

Programme officiel

2026

j'entre en **T**^{le} spé
maths

Les maths en vacances

Programme de 30 séances
pour être zen à la rentrée

FICHES DE COURS

EXOS, QUIZ, JEUX •

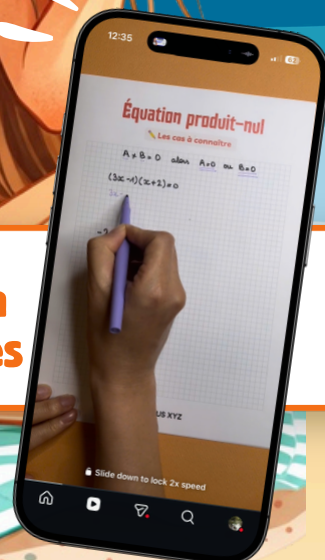
CORRIGÉS INCLUS

100% AUTONOME

des vidéos méthodes pas à
pas accessibles en QR codes



CAMPUS XYZ





Ce carnet appartient à

© 2026, Campus XYZ, publication indépendante.
37 avenue Foch, 75116 Paris
Dépôt légal : juin 2026

Tous droits réservés. Toute reproduction ou utilisation sous quelque forme et par quelque moyen électronique, photocopie, enregistrement ou autre que ce soit est strictement interdite sans l'autorisation écrite de l'éditeur.

PROGRAMME DE L'ÉTÉ EN 30 SÉANCES

 Coche les pages une fois celles-ci complétées

☐ à faire ☒ terminé

JOUR	BLOC	THÉMATIQUE	PAGE	MISSION ACCOMPLIE
JOUR 1	Calculs	Calcul mental	8	☐
JOUR 2	Calculs	Puissances et racines carrées	10	☐
JOUR 3	Calculs	Calcul littéral	12	☐
JOUR 4	Calculs	Équations et inéquations	14	☐
JOUR 5	Algèbre	Généralités sur les suites	24	☐
JOUR 6	Algèbre	Suites arithmétiques et géométriques	26	☐
JOUR 7	Algèbre	Variations et sens de variation d'une suite	28	☐
JOUR 8	Algèbre	Somme des termes et problèmes de synthèse sur les suites	30	☐
JOUR 9	Algèbre	Polynôme du second degré — forme canonique	32	☐
JOUR 10	Algèbre	Équation du second degré	34	☐
JOUR 11	Algèbre	Jeux de logique	36	☐
JOUR 12	Analyse	Variations et signe d'un trinôme	46	☐
JOUR 13	Analyse	Inéquations du second degré	48	☐
JOUR 14	Analyse	Dérivation	50	☐
JOUR 15	Analyse	Tangente en un point	52	☐
JOUR 16	Analyse	Variations et extremum	54	☐
JOUR 17	Analyse	Exponentielle : propriétés algébriques	56	☐
JOUR 18	Analyse	Fonction exponentielle	58	☐
JOUR 19	Analyse	Trigonométrie	60	☐
JOUR 20	Analyse	Équations et fonctions trigonométriques	62	☐
JOUR 21	Analyse	Jeux de logique	64	☐
JOUR 22	Géométrie	Produit scalaire	72	☐
JOUR 23	Géométrie	Applications du produit scalaire	74	☐
JOUR 24	Géométrie	Vecteurs et équation de droite	76	☐
JOUR 25	Géométrie	Cercles	78	☐
JOUR 26	Géométrie	Jeux de logique	80	☐
JOUR 27	Probabilités & Statistiques	Probabilités conditionnelles et totales	86	☐
JOUR 28	Probabilités & Statistiques	Épreuves indépendantes, variables aléatoires, espérance	88	☐
JOUR 29	Probabilités & Statistiques	Espérance, variance, écart-type	90	☐
JOUR 30	Probabilités & Statistiques	Jeux de logique	92	☐

CHOISIS TON PARCOURS



Parcours Relax

Réviser tranquillement pour une rentrée zen.
Objectif : **2 séances par semaine pendant tout l'été.**



Parcours régulier

Pour se remettre dans le bain avant la rentrée.
Objectif : **1 séance par jour pendant un mois.**



Parcours Intense

Tu as tout oublié ? Pas de panique, revois tout le programme en 2 semaines.
Objectif : **2 séances par jour pendant deux semaines.**

– MON CONTRAT DE RÉUSSITE –

Je soussigné(e), _____, m'engage officiellement à relever le défi des 30 jours pour maîtriser les maths et préparer ma rentrée sereinement.

