0	+	
g				

2. Étudier les variations et dresser le tableau de variations des fonctions suivantes.

$$f(x) = 3x + 1$$

$$g(x) = x^2 - 2$$

x	
$f'(x)$	
f	

x	
$g'(x)$	
g	

$$h(x) = x^3 + 2x^2$$

$$m(x) = x^4 - 1$$

x	
$h'(x)$	
h	

x	
$m'(x)$	
m	

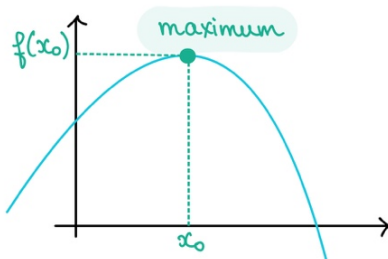
Extremum



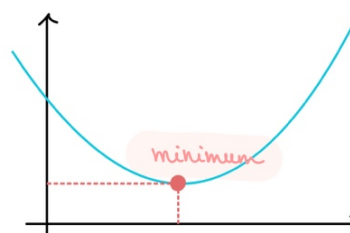
DÉFINITIONS

Soit f une fonction définie sur un intervalle I et x_0 un élément de I .

$f(x_0)$ est le **maximum** de f sur $I \Leftrightarrow$ pour tout x de I
 $f(x) \leq f(x_0)$



$f(x_0)$ est le **minimum** de f sur $I \Leftrightarrow$ pour tout x de I
 $f(x) \geq f(x_0)$



Vocabulaire

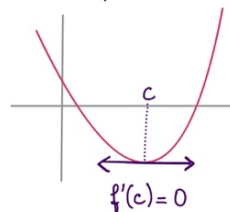
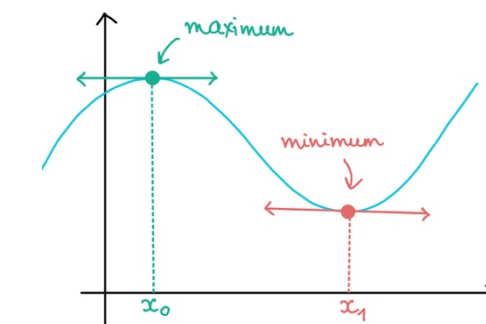
- Lorsque x_0 n'est pas une borne de I , on dit que f admet un **maximum local** en x_0 s'il existe un intervalle ouvert J inclus dans I et contenant x_0 pour lequel $f(x) \leq f(x_0)$ pour tout x de J .
- Lorsque x_0 n'est pas une borne de I , on dit que f admet un **minimum local** en x_0 s'il existe un intervalle ouvert J inclus dans I et contenant x_0 pour lequel $f(x) \geq f(x_0)$ pour tout x de J .
- $f(x_0)$ est un **extremum** de f si $f(x_0)$ est un **maximum** ou un **minimum** local.



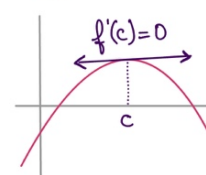
EXTREMUM ET DÉRIVÉE

Si f présente un extremum local en x_0 alors $f'(x_0) = 0$. En **extremum local**, la tangente à la courbe est **horizontale**.

Si f' s'annule en x_0 et change de signe en x_0 alors, f admet un extremum local en x_0 .



	c		
f'	-	0	+
f	↘ ↗		



	c		
f'	+	0	-
f	↗ ↘		

Exercices

1. Indiquer pour les fonctions de référence suivantes si elles admettent un minimum ou maximal local. Donner les coordonnées de l'extremum local.

Affine	Carré	Cube	Racine carrée

2. Déterminer les extrema des fonctions suivantes.

$$f(x) = x^2 - 4$$

$$g(x) = x^2 - 4x + 1$$

$$h(x) = -x^2 - 6x + 5$$

$$k(x) = 2x^3 - 3x^2$$

Étude du signe de $ax + b$

Avec $a \neq 0$

Étape 1.

Trouver la valeur où l'expression s'annule

On résout $ax + b = 0$:

$$ax + b = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{b}{a}$$

Étape 2.

Placer cette valeur sur une droite graduée

Elle sépare la droite réelle en deux intervalles.

Étape 3.

Étudier le signe selon le signe de a .

- si $a > 0$:
 - $ax + b < 0$ pour $x < -\frac{b}{a}$
 - $ax + b > 0$ pour $x > -\frac{b}{a}$
- si $a < 0$:
 - $ax + b > 0$ pour $x < -\frac{b}{a}$
 - $ax + b < 0$ pour $x > -\frac{b}{a}$

Étape 4.

Compléter le tableau de signes

- négatif d'un côté,
- 0 au point $x = -\frac{b}{a}$,
- positif de l'autre côté (ou l'inverse si $a < 0$).

$$f(x) = 3x + 5$$

$$3x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{3}$$

x	$-\frac{5}{3}$

↑ c'est un début de tableau de signes

ici $a = 3 > 0$

- $3x + 5 < 0$ pour $x < -\frac{5}{3}$
- $3x + 5 > 0$ pour $x > -\frac{5}{3}$

x	$-\infty$	$-\frac{5}{3}$	$+\infty$
$3x + 5$	$-$	0	$+$

👉 **Astuce** : le signe de $ax + b$ suit toujours celui de a quand x est grand.

Exercices

1. On considère l'expression $-2x + 5$ dans $\mathbb{R}$, dresser son tableau de signe.

x	
$-2x + 5$	

2. On considère l'expression $3x - 5$ dans $\mathbb{R}$, dresser son tableau de signe.

x	
$3x - 5$	

3. Relier les expressions données avec l'un ou l'autre des deux tableaux de signes.

$3x - 4$

$-2x - 1$

$-7x + 8$

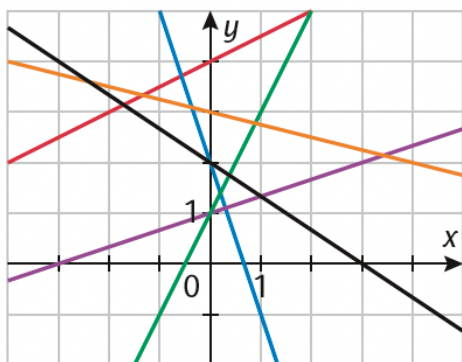
$2 - 3x$

$-1 + x$

x	$-\infty$	α	$+\infty$
	-	0	+

x	$-\infty$	α	$+\infty$
	+	0	-

4. Quelles sont les courbes correspondant au tableau de signes ci-dessous ?



x	$-\infty$	α	$+\infty$
	+	0	-

Étude du signe de $a(x - x_1)(x - x_2)$

Avec $a \neq 0$ et $x_1 \neq x_2$.

Étape 1.

Trouver la valeur où l'expression s'annule

On repère les zéros de chaque facteur :

$$x - x_1 = 0 \Leftrightarrow x = x_1$$

$$x - x_2 = 0 \Leftrightarrow x = x_2$$

👉 Les racines sont donc x_1 et x_2 .

Étape 2.

Les placer cette valeur sur une droite graduée

On suppose (quitte à les réordonner) : $x_1 < x_2$

La droite réelle est découpée en **trois intervalles**.

Étape 3.

Étudier le signe selon le signe de chaque facteur.

- $x - x_1$:
 - négatif si $x < x_1$
 - positif si $x > x_1$
- $x - x_2$:
 - négatif si $x < x_2$
 - positif si $x > x_2$
- a : garde **toujours le même signe**

Étape 4.

Compléter le tableau de signes

On multiplie les signes des trois facteurs.

L'expression est **nulle** pour : $x = x_1$ et $x = x_2$

- **Cas 1** : $a > 0$
 - positif à l'extérieur des racines
 - négatif entre les deux racines
- **Cas 2** : $a < 0$
 - négatif à l'extérieur des racines
 - positif entre les deux racines

📌 Astuces :

- Le signe **à droite** (quand x est très grand) est **toujours celui de a** .
- Entre deux racines, le signe **change à chaque racine simple**.

$$g(x) = -2(x-1)(x+3)$$

$$\begin{aligned} x-1 &= 0 & \Leftrightarrow & x=1 \\ x+3 &= 0 & \Leftrightarrow & x=-3 \end{aligned}$$

je réordonne

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$

- $-2 < 0$
- $x-1 > 0$ si $x > 1$
- $x+3 > 0$ si $x > -3$

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$
-2	—			—
$x-1$	—	—	0	+
$x+3$	—	0	+	+
$g(x)$	—	0	+	—

Exercices

1. On considère l'expression $A(x) = 3(x + 5)(x - 4)$ dans $\mathbb{R}$, dresser son tableau de signes.

x	-5	4
3		
$x + 5$		
$x - 4$		
$A(x)$		

2. On considère l'expression $B(x) = -2(x + 2)(x - 1)$ dans $\mathbb{R}$, dresser son tableau de signes.

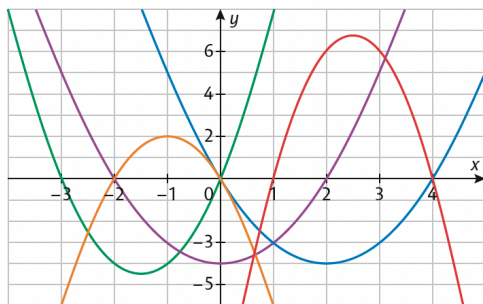
x	
-2	
$x + 2$	
$x - 1$	
$B(x)$	

3. Vrai / Faux. On considère la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2(x - 2)(x + 4)$

- a. $g(x) < 0$ pour tout réel x . ☐ Vrai ☐ Faux
 b. $g(x)$ est d'abord négative, puis positive. ☐ Vrai ☐ Faux
 c. $g(x) \geq 0$ si $x \in [-4; 2]$. ☐ Vrai ☐ Faux
 d. $g(x)$ change deux fois de signe. ☐ Vrai ☐ Faux
 e. $g(x) \geq 0$ si $x \in]-\infty; -4] \cup [2; +\infty[$. ☐ Vrai ☐ Faux

4. Quelles sont les courbes correspondant au tableau de signes ci-dessous ?

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	
$f(x)$	+	0	-	0	+

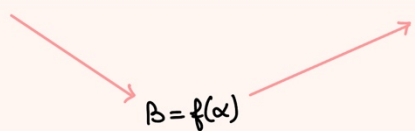


Variations d'un polynôme de degré 2

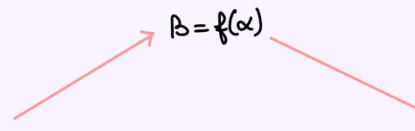
Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec a, b et c des réels et $a \neq 0$.