Je m'engage à consacrer **30 minutes par jour** à mes exercices, sans distraction, en suivant le Parcours

Je m'engage à lire la fiche et/ou visionner la vidéo avant de commencer si je me sens bloqué(e). En cas d'erreur, je prendrai le temps de comprendre mon calcul grâce aux corrigés détaillés.

Récompense 🏆

Si je termine mon **Programme** et que je valide mes 30 jours, je m'autorise la récompense suivante :

Signature de l'Élève

Témoin du succès (Parent/Coach)

Fait à _____, le ____ / ____ / ____

CALCULS



CALCULER LES PUISSANCES

La puissance d'un nombre, c'est la **multiplication répétée** de ce nombre avec lui-même.

$$\begin{array}{c} \text{exposant} \nearrow \\ 2^4 = \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2}_{\substack{\text{base} \nearrow \\ 4 \text{ facteurs de } 2}} \end{array}$$

📌 RÈGLES DE CALCUL

Je **multiplie** deux puissances qui ont la même base en **additionnant leurs exposants**.

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

Je **divise** deux puissances qui ont la même base en **soustrayant les exposants**.

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Une **puissance de puissance** ? Je multiplie les exposants !

$$(a^n)^m = a^{n \times m}$$

Si les puissances n'ont pas la même base mais le **même exposant**, on peut factoriser.

Exemple : $2^7 \times 5^7 = (2 \times 5)^7 = 10^7$

$$a^m \times b^m = (ab)^m$$

La même règle s'applique pour un quotient.

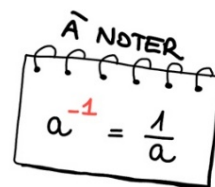
$$\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

📌 LA PUISSANCE NÉGATIVE, COMMENT ÇA MARCHE ?

Pour un nombre réel a non nul, et n un nombre entier, la **puissance négative**, c'est une **division répétée**.

Ainsi, a^{-n} c'est l'**inverse** de a^n .

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$



📌 ATTENTION, ERREURS CLASSIQUES

✗ Je ne peux pas additionner les puissances en **additionnant leurs exposants**.

$$a^m + a^n \neq a^{m+n} \quad \text{et} \quad a^m + b^n \neq (a+b)^n$$

✗ Je ne peux pas « **descendre** » le signe de l'exposant.

$$6^{-2} \neq -6^2 \quad \times \quad 6^{-2} = \frac{1}{6^2} = \frac{1}{36} \quad \checkmark$$



ÉQUATIONS ET INÉQUATIONS

✏️ RÉSOUDRE UNE ÉQUATION PRODUIT NUL

L'équation produit $A \times B = 0$ est équivalente à $A = 0$ ou $B = 0$

Exemple : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2x(x - 1) = 0$

$$2x(x - 1) = 0 \Leftrightarrow 2x = 0 \text{ ou } (x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = 1 \quad \checkmark$$

On note l'ensemble des solutions $S = \{0; 1\}$.



✏️ RÉSOUDRE UNE ÉQUATION QUOTIENT

L'équation quotient $\frac{A}{B} = 0$ est équivalente à $A = 0$ et $B \neq 0$.

Exemple : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\frac{x-3}{2x+6} = 0$.

$$x - 3 = 0 \text{ et } 2x + 6 \neq 0$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \text{ et } x \neq -3$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \quad \checkmark$$

On note l'ensemble des solutions $S = \{3\}$.



✏️ INÉQUATION PRODUIT

On étudie le signe de **chacun des facteurs** que l'on rassemble dans un tableau puis on applique la **règle des signes**.

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $(x + 1)(2x - 5) < 0$.

1. J'étudie le signe de $(x + 1)$.
2. J'étudie le signe de $(2x - 5)$.
3. Je rassemble dans un tableau et j'applique la règle des signes.
4. J'obtiens l'ensemble des solutions.

x	-1
$x+1$	- 0 +

x	$\frac{5}{2}$
$2x-5$	- 0 +

x	-1	$\frac{5}{2}$	
$x+1$	-	0	+
$2x-5$	-	0	+
$(x+1)x$ $(2x-5)$	+	0	+

$$S =]-1; \frac{5}{2}[$$



JOUR 1

CALCUL MENTAL

Exercice 1 Multiplier et diviser par 10, 100, 1 000

 Multiplier par 10, 100, 1 000 : déplace la virgule vers la droite.

Diviser : déplace vers la gauche.

a. $3,47 \times 100 =$

e. $7\,200 \div 1\,000 =$

b. $0,06 \times 1\,000 =$

f. $0,305 \times 100 =$

c. $52,4 \div 10 =$

g. $4,1 \div 1\,000 =$

d. $0,008 \times 10\,000 =$

h. $63 \div 10\,000 =$

Exercice 2 Multiplier et diviser par 0,1 et 0,01

 Multiplier par 0,1 revient à diviser par 10 ;

multiplier par 0,01 revient à diviser par 100. Et inversement pour la division.

a. $14 \times 0,1 =$

e. $42 \times 0,01 =$

b. $5,6 \times 0,01 =$

f. $0,08 \div 0,01 =$

c. $0,3 \div 0,1 =$

g. $9 \times 0,001 =$

d. $7 \div 0,01 =$

h. $560 \div 0,1 =$

Exercice 3 Multiplier et diviser par 5, 50, 0,5

 $\times 5$: multiplier par 10 puis diviser par 2.

$\times 50$: multiplier par 100 puis diviser par 2.

$\times 0,5$: diviser par 2. Inverser pour les divisions.

a. $48 \times 5 =$

e. $17 \times 0,5 =$

b. $370 \div 5 =$

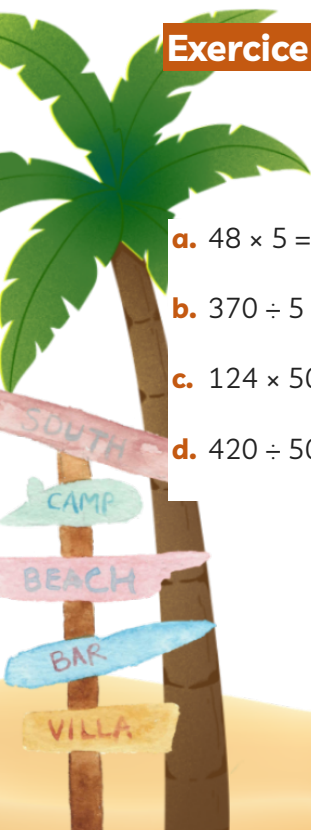
f. $86 \div 0,5 =$

c. $124 \times 50 =$

g. $230 \div 5 =$

d. $420 \div 50 =$

h. $34 \times 50 =$





Exercice 4 🎯 Multiplier et diviser par 4, 25, 40

💡 $\times 4$: doubler deux fois.

$\times 25$: multiplier par 100 puis diviser par 4.

$\times 40$: multiplier par 4 puis par 10. Inverser pour les divisions.

a. $36 \times 4 =$

e. $17 \times 40 =$

b. $650 \div 4 =$

f. $360 \div 40 =$

c. $48 \times 25 =$

g. $124 \times 4 =$

d. $1\,200 \div 25 =$

h. $75 \div 25 =$

Exercice 5 ★ Calcul de pourcentages

💡 10 % : diviser par 10.

5 % : diviser par 20 (ou prendre la moitié de 10 %).

25 % : diviser par 4.

1 % : diviser par 100.