Les **variations** du trinôme dépendent du **signe de a** .

Si $a > 0$

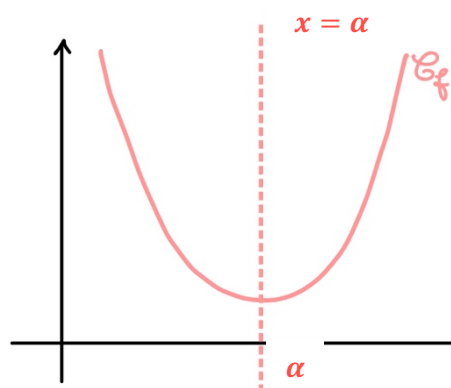
x	$-\infty$	$\alpha = -\frac{b}{2a}$	$+\infty$
f			

Si $a < 0$

x	$-\infty$	$\alpha = -\frac{b}{2a}$	$+\infty$
f			

Axe de symétrie

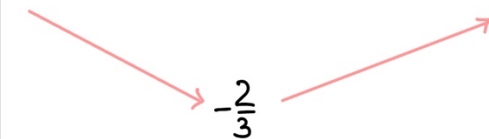
Dans un repère orthonormé, $\mathcal{C}_f$ a pour axe de symétrie la **droite d'équation $x = \alpha$** .



Exemple

Dresser le tableau de variations de f définie par $f(x) = 3x^2 - 2x - 1$.

$$\begin{aligned} \alpha &= 3 > 0 \\ \alpha &= -\frac{(-2)}{2 \times 3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \\ f(\alpha) &= f\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{2}{3} \end{aligned}$$

x	$-\infty$	$\alpha = \frac{1}{3}$	$+\infty$
f			

Exercices

1. Cocher la bonne réponse.

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 6x + 7$ et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative.

- a. $\mathcal{C}_f$ a pour axe de symétrie ☐ $x = 3$ ☐ $x = -3$ ☐ $y = 3$ ☐ $x = 7$
- b. Sur l'intervalle $] -\infty; 3]$, f est ☐ croissante ☐ décroissante
- c. Le minimum de f est ☐ 6 ☐ -2 ☐ 2 ☐ 3

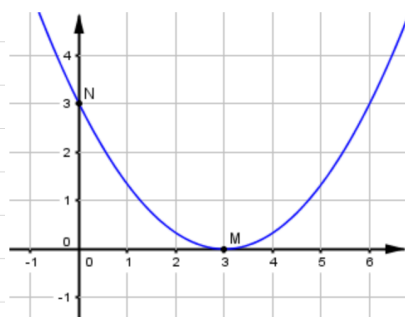
2. Déterminer les tableaux de variations des fonctions suivantes.

- a. f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 3x + 3$

- b. f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 + 1$

- c. f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (1 - x)(1 + x)$

3. Donner la forme factorisée du polynôme de degré 2 ci-dessous.



Notes personnelles

mes réussites

points à travailler

SOLUTIONS

Calculer les puissances

Exercice 1

Les intrus sont :

- $0,035 \times 10^{-2}$
- 4^3
- 6

Exercice 2

a) $5x^2 + x^2 - (2x)^2 = 6x^2 - 4x^2 = \boxed{2x^2}$

b) $(5x)^2 - 5x + 5y = \boxed{25x^2 - 5x + 5y}$

c) $(2xy)^2 - 5x + 5y = \boxed{4x^2y^2 - 5x + 5y}$

d) $x^4 + 3x^2 + \frac{x^2}{2} - 2x(3x^2 \cdot x) = x^4 + 3x^2 + \frac{x^2}{2} - 6x^4 = \boxed{-5x^4 + \frac{7}{2}x^2}$

e) $(x^3y)^2 - y^2(x^4) = x^6y^2 - x^4y^2 = \boxed{x^4y^2(x^2 - 1)}$

Exercice 3

a) $a^{-1}(ab)^2 = a^{-1} \cdot a^2b^2 = \boxed{ab^2}$

b) $(a^2 \cdot ab)^3 = (a^3b)^3 = \boxed{a^9b^3}$

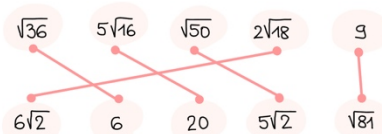
c) $(a^{-3} \cdot ab)^3 = (a^{-2}b)^3 = \boxed{\frac{b^3}{a^6}}$

d) $\frac{a^3b^{-2}}{(ab^2)^{-1}} \times (\frac{b^{-1}}{a})^2 = a^4 \times a^{-2}b^{-2} = \boxed{\frac{a^2}{b^2}}$

e) $\frac{a}{b^2} \times \frac{b^3}{a^{-1}} = ab^{-2} \cdot b^3 \cdot a = \boxed{a^2b}$

Calculer les racines

Exercice 1



Exercice 2

$$\frac{\sqrt{4a}}{\sqrt{3a^2}} = \frac{2}{\sqrt{3a}}$$

$$\sqrt{81a^2} \times \sqrt{a} = 9a\sqrt{a}$$

$$\sqrt{\frac{25a}{a^3}} = \frac{5}{a}$$

$$\frac{\sqrt{144a^2}}{6a} \times \sqrt{a^4} = 2a^2$$

Exercice 3

$$\frac{\sqrt{105} \times \sqrt{51}}{3\sqrt{34}} = \frac{\sqrt{105 \times 51}}{3\sqrt{34}} = \frac{3\sqrt{595}}{3\sqrt{34}} = \frac{\sqrt{595}}{\sqrt{34}} = \sqrt{\frac{35}{2}} = \frac{\sqrt{70}}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{70}$$

$$\frac{3\sqrt{297} \times 2\sqrt{616}}{\sqrt{44} \sqrt{396}} = \frac{6\sqrt{27 \times 11 \times 8 \times 7 \times 11}}{\sqrt{4 \times 11 \times 36 \times 11}} = 6\sqrt{\frac{3^3 \times 2^3 \times 7 \times 11^2}{2^2 \times 2^2 \times 3^2 \times 11^2}} = 6\sqrt{\frac{3 \times 7}{2}} = 6\sqrt{\frac{21}{2}}$$

On rend rationnel en multipliant et en divisant par $\sqrt{2}$.

On obtient $6 \times \frac{\sqrt{42}}{2} = \boxed{3\sqrt{42}}$

$$\sqrt{\frac{98}{27}} \times \frac{3\sqrt{72}}{\sqrt{28}} = \frac{7\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} \times \frac{18\sqrt{2}}{2\sqrt{7}} = \frac{63 \times 2}{3\sqrt{21}} = \frac{42}{\sqrt{21}} = \frac{42\sqrt{21}}{21} = \boxed{2\sqrt{21}}$$

Calculer les fractions

Exercice 1

$$\frac{x^2+1}{x} \cdot \frac{3x}{x+6} = \frac{x+1}{x+2} \cdot \frac{3+\frac{x}{2}}{\frac{x}{3-2}} = \frac{x+1}{x+2} \cdot \frac{16-6x}{3-x} = \frac{4x-16}{3-x}$$

Exercice 2

$$A = \frac{1}{3} + \frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{3}{10} = \frac{10}{30} + \frac{9}{30} = \frac{19}{30}$$

$$B = \frac{5}{4} - \frac{1}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{4} - \frac{5}{8} = \frac{10}{8} - \frac{5}{8} = \frac{5}{8}$$

$$C = \frac{\frac{4}{3} - \frac{3}{5}}{\frac{4}{3} + \frac{3}{5}} = \frac{\frac{20-9}{15}}{\frac{20+9}{15}} = \frac{11}{29}$$

$$D = \frac{\frac{2}{5} \times \frac{3}{4}}{\frac{2}{5} - \frac{5}{4}} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{8-25}{20}} = \frac{3}{10} \times \frac{20}{-17} = -\frac{6}{17}$$

$$D = \frac{\frac{2}{5} \times \frac{3}{4}}{\frac{2}{5} - \frac{5}{4}} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{8-25}{20}} = \frac{3}{10} \times \frac{20}{-17} = -\frac{6}{17}$$

$$= \frac{\frac{3}{10}}{-\frac{17}{20}} = -\frac{3}{10} \times \frac{20}{17} = -\frac{6}{17}$$

Exercice 3

$$A(x) = \frac{x+3}{(x+3)(x+2)} - \frac{x+1}{x(x+2)} = \frac{x(x+2) - (x+1)(x+2)}{x(x+2)^2} = \frac{4x+6}{x(x+2)^2} = \frac{2(2x+3)}{x(x+2)^2}$$

Valeurs interdites :

$x \neq 0, -2$.

$$B(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x} + \frac{x}{x} + 1 = 2$$

Valeur interdite : $x \neq 0$.

$$C(x) = x - 2 - \frac{x-4}{x+2} = \frac{(x-2)(x+2) - (x-4)}{x+2} = \frac{x^2-x}{x+2} = \frac{x(x-1)}{x+2}$$

Valeur interdite : $x \neq -2$.

Équations et inéquations

Exercice 1

- $2x(5-2x)=0$ a pour solution $\{0, \frac{5}{2}\}$
- $(3x-4)(x+5)=0$ a pour solution $\{\frac{4}{3}, -5\}$
- $\frac{3x+6}{x-7}=0$ existe si $x \neq 7$ a pour solution -2
- $\frac{x-4}{x^2-1}=0$ existe si $x \neq \pm 1$ a pour solution 4

Exercice 2

$x = 3$ et $x \neq -4$	$x = -8$ et $x \neq -\frac{5}{2}$
$x = \frac{1}{3}$ et $x \neq -2$	$x = -\frac{2}{5}$ et $x \neq 1$ et $x \neq -\frac{4}{3}$

Exercice 3

$$S =]-\frac{1}{2}; 3[$$

x	$-\frac{1}{2}$	3
$2x+1$	-	+
$x-3$	-	-
$(2x+1) \times (x-3)$	+	-

$$S =]-\infty; -\frac{1}{3}] \cup [5; +\infty[$$

x	$-\frac{1}{3}$	5
$3x+1$	-	+
$x-5$	-	-
$(x-5) \times (3x+1)$	+	-

Calcul littéral

Exercice 1

La bonne réponse est la figure de droite S3.

Le grand carré a une aire de 25 u.a. Le petit carré a une aire de $(x+3)^3$.

L'aire hachurée est la différence donc $25 - (x+3)^3$.

Exercice 2

$$\begin{aligned} A &= (x+1)(x-3) - 5(x-2) \\ &= x^2 - 3x + x - 3 - 5x + 10 \\ &= \mathbf{x^2 - 7x + 7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= (3x-5)^2 \\ &= (3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 5 + 5^2 \\ &= 9x^2 - 30x + 25 \\ &= \mathbf{9x^2 - 30x + 25} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= (10x-7)(10x+7) \\ &= (10x)^2 - 7^2 \\ &= \mathbf{100x^2 - 49} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= (8x+5)^2 \\ &= (8x)^2 + 2 \cdot 8x \cdot 5 + 5^2 \\ &= 64x^2 + 80x + 25 \\ &= \mathbf{64x^2 + 80x + 25} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= (6x-2)^2 - (2x+5)^2 \\ &= (36x^2 - 24x + 4) - (4x^2 + 20x + 25) \\ &= 36x^2 - 24x + 4 - 4x^2 - 20x - 25 \\ &= \mathbf{32x^2 - 44x - 21} \end{aligned}$$

Exercice 3

$$\begin{aligned} A &= 7(2x-5) \\ B &= 10(2a+1) \\ C &= 6x(2x+1) \\ D &= (x+2)(x-2) \\ E &= (2x-1)(x+2) \end{aligned}$$

Exercice 4

$$\begin{aligned} (-2x+1)(2x+1) &= (-2x+1)(x+4) \\ x^2 - 4x + 4 &= (x-2)^2 \\ 36x^2 + 36x + 9 &= (5x+8)(5x-8) \\ 4x^2 - 4x + 1 &= (2x+1)^2 \\ 25x^2 - 64 &= (5x+5)(-2x+1) \end{aligned}$$

Polynôme de second degré

Exercice 1

- Oui. $a = 3$; $b = 1$ et $c = -1$
- Non. Il y a un terme en x^3
- Oui.
 $a = \pi$; $b = -(1+\pi)$ et $c = \pi$

- Oui. $a = \frac{3}{2}$ et $b = 0$ et $c = -\frac{1}{2}$
- Non. Il y a un terme en $\frac{1}{x}$

Exercice 2

- $f(x) = (x+2)^2 + 5$
- $f(x) = (x-3)^2 - 9$
- $f(x) = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$
- $f(x) = (x-3)^2 - 25$

Équation du second degré

Exercice 1

Somme

$$\begin{aligned} f(x) &= 3x^2 - 6x + 1 \\ g(x) &= 6x^2 - 4x + 3 \\ h(x) &= x^2 - 6x + 3 \\ k(x) &= -x^2 + 3x - 6 \end{aligned}$$

Produit

$$\begin{aligned} 6 &= 3 \cdot 2 \\ 3 &= 1 \cdot 3 \\ \frac{1}{3} &= \frac{1}{3} \cdot 1 \\ \frac{1}{2} &= \frac{1}{2} \cdot 1 \end{aligned}$$

Exercice 2

$$2x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$\text{Solutions : } x = \frac{1+\sqrt{7}}{2} \text{ ou } x = \frac{1-\sqrt{7}}{2}$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad 3x + 3x^2 &= -1 \\ \Delta &< 0 \text{ donc pas de solution réelle.} \end{aligned}$$

$$\bullet \quad 8x^2 - 4x + 2 = \frac{3}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{On multiplie par 2 pour simplifier :} \\ 16x^2 - 8x + 1 &= 0 \\ \Delta &= (-8)^2 - 4 \cdot 16 \cdot 1 = 64 - 64 = 0 \\ \text{Donc une seule solution :} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{8}{32} = \frac{1}{4} \\ \text{Solution : } x &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\bullet \quad -2(x-1)^2 - 3 = 0$$

On isole :

$$-2(x-1)^2 = 3$$

$$(x-1)^2 = -\frac{3}{2}$$

Un carré ne peut pas être négatif. Aucune solution réelle.

$$\bullet \quad (x+2)(3-2x) = 0$$

Produit nul $\Rightarrow$ un des deux facteurs vaut 0.

Cas 1

$$x+2=0 \Rightarrow x=-2$$

Cas 2

$$3-2x=0 \Rightarrow 2x=3 \Rightarrow x=\frac{3}{2}$$

Solutions

$$x = -2 \text{ ou } x = \frac{3}{2}$$

Inéquations de second degré

$$a. \quad 3x^2 > 2x + 1$$

On met tous les termes du même côté :

$$3x^2 - 2x - 1 > 0$$

Calcul du discriminant :

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \times 3 \times (-1) = 4 + 12 = 16$$

Racines :

$$x_1 = \frac{2-4}{6} = -\frac{1}{3}, x_2 = \frac{2+4}{6} = 1$$

Le trinôme est **positif** à l'extérieur des racines (car $a > 0$) :

$$x < -\frac{1}{3} \text{ ou } x > 1$$

$$b. \quad x^2 \leq 6x - 1$$

On met tous les termes du même côté : $x^2 - 6x + 1 \leq 0$

Discriminant :

$$\Delta = (-6)^2 - 4 \times 1 \cdot 1 = 36 - 4 = 32$$

Racines :

$$x_1 = \frac{6-\sqrt{32}}{2} = 3-2\sqrt{2}$$

$$x_2 = \frac{6+\sqrt{32}}{2} = 3+2\sqrt{2}$$

Le trinôme est **négatif ou nul** entre les racines (car $1 > 0$) :

$$3-2\sqrt{2} \leq x \leq 3+2\sqrt{2}$$

$$c. \quad \frac{2x^2-12x+19}{x-2} \leq 0$$

Domaine : $x \neq 2$.

Étude du numérateur

$$2x^2 - 12x + 19$$

Discriminant :

$$\Delta = (-12)^2 - 4 \times 2 \times 19$$

$$= 144 - 152 = -8 < 0$$

$\Rightarrow$ pas de racine réelle, et $2 > 0$, donc

$$2x^2 - 12x + 19 > 0$$

pour tout $x \in \mathbb{R}$.

Le signe de la fraction est donc

le **même que celui de** $x-2$:

- si $x-2 < 0$ (i.e. $x < 2$), la fraction est **négative** ;
- si $x-2 > 0$ (i.e. $x > 2$), la fraction est **positive**.

Comme le numérateur n'est jamais nul, la fraction n'est **jamais égale à 0**.

Donc

$$\frac{2x^2 - 12x + 19}{x-2} \leq 0 \Leftrightarrow x < 2.$$

$$S_c =]-\infty, 2[$$

$$d. \frac{1}{x} > \frac{x}{x+2} \Leftrightarrow \frac{1}{x} - \frac{x}{x+2} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+2-x^2}{x(x+2)} > 0$$

On calcule le discriminant de $x + 2 - x^2$ avec $a = -1$, $b = 1$ et $c = 2$.

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1 + 8 = 9 > 0$$

Il y a donc deux racines réelles :

$$x_1 = \frac{-1-\sqrt{9}}{-2} = 2 \text{ et}$$

$$x_2 = \frac{-1+\sqrt{9}}{-2} = -1.$$

$$x(x+2) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x =$$

$$-2 \text{ et } x(x+2) > 0$$

$$\Leftrightarrow x \in]-\infty; -2[\cup]0; +\infty[.$$

On obtient donc le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	-2	-1	0	2	$+\infty$
$x+2-x^2$	-	-	0	+	+	-
x	-	-	0	+	+	+
$x+2$	-	0	+	+	+	+
$\frac{x+2-x^2}{x(x+2)}$	-	+	0	-	+	-

L'ensemble des solutions est donc

$$S_d =]-\infty; -2[\cup]0; 2[$$

Tableau croisé d'effectifs

Exercice 1

Durée (en min)	(T)	(O)	(Ta)	Total
[0 ; 30[	6	1	5	12
[30 ; 60[	6	5	2	13
[60 ; 90[	0	5	0	5
Total	12	11	7	30

Exercice 2

Nina n'aime **ni le jambon ni le pain blanc** → Elle prend **fromage + pain complet**.

Léa est végétarienne

→ Elle ne mange pas de jambon.

Le sandwich *fromage + pain*

complet est déjà pris,

→ Léa prend **fromage + pain blanc**.

Tom n'aime pas le fromage

→ Il prend jambon.

Parmi Tom, Lucas et Emma, un seul prend du pain complet, et c'est Emma.

→ Donc Tom prend pain blanc.

→ Tom prend jambon + pain blanc.

Toujours avec l'info : le seul (avec pain complet parmi Tom/Lucas/Emma) est Emma.

Il ne reste qu'un sandwich pain complet possible en jambon (car fromage complet est déjà pris).

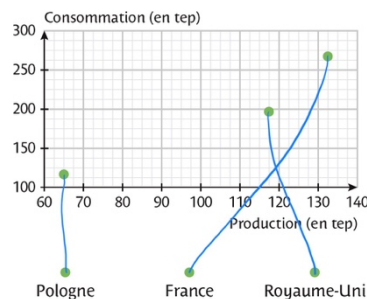
→ Emma prend jambon + pain complet.

Il reste uniquement jambon + pain blanc (et il en reste 1).

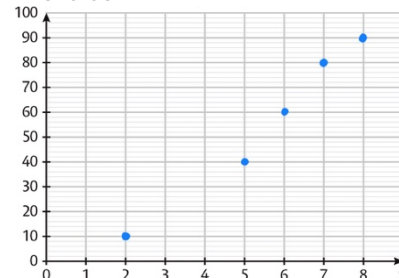
→ Lucas prend jambon + pain blanc.

Nuage de points

Exercice 1



Exercice 2



La puissance correspondante à une charge de 94% est environ de 8,5W.

Exercice 3

Oui; Non; Oui

Diagramme en barres

Exercice 1

a. Total en [0 ; 15[:

Filles 6 + Garçons 9 = 15

b. Temps de trajet le plus fréquent chez les garçons :

Garçons : 9 ([0 ; 15[), 15 ([15 ; 30[), 13 ([30 ; 45[) → maximum = 15

Réponse : [15 ; 30[

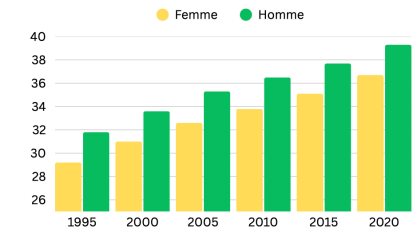
c. La plus grande différence est 5

Réponse : [15 ; 30[

d. En [30 ; 45[:

Filles = 12, Garçons = 13 → plus de garçons que de filles

Exercice 2



On suppose une évolution régulière (à peu près linéaire).

Étape 1 - On calcule l'augmentation

entre 2015 et 2020 (sur 5 ans)

Femmes : $36,7 - 35,1 = 1,6$ soit $+0,32$ an par an

Hommes : $39,3 - 37,7 = 1,6$ soit $+0,32$ an par an

Étape 2 - Projeter de 2020 à 2025

Augmentation estimée sur 5 ans :

$$0,32 \times 5 = 1,6$$

Étape 3 - Estimation en 2025

Femmes : $36,7 + 1,6 = 38,3$ ans

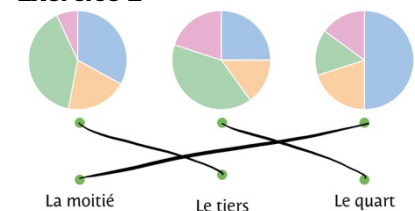
Hommes : $39,3 + 1,6 = 40,9$ ans

Diagramme circulaire

Exercice 1



Exercice 2

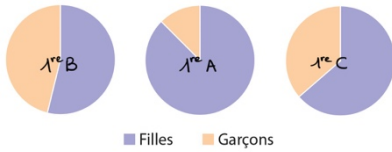


Exercice 3

$$1^{\text{re}} A : \frac{28}{32} = \frac{7}{8}$$

$$1^{\text{re}} B : \frac{14}{26} = \frac{7}{13}$$

$$1^{\text{re}} C : \frac{21}{33} = \frac{7}{11}$$



Calculer une probabilité

Exercice 1

a. 0,25 ; b. 0,1 ; c. 0,75

Exercice 2

a. 1 ; b. 0,6 ; c. 0,5

Exercice 3

$$p(A) = \frac{3}{7}; p(B) = \frac{4}{7}; p(C) = \frac{2}{7}$$

$$A \cap B = \{3; 4\} \text{ donc } p(A \cap B) = \frac{2}{7}$$

$$A \cup C = \{1; 2; 3; 4; 5\}$$

$$\text{donc } p(A \cup C) = \frac{5}{7}$$

$$p(\bar{A}) = 1 - p(A) = \frac{4}{7}$$

$$p(\bar{B}) = 1 - p(B) = \frac{3}{7}$$

On peut utiliser la formule :

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

$$= \frac{3}{7} + \frac{4}{7} - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$$

Autre méthode :

$$A \cup B = \{2; 3; 4; 5; 7\}$$

$$\text{Donc } p(A \cup B) = \frac{5}{7}$$

Fréquences

Exercice 1

a. Vrai

b. Faux

☞ on doit diviser par l'effectif de la sous-population vérifiant B

c. Faux

☞ « parmi » indique une sous-population → fréquence conditionnelle, pas marginale.

d. Vrai

Une fréquence conditionnelle est calculée sur un effectif plus petit ; elle

peut donc être plus élevée que la fréquence marginale correspondante.

Exercice 2

a. La fréquence de t-shirts rouges est $\frac{90}{180} = 0,50 = 50\%$

b. Dans le stock des t-shirts de taille L, la fréquence de t-shirts bleus est $\frac{29}{64} \approx 0,45 = 45\%$

c. Parmi les t-shirts bleus, la fréquence de ceux de taille M est $\frac{31}{90} \approx 0,34 = 34\%$

Exercice 3

a. Il y a 250 clubs de basket sur 800 clubs au total.

$$\frac{250}{800} = 0,3125 \approx 0,31$$

b. Il y a 280 clubs de football au stade sur 800 au total.

$$\frac{280}{800} = 0,35$$

c. Parmi les 330 clubs qui s'entraînent en gymnase, 210 sont des clubs de basket.

$$\frac{210}{330} \approx 0,636 \approx 0,64$$

d. Le nombre 150 correspond aux clubs de natation.

Le nombre 800 correspond au nombre total de clubs.

☞ Le calcul $\frac{150}{800} \approx 0,19$ représente donc la fréquence des clubs de natation parmi l'ensemble des clubs.

Tableau d'effectifs

Exercice 1

	Action	Comédie
Séance du soir	36	108
Séance de l'après-midi	84	132
Total	120	240

Exercice 2

Multiples de 3 entre 1 et 72 : $72 \div 3 = 24$

Non multiples de 3 : $72 - 24 = 48$

Rouges parmi les multiples de 3

$$: \frac{1}{3} \times 24 = 8$$

Vertes parmi les multiples de 3 : $24 - 8 = 16$

Vertes parmi les non multiples de 3

$$: \frac{3}{4} \times 48 = 36$$

Rouges parmi les non multiples de 3 : $48 - 36 = 12$

Totaux rouges : $8 + 12 = 20$

Totaux vertes : $16 + 36 = 52$

Vérif : $20 + 52 = 72$

	Multiple de 3	Non multiple de 3	Total
Rouge	8	12	20
Verte	16	36	52
Total	24	48	72

Exercice 3

	Café	Thé	Total
Matin	30	20	50
Après-midi	30	70	100
Total	60	90	150

Probabilités conditionnelles

Exercice 1

Effectif total : 294

a. Il y a 120 spectateurs qui préfèrent le rock. $P(\text{Rock}) = \frac{120}{294} = \frac{40}{98} \approx 0,41$

b. Il y a 54 spectateurs avec un pass week-end qui préfèrent la pop.

$$P(\text{Week-end} \cap \text{Pop}) = \frac{54}{294} = \frac{18}{98} \approx 0,18$$

c. Parmi les 150 spectateurs avec un pass journée, 66 préfèrent l'électro.

$$P_{\text{Pass journée}}(\text{Electro}) = \frac{66}{150} = \frac{22}{50} = 0,44$$

Exercice 2

$$1. p_A(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}$$

$$p_A(B) = \frac{0,18}{0,60} = 0,30$$

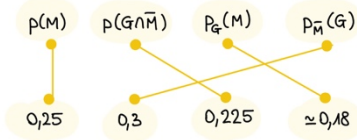
$$2. p_F(E) = \frac{p(F \cap E)}{p(F)}$$

$$p(F \cap E) = p_F(E) \times p(F)$$

$$= 0,50 \times 0,30 = 0,15$$

Exercice 3

	Placebo	Médicament	TOTAL
Guééri	18	4	22
Non guééri	42	16	58
TOTAL	60	20	80



Arbre de probabilités

Exercice 1

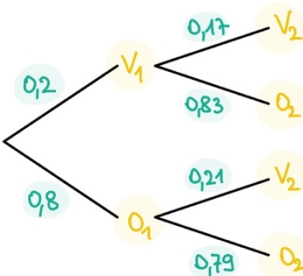
- Vrai
- Faux
- $p(D \cap E) = \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$. Vrai
- $p(\bar{D} \cap E) = \frac{1}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{15}$. Faux
- $p(D) = \frac{2}{3}$, $p_D(E) = \frac{1}{4}$
- $p(D \cap \bar{E}) = p(D) \times p_D(\bar{E}) = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$
- $p(\bar{D} \cap \bar{E}) = p(\bar{D}) \times p_{\bar{D}}(\bar{E}) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{15}$
- $p(\bar{E}) = p(D \cap \bar{E}) + p(\bar{D} \cap \bar{E}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{15} = \frac{17}{30}$

Exercice 2

- $p(G) = 0,63$; $p_G(H) = 0,52$; $p_G(\bar{H}) = 0,48$
- $p(G \cap H) = p(G) \times p_G(H) = 0,63 \times 0,52 = 0,3276$
 $p(\bar{G} \cap H) = p(\bar{G}) \times p_{\bar{G}}(H) = 0,37 \times 0,30 = 0,111$
- $p(H) = p(G \cap H) + p(\bar{G} \cap H) = 0,3276 + 0,111 = 0,4386$

Exercice 3

Attention : au 2e niveau, il ne reste que 24 boules !



Inverser le conditionnement

Exercice 1

- $p(F \cap E) = p(F) \times p_F(E) = 0,90 \times 0,03 = 0,027$
Bonne réponse : 0,027

- $p(E) = p(F)p_F(E) + p(\bar{F})p_{\bar{F}}(E) = 0,90 \times 0,03 + 0,10 \times 0,25 = 0,027 + 0,025 = 0,052$
Bonne réponse : 0,052

- $p_E(F) = \frac{p(F \cap E)}{p(E)} = \frac{0,027}{0,052} \approx 0,519 \approx 0,52$
Bonne réponse : 0,52

- $p(\bar{E}) = 1 - p(E) = 1 - 0,052 = 0,948$
Bonne réponse : 0,948

Exercice 2

Données :
 $p(O) = 0,65$ donc $p(\bar{O}) = 0,35$
 $p_O(S) = 0,30$
 $p_{\bar{O}}(S) = 0,80$

- $p(O \cap S) = p(O) \times p_O(S) = 0,65 \times 0,30 = 0,195$
- $p(S) = p(O \cap S) + p(\bar{O} \cap S) = 0,195 + 0,28 = 0,475$

- On cherche $p_S(\bar{O})$.
Par définition :

$$p_S(\bar{O}) = \frac{p(\bar{O} \cap S)}{p(S)} = \frac{0,28}{0,475} \approx 0,59$$

Sachant que l'employé est satisfait, la probabilité qu'il travaille en bureau individuel est d'environ 0,59 (59 %).

Événements indépendants

Exercice 1

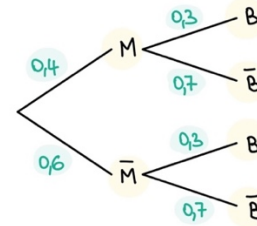
- Oui.** Les deux lancers de dé sont indépendants : le résultat du premier lancer n'influence pas le second.

- Oui.** Le tirage se fait **avec remise**, donc la composition de l'urne ne change pas entre les tirages. Les épreuves sont indépendantes.

- Non.** Le tirage se fait **sans remise** : le résultat du premier tirage modifie le contenu de l'urne, donc le second tirage dépend du premier.

- Non.** La classe et l'âge d'un élève ne sont pas indépendants : connaître la classe donne une information sur l'âge.

Exercice 2



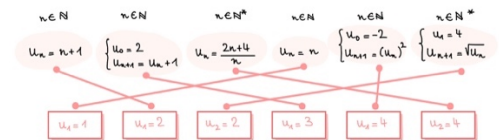
a.

- Sans aucun retard, c'est $\bar{M} \cap \bar{B}$
 $p(\bar{M} \cap \bar{B}) = p(\bar{M}) \times p(\bar{B}) = 0,60 \times 0,70 = 0,42$

- Retardés au moins une fois, c'est l'événement contraire de "aucun retard" :
 $p(\text{au moins un retard}) = 1 - 0,42 = 0,58$

C'est quoi, une suite ?

Exercice 1



Exercice 2

- $u_0 = 2$; $u_1 = 3$; $u_2 = 6$
- $u_{n+1} = (n+1)^2 + 2 = n^2 + 2n + 3$
 $u_n + 1 = n^2 + 3$

Exercice 3

- Calcul des premiers termes :
• $v_0 = 7$
• $v_1 = v_0 + 3 = 7 + 3 = 10$
• $v_2 = v_1 + 3 = 10 + 3 = 13$

- Calcul des premiers termes
 $w_1 = -3$
 $w_2 = w_1 \times (-2) = -3 \times (-2) = 6$
 $w_3 = w_2 \times (-2) = 6 \times (-2) = -12$

Suites arithmétiques

Exercice 1

- Oui
- Non car une suite arithmétique doit être monotone
- Non
- Oui
- Oui

Exercice 2

Une suite est arithmétique si la différence entre deux termes consécutifs est constante.

a. 7 ; 11 ; 15 ; 19 ; 23 ...

Différences : $11-7=4$, $15-11=4$, $19-15=4$, $23-19=4$

✓ Oui, la suite est arithmétique de raison $r = 4$.

b. 3 ; 8 ; 11 ; 16 ; 19 ; 24 ...

Différences : $8-3=5$, $11-8=3$, $16-11=5$, $19-16=3$, $24-19=5$

✗ Non, les différences ne sont pas constantes.

c. 3 ; 6 ; 12 ; 24 ; 48 ; 96 ...

Différences : 3, 6, 12, 24, 48

✗ Non, les différences ne sont pas constantes.

Exercice 3

Pour une suite arithmétique :

- si on connaît u_0 : $u_n = u_0 + nr$
- si on connaît u_1 : $u_n = u_1 + (n-1)r$

a. $u_0 = 15$, $r = 1,5$; $u_n = 15 + 1,5n$

b. $v_1 = 5$, $r = 20$; $v_n = 5 + (n-1) \times 20 = 20n - 15$

c. $w_0 = 8$, $r = -\frac{2}{3}$;
 $w_n = 8 + n \left(-\frac{2}{3}\right) = 8 - \frac{2n}{3}$

Exercice 4

On note u_0 le premier terme et r la raison arithmétique de u_n :

$$u_n = u_0 + nr$$

Cas 1

$$\begin{cases} u_4 = 12 = u_0 + 4r \\ u_9 = -8 = u_0 + 9r \end{cases}$$

Par soustraction membre à membre :

$$-8 - 12 = 9r - 4r$$

$$\Leftrightarrow -20 = 5r$$

$$r = -4$$

D'où

$$u_4 = 12 = u_0 + 4 \times (-4) = u_0 - 16$$

$$u_0 = 28$$

Le premier terme est donc

$$u_0 = 28 \text{ et la raison est } r = -4.$$

Cas 2

$$\begin{cases} u_{27} = 7 = u_0 + 27r \\ u_{10} = \frac{15}{7} = u_0 + 10r \end{cases}$$

Par soustraction membre à membre :

$$7 - \frac{15}{7} = 27r - 10r = 17r$$

$$\Leftrightarrow \frac{34}{7} \times \frac{1}{17} = r$$

$$r = \frac{2}{7}$$

D'où

$$u_{10} = \frac{15}{7} = u_0 + 10 \times \frac{2}{7} = u_0 + \frac{20}{7}$$

$$u_0 = -\frac{5}{7}$$

Le premier terme est donc

$$u_0 = -\frac{5}{7} \text{ et la raison est } r = \frac{2}{7}.$$

Sens de variation et représentation graphique

Exercice 1

a. La raison est négative.

✓ Suite décroissante

b. La raison est positive.

✓ Suite croissante

c. On ajoute 8 à chaque terme, la raison est positive.

✓ Suite croissante

d. La raison est négative.

✓ Suite décroissante

Exercice 2

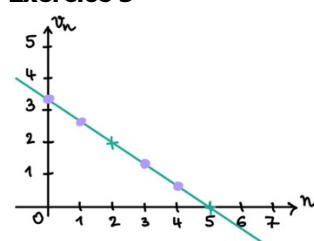
DÉCROISSANT

$u_{n+1} - u_n = -3$	$u_n = u_{n+1} + 3$
----------------------	---------------------

CROISSANT

$u_0 = 1$ $u_1 = 3$ $u_2 = 5$	(u_n) de raison $\frac{3}{10}$
(u_n) de raison $2 - \sqrt{2}$	$u_0 = -100$ et $A = d$

Exercice 3



Exercice 4

a. 6

b. -1

c. 0

Fonction affine

Exercice 1

a. Affine

b. Non affine

c. Non affine

d. Affine

e. Affine (les x^2 s'annulent !)

f. Affine

Exercice 2

a. $f(-2) = -6$ et $f(4) = 3$

On calcule le coefficient directeur

$$a = \frac{3 - (-6)}{4 - (-2)} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

On détermine b à l'aide de $f(4) = 3$

$$3 = \frac{3}{2} \times 4 + b$$

$$3 = 6 + b$$

$$b = -3$$

Donc $f(x) = \frac{3}{2}x - 3$

b. $g(2) = 12$ et $g(6) = 2$

Coefficient directeur

$$a = \frac{2 - 12}{6 - 2} = \frac{-10}{4} = -\frac{5}{2}$$

On détermine b avec $g(2) = 12$

$$12 = -\frac{5}{2} \times 2 + b$$

$$12 = -5 + b$$

$$b = 17$$

Donc $g(x) = -\frac{5}{2}x + 17$

c. $h(-1) = 5$ et $h(2) = 8$

Coefficient directeur

$$a = \frac{8 - 5}{2 - (-1)} = \frac{3}{3} = 1$$

On détermine b avec $h(2) = 8$

$$8 = 1 \times 2 + b$$

$$b = 6$$

Donc $h(x) = x + 6$

d. La fonction k passe par $A(0; 4)$

et $B(2; 0)$.

Coefficient directeur

$$a = \frac{0 - 4}{2 - 0} = -2$$

Comme $A(0; 4)$ appartient à la droite, on lit directement l'ordonnée à l'origine $b = 4$

Donc $k(x) = -2x + 4$

Exercice 3

Rappel

Une fonction est affine si elle peut s'écrire sous la forme $ax + b$.

a. $f(x) = (x + 4)^2 - x^2$

On développe

$$(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$$

Donc

$$f(x) = x^2 + 8x + 16 - x^2$$

$$f(x) = 8x + 16$$

La fonction est de la forme $ax + b$.

✓ **La fonction est affine**

b. $g(x) = (x - 1)^2 - 6x^2$

On développe

$$(x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$$

Donc

$$g(x) = x^2 - 2x + 1 - 6x^2$$

$$g(x) = -5x^2 - 2x + 1$$

Cette expression contient un terme en x^2 .

✗ **La fonction n'est pas affine**

Exercice 4

On cherche à savoir si les points $A(-1; -2)$, $B(2; 3)$ et $C(5; 8)$ appartiennent à la représentation graphique d'une **fonction affine**.

Une fonction affine a une représentation graphique qui est une **droite**. Les trois points doivent donc être **alignés**.

On calcule le coefficient directeur de la droite passant par A et B

$$m_{AB} = \frac{3 - (-2)}{2 - (-1)} = \frac{5}{3}$$

On calcule le coefficient directeur de la droite passant par B et C

$$m_{BC} = \frac{8 - 3}{5 - 2} = \frac{5}{3}$$

Les coefficients directeurs sont égaux, donc les points sont alignés.

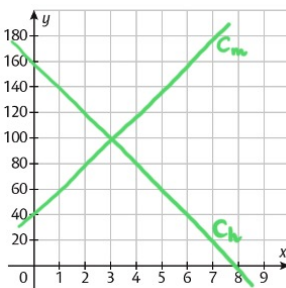
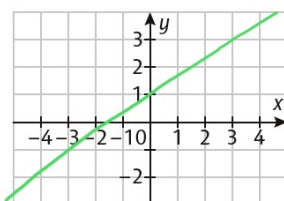
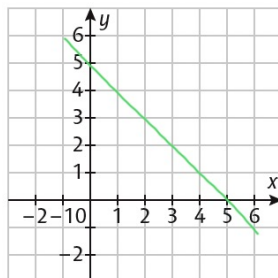
Les points A, B et C appartiennent à la représentation graphique d'une fonction affine.

On peut même déterminer cette fonction

$$f(x) = \frac{5}{3}x - \frac{1}{3}$$

Représentation graphique d'une fonction affine

Exercice 1



Exercice 2

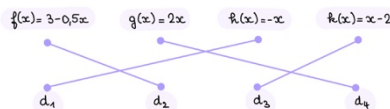
$$f_1(x) = \frac{2}{3}x$$

$$f_2(x) = \frac{3}{2}x - 1$$

$$f_3(x) = -x + 2$$

$$f_4(x) = 2$$

Exercice 3



Croissance linéaire

Exercice 1

- Faux
- Vrai
- Faux
- Vrai

Exercice 2

Les mesures sont relevées chaque semaine, donc à des instants séparés. Le phénomène est **discret**. La quantité augmente de façon régulière.

✎ **Croissance linéaire croissante.**

La hauteur d'eau dépend du temps, qui varie de manière continue. Le phénomène est **continu**. La fonction est affine de coefficient négatif.

✎ **Décroissance linéaire.**

Le nombre d'abonnés est compté chaque mois. Le phénomène est **discret**. La quantité augmente de façon régulière.

✎ **Croissance linéaire croissante.**

Exercice 3

a. Nombre de carreaux aux étapes 1, 2 et 3

En comptant directement sur les motifs :

Étape 1 : **8 carreaux**

Étape 2 : **16 carreaux**

Étape 3 : **24 carreaux**

b. Modélisation par une suite

On observe que le nombre de carreaux augmente de **8** à chaque étape. La variation est donc **linéaire**. On modélise par une suite arithmétique (u_n) de :

premier terme $u_1 = 8$; raison $r = 8$

L'expression de la suite est : $u_n = 8n$

c. Nombre de carreaux à l'étape 10

$$u_{10} = 8 \times 10 = 80$$

À l'étape 10, le motif est composé de **80 carreaux**.

Exercice 4

Le capital est augmenté une fois par an, au moment du versement des intérêts. Le phénomène est donc **discret**.

Les intérêts versés chaque année sont constants.

La croissance est donc **linéaire**.

On peut modéliser le capital accumulé par une **suite arithmétique** de premier terme

$v(0) = 8\,000$ et de raison $r = 180$.

On obtient alors

$$v(n) = 8\,000 + 180n$$

Seuil d'une croissance linéaire

Exercice 1

On résout $u(n) \geq 150$.

$$18 + 9n \geq 150$$

$$9n \geq 132$$

$$n \geq \frac{132}{9} = 14,6 \dots$$

Le plus petit entier naturel convenable est $\boxed{n = 15}$

Exercice 2

On cherche $v(n) < 0$.

$$40 - 6n < 0$$

$$-6n < -40$$

$$n > \frac{40}{6} = 6,6 \dots$$

Le plus petit entier naturel est $\boxed{n = 7}$

Exercice 3

On cherche $u_n > v_n$.

$$10 + 4n > 30 + n$$

$$3n > 20$$

$$n > \frac{20}{3} = 6,6 \dots$$

Le plus petit entier naturel est $\boxed{n = 7}$

Exercice 4

On cherche $f(x) \leq -30$.

$$15 - 3x \leq -30$$

$$-3x \leq -45$$

$$x \geq 15$$

La plus petite valeur de x est $\boxed{x = 15}$

Exercice 5

$x > 0,5$	$x \geq 3$	$x \geq 0$
-----------	------------	------------

Suites géométriques

Exercice 1

- Non
- Non
- Non
- Oui
- Oui

Exercice 2

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{6} \end{cases}$$

$$u_n = 3^{n+1}$$

$$u_n = 3^n \times 5^n$$

$$u_n = -3 \times 5^n$$

$$u_n = 5^{2n+1}$$

$$u_n = \frac{(-1)^n}{3^{n+1}}$$

$$u_n = 3$$

$$u_n = 3 \times 2^n + 2^{n+1}$$

Exercice 3

a. $u_2 = u_1 \times q = 5 \times (-3) = -15$

Pour $n \geq 1 : u_n = u_1 \times q^{n-1}$

Donc :

$$u_{15} = 5 \times (-3)^{15-1} = 5 \times (-3)^{14} = 23\,914\,845$$

b. $u_n = u_0 \times q^n$

donc $u_5 = -20 = u_0 \times q^5$ et

$$u_9 = -80 = u_0 \times q^9 = u_0 \times q^5 \times q^4 = -20q^4$$

$$-80 = -20q^4 \Leftrightarrow q^4 = \frac{-80}{-20} = 4$$

$$\Leftrightarrow q^2 = \sqrt{4} = 2$$

$$\Leftrightarrow q = \sqrt{2} \text{ ou } q = -\sqrt{2}$$

Sens de variation et représentation graphique

Exercice 1

- Vrai
- Vrai
- Faux
- Faux

Exercice 2

- Croissante
- Décroissante
- Décroissante
- Croissante

Exercice 3

On considère la suite définie par

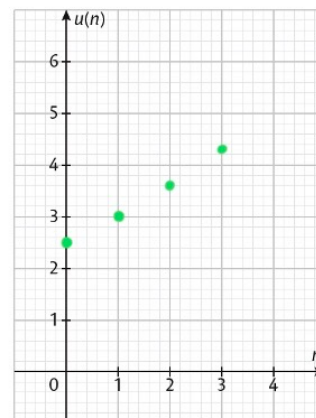
$$u_n = 2,5 \times 1,2^n \text{ pour } n \geq 0.$$

$$u_0 = 2,5 \times 1,2^0 = 2,5 \times 1 = 2,5$$

$$u_1 = 2,5 \times 1,2^1 = 2,5 \times 1,2 = 3$$

$$u_2 = 2,5 \times 1,2^2 = 2,5 \times 1,44 = 3,6$$

$$u_3 = 2,5 \times 1,2^3 = 2,5 \times 1,728 = 4,32$$



Fonction exponentielle de base a

Exercice 1

$$3 \times 3^{4,2} = 3^{1+4,2} = 3^{5,2}$$

$$5^x \times 5^2 \times 5 = 5^x \times 5^2 \times 5^1 = 5^{x+3}$$

$$a^x \times b^x = (ab)^x$$

$$\frac{4^{3,1}}{4^{1,6}} = 4^{3,1-1,6} = 4^{1,5}$$

$$\frac{(2a)^{2,5}}{2^{1,5}} = \frac{2^{2,5} a^{2,5}}{2^{1,5}} = 2^{1,5} a^{2,5} = 2a^{2,5}$$

Exercice 2

a. $2^3 \times 2^{1,7} = 2^{3+1,7} = 2^{4,7}$

b. $\frac{5^{4,2}}{5^{1,2}} = 5^{4,2-1,2} = 5^3$

c. $(0,4)^3 \times (0,4)^{2,5} = (0,4)^{3+2,5} = (0,4)^{5,5}$

d. $3^x \times 9^x = 3^x \times (3^2)^x = 3^x \times 3^{2x} = 3^{3x}$

e. $\frac{(2a)^{3,5}}{2^{1,5}} = \frac{2^{3,5} a^{3,5}}{2^{1,5}} = 2^{3,5-1,5} a^{3,5} = 2^2 a^{3,5}$

f. $\frac{8^{2x} \times 4^x}{2^{3x}} = \frac{(2^3)^{2x} \times (2^2)^x}{2^{3x}} = \frac{2^{6x} \times 2^{2x}}{2^{3x}} = \frac{2^{8x}}{2^{3x}} = 2^{5x}$

g. $\frac{6^{2x} \times 3^x}{2^x} = \frac{(2 \cdot 3)^{2x} \times 3^x}{2^x} = \frac{2^{2x} 3^{2x} \times 3^x}{2^x} = \frac{2^{2x} 3^{3x}}{2^x} = 2^{2x-x} \times 3^{3x} = 2^x \times 3^{3x} = (2 \times 27)^x = 54^x$

h. $(4^{x-1})^2 \times 2^{3-2x} = 4^{2(x-1)} \times 2^{3-2x} = 2^{4(x-1)} \times 2^{3-2x} = 2^{4x-4} \times 2^{3-2x} = 2^{4x-4+3-2x} = 2^{2x-1}$

i. $\frac{(0,5)^{2x} \times 10^x}{5^x} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{2x} \times (2 \cdot 5)^x}{5^x} = \frac{2^{-2x} \times 2^x \times 5^x}{5^x} = \frac{2^{-x} \times 5^x}{5^x} = 2^{-x}$

j. $\frac{2^{-2x} \times 2^x \times 5^x}{5^x} = 2^{-2x+x} = 2^{-x}$

Exercice 3

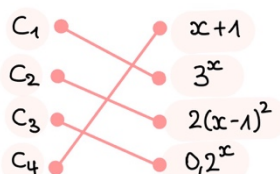
- Croissante
- Décroissante
- Décroissante
- Croissante
- Décroissante

Représentation graphique

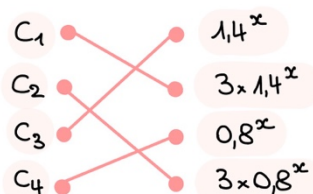
Exercice 1

Les courbes C_2 et C_3 ne peuvent pas être représentatives d'une fonction exponentielle.

Exercice 2



Exercice 3



Exercice 4

On considère une fonction de la forme

$$f(x) = k \times a^x.$$

1. Détermination de k

On lit sur le graphique la valeur de la fonction en $x = 0$.

On observe : $f(0) = 2$.

Or

$$f(0) = k \times a^0 = k.$$

Donc $k = 2$.

2. Détermination de a

On lit sur le graphique la valeur de la fonction en $x = 1$.

On observe : $f(1) \approx 1,6$.

Or $f(1) = k \times a = 2a$.

Donc $2a = 1,6 \Rightarrow a = 0,8$.

Conclusion

$$k = 2 \text{ et } a = 0,8$$

La fonction est donc :

$$f(x) = 2 \times 0,8^x.$$

Croissance exponentielle

Exercice 1

a. Oui. $\frac{6}{2} = \frac{18}{6} = \frac{54}{18} = 3$

b. Non. $\frac{10}{5} \neq \frac{15}{10}$

c. Oui. $\frac{27}{81} = \frac{9}{27} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

d. Oui. $\frac{-2}{1} = \frac{4}{-2} = \frac{-8}{4} = -2$

e. Oui. $\frac{3}{2} = \frac{4,5}{3} = \frac{6,75}{4,5} = 1,5$

f. Oui. $\frac{50}{100} = \frac{25}{50} = \frac{12,5}{25} = 0,5$

Exercice 2

a. **Exponentielle** : « +5 % chaque mois » $\Rightarrow$ on **multiplie** chaque mois par 1,05.

b. **Linéaire** : « +30 € chaque semaine » $\Rightarrow$ on **ajoute** toujours la même somme.

c. **Exponentielle** : « multipliée par 3 toutes les heures » $\Rightarrow$ on **multiplie** toujours par 3.

d. **Linéaire** : « +2 € chaque année » $\Rightarrow$ on **ajoute** toujours 2.

e. **Exponentielle** : « réduit de moitié chaque année » $\Rightarrow$ on **multiplie** par 0,5.

f. **Linéaire** : « +1 000 personnes par mois » $\Rightarrow$ on **ajoute** toujours 1000.

g. **Exponentielle** : « multipliée par 1,02 chaque année » $\Rightarrow$ on **multiplie** par 1,02.

Exercice 3

a. Modélisation par une suite

On note u_n le nombre de bactéries au bout de n heures.

Au départ, il y a 50 bactéries, donc :

$$u_0 = 50$$

Chaque heure, la population augmente de 20 %, ce qui revient à multiplier par :

$$1 + \frac{20}{100} = 1,2$$

$$\text{Ainsi : } u_{n+1} = 1,2 u_n$$

b. La suite u est une **suite exponentielle** (géométrique).

Terme initial : $u_0 = 50$

Raison : $q = 1,2$

c. La formule explicite est :

$$u_n = 50 \times 1,2^n$$

Exercice 4

- Nombre de segments aux quatre premières étapes

Étape 0 : 3 segments

Étape 1 : $3 \times 4 = 12$ segments

Étape 2 : $12 \times 4 = 48$ segments

Étape 3 : $48 \times 4 = 192$ segments

- Expression du nombre de segments à l'étape n

On note u_n le nombre de segments à l'étape n .

$$u_0 = 3$$

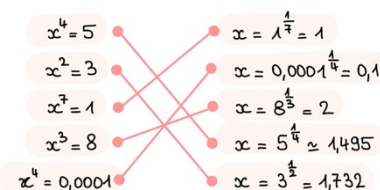
$$u_{n+1} = 4u_n$$

C'est une **suite géométrique** de raison 4. Donc :

$$u_n = 3 \times 4^n$$

Racine n -ième et taux d'évolution moyen

Exercice 1



Exercice 2

- $x^3 = 12$

$$x = \sqrt[3]{12} \approx 2,29$$

- $x^4 - 7 = 0$

$$x^4 = 7 \Leftrightarrow x = \sqrt[4]{7} \approx 1,63$$

- $3x^3 - 81 = 0$

$$3x^3 = 81 \Leftrightarrow x^3 = 27$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt[3]{27} = 3$$

- $-8 + 2x^3 = 10$

$$2x^3 = 18 \Leftrightarrow x^3 = 9$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt[3]{9} \approx 2,08$$

- $-5 + 4x^4 = 95$

$$4x^4 = 100 \Leftrightarrow x^4 = 25 \Leftrightarrow x = \sqrt[4]{25}$$

$$\text{Or } \sqrt[4]{25} = \sqrt{5}, \text{ donc}$$

$$x = \sqrt{5} \approx 2,24$$

Exercice 3

Rappel

Si le taux moyen par période est t et qu'il y a n périodes :

$$(1 + t)^n = \text{coefficient global}$$

a) Hausse globale de 25 % sur 5 périodes
 $(1+t)^5 = 1,25 \Rightarrow 1+t = 1,25^{1/5}$
 $t \approx 0,0456 \Rightarrow \boxed{+4,56 \%}$

b) Baisse globale de 12 % sur 3 périodes
 $(1+t)^3 = 0,88 \Rightarrow 1+t = 0,88^{1/3}$
 $t \approx -0,0416 \Rightarrow \boxed{-4,16 \%}$

c) Hausse globale de 8 % sur 4 périodes
 $(1+t)^4 = 1,08 \Rightarrow 1+t = 1,08^{1/4}$
 $t \approx 0,0194 \Rightarrow \boxed{+1,94 \%}$

d) Baisse globale de 50 % sur 8 périodes
 $(1+t)^8 = 0,50 \Rightarrow 1+t = 0,50^{1/8}$
 $t \approx -0,0833 \Rightarrow \boxed{-8,33 \%}$

Taux d'accroissement

Exercice 1

$$\begin{aligned} p &= 1 \\ p &= 0 \\ p &= -2 \\ p &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Exercice 2

a. Calcul des images
 $g(-2) = (-2)^3 + 2 = -8 + 2 = -6$
 $g(1) = 1^3 + 2 = 1 + 2 = 3$

b. Le taux d'accroissement de g entre -2 et 1 est :
 $\frac{g(1) - g(-2)}{1 - (-2)} = \frac{3 - (-6)}{3} = \frac{9}{3} = 3$
 Le taux d'accroissement de g entre -2 et 1 est **égal à 3**.

Exercice 3

a. Calcul des images
 $k(-5) = \frac{3 \times (-5) - 1}{-5 + 2} = \frac{-16}{-3} = \frac{16}{3}$
 $k(-3) = \frac{3 \times (-3) - 1}{-3 + 2} = \frac{-10}{-1} = 10$
 $k(1) = \frac{3 \times 1 - 1}{1 + 2} = \frac{2}{3}$
 $k(3) = \frac{3 \times 3 - 1}{3 + 2} = \frac{8}{5}$

b. Taux d'accroissement entre -5 et -3
 $\frac{k(-3) - k(-5)}{-3 - (-5)} = \frac{10 - \frac{16}{3}}{2}$
 $= \frac{\frac{30}{3} - \frac{16}{3}}{2} = \frac{\frac{14}{3}}{2} = \frac{7}{3}$

c. Taux d'accroissement entre 1 et 3

$$\begin{aligned} \frac{k(3) - k(1)}{3 - 1} &= \frac{\frac{8}{5} - \frac{2}{3}}{2} \\ &= \frac{\frac{24}{15} - \frac{10}{15}}{2} = \frac{\frac{14}{15}}{2} = \frac{7}{15} \end{aligned}$$

Nombre dérivé et tangente

Exercice 1

a. Une tangente est **horizontale** lorsque son coefficient directeur est **nul**.

Ici, $g'(2) = 0$.

✓ **Vrai**

b. Par définition, le **nombre dérivé** en un point est le **coefficient directeur de la tangente** en ce point.

✓ **Vrai**

c. Un coefficient directeur **négatif** signifie que la tangente est **décroissante**.

✓ **Vrai**

d. Le nombre dérivé est donné **au point considéré**. Ici, $g'(0) = 1$ concerne l'abscisse **0**, pas **1**.

✗ **Faux**

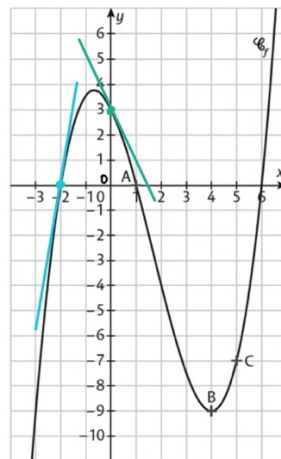
Exercice 2

$$\begin{aligned} f(0) &= 0 \\ f'(0) &= 0 \\ f(3) &= 0 \\ f'(3) &= \frac{9}{4} \end{aligned}$$

Exercice 3

a. $f'(1) < 0$
 $f'(4) = 0$
 $f'(5) > 0$

b.



c. $f'(2) < 0$ et $f'(-1) > 0$

d. Par lecture graphique, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x \approx -0,8$ ou $x = 4$

Modèle d'évolution

Exercice 1

a. $C'(t) > 0$ sur $[0; 24]$: **Faux** (la courbe augmente puis diminue, donc la dérivée n'est pas toujours positive)

b. $C'(t)$ est d'abord positive, puis négative : **Vrai** (avant le maximum la courbe monte $\Rightarrow C'(t) > 0$, après elle descend $\Rightarrow C'(t) < 0$)

c. $|C'(t)|$ est maximale pour $t = 3$: **Faux** (en $t \approx 3$, la courbe est au maximum donc la pente est proche de 0, ce n'est pas là que $|C'(t)|$ est la plus grande)

d. Pour $t > 3$, on peut dire que : $C'(t) < 0$ (la courbe est décroissante après le maximum)

e. Le médicament est éliminé le plus rapidement lorsque : **la courbe est fortement décroissante** (plus la pente est négative en valeur absolue, plus la concentration baisse vite)

f. À partir de quel moment la concentration commence-t-elle à diminuer ? **vers $t = 3$** (c'est le moment du maximum)

g. Que représente $C'(t)$ dans ce contexte ? **la vitesse d'évolution de la concentration** (en mg/L par heure)

h. Sur $[0; 3]$, la concentration : **augmente** (la courbe monte jusqu'au maximum)

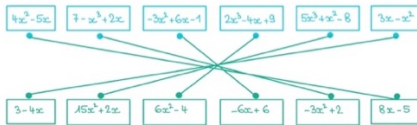
Exercice 2

a. La pente est la plus importante à l'endroit où la courbe descend le plus "raide" (là où elle est la plus inclinée). Sur le graphique, cela se voit vers $x \approx 1,2$ m (entre 1 m et 1,5 m). À cette longueur, on lit une hauteur d'environ $h(x) \approx 2,3$ m (entre 2 m et 2,5 m).
 Donc : la pente est maximale (en valeur absolue) vers $x \approx 1,2$ m, pour une hauteur $h \approx 2,3$ m.

b. Le nombre dérivé $h'(x)$ représente la pente de la tangente à la courbe. Comme la hauteur diminue, $h'(x)$ est **négatif**. Dire que "l'inclinaison est la plus importante" signifie : $h'(x)$ est le **plus petit** (le plus négatif) vers $x \approx 1,2$ m, et $|h'(x)|$ est **maximal** à cet endroit.

Fonctions dérivées

Exercice 1



Exercice 2

$$\begin{aligned} f_1'(x) &= 5x - 3 \\ f_2'(x) &= -12x^2 + 3x \\ f_3'(x) &= 28x^3 - 10x + 1 \\ f_4'(x) &= -\frac{15}{2}x^4 + 12x^2 - 2 \\ f_5'(x) &= 36x^5 - 20x^3 + 6x \\ f_6'(x) &= -14x^6 + \frac{20}{3}x^3 - 2x \\ f_7'(x) &= 4x^7 - 15x^4 + 6x^2 - 1 \\ f_8'(x) &= -36x^8 + 18x^5 - \frac{15}{2}x^2 + 7 \end{aligned}$$

Variations d'une fonctions

Exercice 1

x	$-\infty$	5	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
f			

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$
g'	-	0	+	+
g				

Exercice 2

$f(x) = 3x + 1$
 $f'(x) = 3 > 0$
 $f'(x) > 0$ pour tout x .
 La fonction est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$	$+\infty$
$\frac{g'}{f}(x)$	-	+
$\frac{g}{f}$		

$$\begin{aligned} g(x) &= x^2 - 2 \\ g'(x) &= 2x \end{aligned}$$

$g'(x) < 0$ si $x < 0$
 $g'(0) = 0$
 $g'(x) > 0$ si $x > 0$
 Variations
 -décroissante sur $] -\infty, 0[$
 -croissante sur $] 0, +\infty[$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$\frac{g'}{f}(x)$	-	0	+
$\frac{g}{f}$			

$$\begin{aligned} h(x) &= x^3 + 2x^2 \\ h'(x) &= 3x^2 + 4x = x(3x + 4) \\ \text{Zéros de } h'(x) : \\ x &= -\frac{4}{3} \text{ et } x = 0 \end{aligned}$$

Signe de $h'(x)$

$h'(x) > 0$ sur $] -\infty, -\frac{4}{3}[$
 $h'(x) < 0$ sur $] -\frac{4}{3}, 0[$
 $h'(x) > 0$ sur $] 0, +\infty[$
 Valeurs aux points critiques

$$h\left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{32}{27}; h(0) = 0$$

x	$-\infty$	$-\frac{4}{3}$	0	$+\infty$
$\frac{g'}{f}(x)$	+	0	-	+
$\frac{g}{f}$				

$$\begin{aligned} m(x) &= x^4 - 1 \\ m'(x) &= 4x^3 \end{aligned}$$

Signe de $m'(x)$

$m'(x) < 0$ si $x < 0$
 $m'(0) = 0$
 $m'(x) > 0$ si $x > 0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$\frac{g'}{f}(x)$	-	+	+
$\frac{g}{f}$			

Extremum

Exercice 1

Affine : Pas d'extremum sur $\mathbb{R}$
 Carré : Minimum en $O(0; 0)$
 Cube : Pas d'extremum sur $\mathbb{R}$
 Racine carrée : Minimum en $O(0; 0)$

Exercice 2

$$\begin{aligned} 1) f(x) &= x^2 - 4 \\ f'(x) &= 2x \\ f'(x) = 0 &\Leftrightarrow 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \end{aligned}$$

Signe de $f'(x)$: négatif si $x < 0$, positif si $x > 0$.
 Donc f décroît puis croît : minimum en $x = 0$.

$$f(0) = 0^2 - 4 = -4$$

Extremum : minimum -4 atteint en $x = 0$.

$$\begin{aligned} 2) g(x) &= x^2 - 4x + 1 \\ g'(x) &= 2x - 4 \\ g'(x) = 0 &\Leftrightarrow 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \end{aligned}$$

Signe de $g'(x)$: négatif si $x < 2$, positif si $x > 2$.
 Donc g décroît puis croît : minimum en $x = 2$.

$$\begin{aligned} g(2) &= 2^2 - 4 \times 2 + 1 \\ &= 4 - 8 + 1 = -3 \end{aligned}$$

Extremum : minimum -3 atteint en $x = 2$.

$$\begin{aligned} 3) h(x) &= -x^2 - 6x + 5 \\ h'(x) &= -2x - 6 \\ h'(x) = 0 &\Leftrightarrow -2x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = -3 \end{aligned}$$

Signe de $h'(x)$: positif si $x < -3$, négatif si $x > -3$.
 Donc h croît puis décroît : maximum en $x = -3$.

$$\begin{aligned} h(-3) &= -(-3)^2 - 6(-3) + 5 \\ &= -9 + 18 + 5 = 14 \end{aligned}$$

Extremum : maximum 14 atteint en $x = -3$.

$$\begin{aligned} 4) k(x) &= 2x^3 - 3x^2 \\ k'(x) &= 6x^2 - 6x = 6x(x - 1) \\ k'(x) &= 0 \\ &\Leftrightarrow 6x(x - 1) = 0 \\ &\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = 1 \end{aligned}$$

Étude du signe de $k'(x) = 6x(x - 1)$:

- si $x < 0 : x < 0$ et $x - 1 < 0$ donc $k'(x) > 0$
- si $0 < x < 1 : x > 0$ et $x - 1 < 0$ donc $k'(x) < 0$
- si $x > 1 : x > 0$ et $x - 1 > 0$ donc $k'(x) > 0$

Donc k croît sur $(-\infty, 0]$, décroît sur $[0, 1]$, puis croît sur $[1, +\infty)$.

Il y a donc :

un maximum local en $x = 0$

un minimum local en $x = 1$

Valeurs :

$$k(0) = 2 \cdot 0^3 - 3 \cdot 0^2 = 0$$

$$k(1) = 2 \cdot 1^3 - 3 \cdot 1^2 = 2 - 3 = -1$$

Extrema :

maximum local 0 atteint en $x = 0$

minimum local -1 atteint en $x = 1$

Étude du signe de $ax + b$

Exercice 1

x	$\frac{5}{2}$
$-2x + 5$	$\quad + \quad 0 \quad - \quad$

Exercice 2

x	2
$3x - 6$	$\quad - \quad 0 \quad + \quad$

Exercice 3

$3x - 4$	x	$-\infty$	0	$+\infty$
$-2x - 1$		$-$	0	$+$
$-7x + 8$	x	$-\infty$	0	$+\infty$
$2 - 3x$		$+$	0	$-$
$-1 + x$				

Exercice 4

Les courbes en bleu, noir, et orange.

Étude du signe de

$$a(x - x_1)(x - x_2)$$

Exercice 1

x	-5	4
3	$+$	$+$
$x + 5$	$-$	$+$
$x - 4$	$-$	0
$A(x)$	$+$	$+$

Exercice 2

x	-2	1
-2	$-$	$-$
$x + 2$	$-$	$+$
$x - 1$	$-$	0
$B(x)$	$-$	$-$

Exercice 3

a. $g(x) < 0$ pour tout réel x .

→ **Faux** (il est positif hors $[-4, 2]$)

b. $g(x)$ est d'abord négative, puis positive. → **Faux** (il est **positif**, puis **négatif**, puis **positif**)

c. $g(x) \geq 0$ si $x \in [-4; 2]$.

→ **Faux** (entre -4 et 2, $g(x) < 0$, sauf aux bornes où $g = 0$)

d. $g(x)$ change deux fois de signe.

→ **Vrai** (changement à -4 puis à 2)

e. $g(x) \geq 0$ si $x \in]-\infty; -4] \cup [2; +\infty[$.

→ **Vrai**

Exercice 4

Les courbes en vert, violet et bleu.

Variations d'un polynôme de degré 2

Exercice 1

a. $x = 3$

b. Décroissante

c. -2

Exercice 2

a. $f(x) = x^2 + 3x + 3$

x	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow \frac{3}{4} \nearrow$	$+\infty$

b. $f(x) = -2x^2 + 1$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 1 \searrow$	$-\infty$

c. $f(x) = (1 - x)(1 + x)$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 1 \searrow$	$-\infty$

Exercice 3

Le sommet de la parabole est $M(3; 0)$.

Ainsi $f(x) = a(x - 3)^2$.

On sait que le point $N(0; 3)$ appartient à la parabole. Donc $f(0) = a(-3)^2 =$

$$3 \Leftrightarrow 9a = 3$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{1}{3}$$

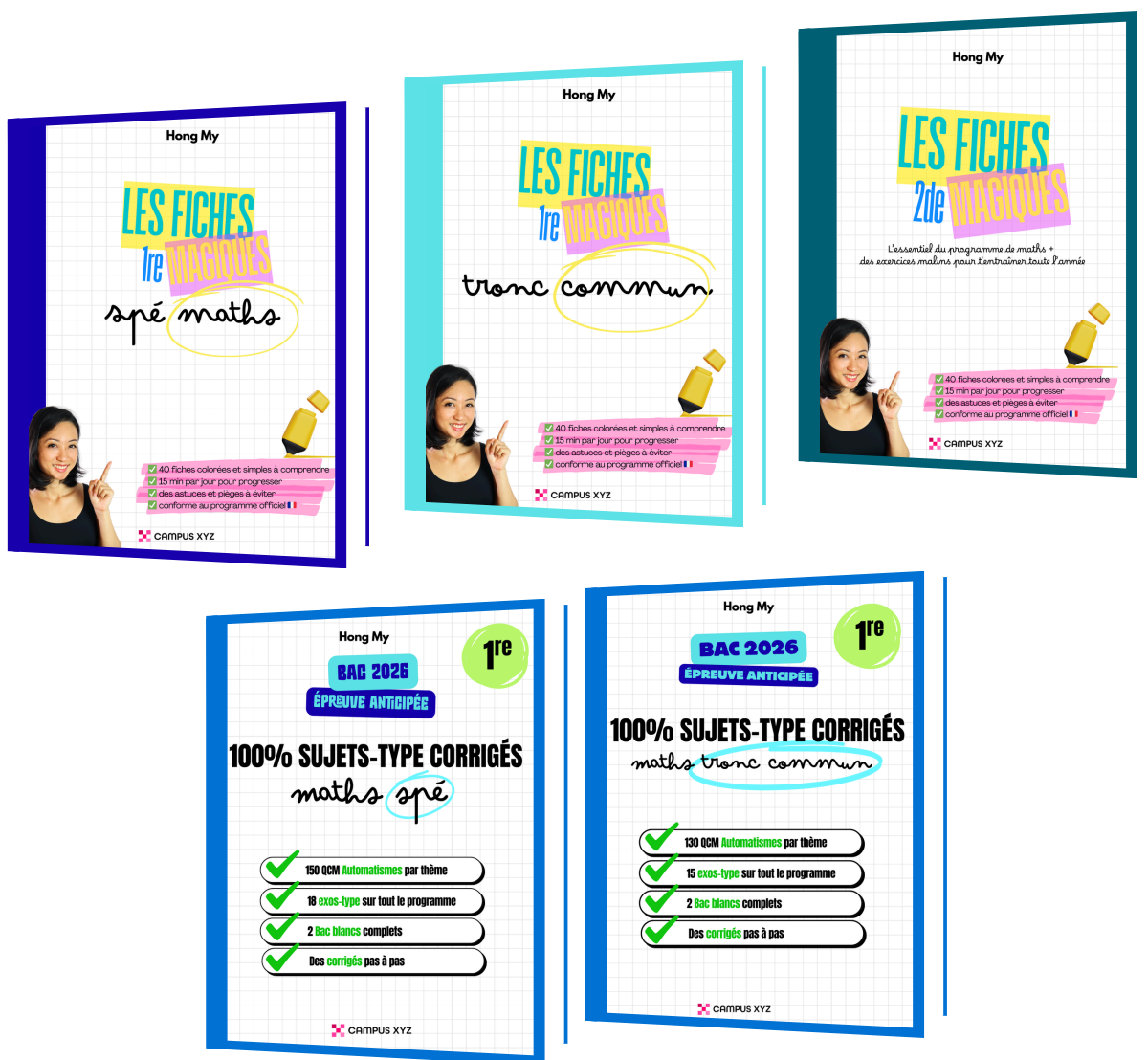
La forme factorisée est

$$f(x) = \frac{1}{3}(x - 3)^2$$

L'INDISPENSABLE

POUR RÉUSSIR L'ÉPREUVE ANTICIPÉE

Disponible sur campusxyz.fr



- ✓ des fiches colorées faciles à comprendre
- ✓ 150 QCM Automatismes
- ✓ Des sujets-type qui peuvent tomber au Bac
- ✓ Des corrigés détaillés pour être autonome

LES FICHES MAGIQUES

Le collection de référence pour te réconcilier avec les maths et tout comprendre !

Tu veux t'en sortir en maths sans te prendre la tête ?
Ce cahier est fait pour toi.

En 40 fiches simples et directes, tu retrouves tout ce qu'il faut savoir pour l'année, avec des rappels clairs et des exercices pour t'entraîner pas à pas. Idéal pour réviser à ton rythme, comprendre ce qui bloque, et garder confiance.

Que ce soit pour suivre en classe ou préparer les contrôles, ce cahier t'accompagne toute l'année.

- ✓ 40 fiches colorées et simples à comprendre
- ✓ des exercices corrigés pour t'entraîner
- ✓ les astuces et pièges à éviter