Combiner ces briques pour les autres pourcentages

a. 10 % de 340 =

e. 1 % de 4 700 =

b. 5 % de 80 =

f. 30 % de 90 =

c. 25 % de 240 =

g. 75 % de 120 =

d. 15 % de 60 =

h. 2,5 % de 200 =

Bilan du jour

Ce que j'ai réussi :

Les points à travailler pour la rentrée :

Temps passé :

Bilan de la séance : 😄 😊 😐 😞





JOUR 2

PUISSANCES ET RACINES CARRÉES

Exercice 1  Simplifier au maximum les expressions suivantes :

a. $\frac{x^4 \times x^{-2}}{x^3} =$

e. $(3x^2)^2 \times (2x)^3 =$

b. $\frac{(2a^2)^3}{4a^4} =$

f. $\frac{(a^3b)^2}{(ab)^2} =$

c. $(ab^2)^3 \times a^{-2} =$

g. $(x^{-2})^{-3} =$

d. $x^5 \times x^{-5} =$

h. $4a^3 \times (2a)^{-2} =$

Exercice 2  Simplifier au maximum les expressions suivantes.

$A = \frac{10^9 \times 6^3}{25^4 \times 3 \times 2^{11}}$

$A =$

$A =$

$B = \frac{1}{10^{118}} - \frac{1}{10^{119}}$

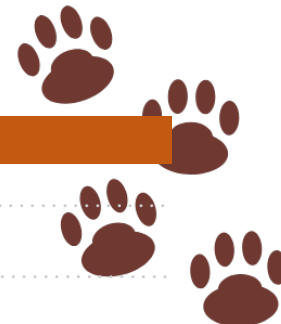
$B =$

$B =$

$C = 5^{108} \times 2^{106} \times 11 \times \frac{1}{10^{107}}$

$C =$

$C =$



Exercice 3 🔍 Simplifier au maximum les expressions suivantes.

a. $\sqrt{3} \times \sqrt{12} =$

e. $\sqrt{a^2} \times \sqrt{b^4} =$

b. $3\sqrt{2} + \sqrt{8} =$

f. $\sqrt{2} \times \sqrt{8x^2} =$

c. $\sqrt{75} - \sqrt{27} =$

g. $2\sqrt{3} \times 3\sqrt{3} =$

d. $(\sqrt{5})^2 \times \sqrt{4} =$

h. $\sqrt{x^2 + 2x + 1} =$

Exercice 4 🎯 Simplifier au maximum les expressions suivantes.

1. $\sqrt{x^6} =$

5. $(\sqrt{x})^2 \times x^{-1} =$

2. $(\sqrt{a})^4 =$

6. $(a^{1/2} \times a^{3/2})^2 =$

3. $x^{1/2} \times x^{3/2} =$

7. $\sqrt{9x^2} \times (3x)^{-1} =$

4. $\frac{\sqrt{4a^4b^2}}{2ab} =$

8. $\frac{(2\sqrt{a^3})^2}{4a} =$

Exercice 5 ★ Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ où b est un entier naturel et a un entier relatif.

A = $5\sqrt{48} - 2\sqrt{75} + 7\sqrt{108}$

A =

B = $3\sqrt{20} + 2\sqrt{45} - 6\sqrt{245}$

B =

C = $-5\sqrt{28} + 3\sqrt{112} + 2\sqrt{175}$

C =

Bilan du jour

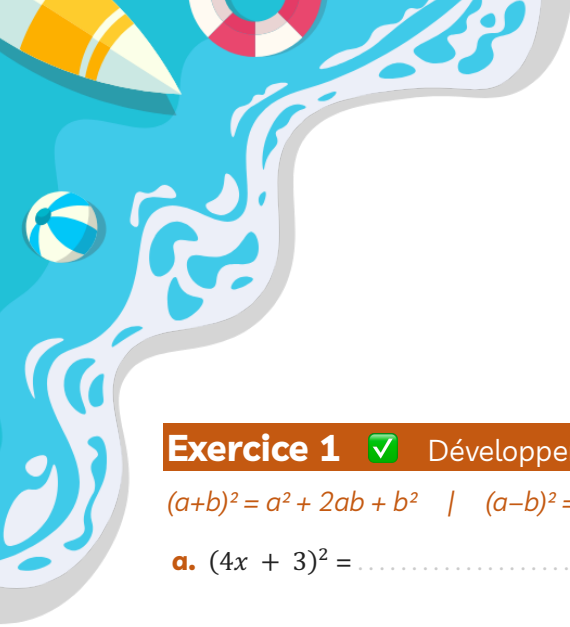
Ce que j'ai réussi :

Les points à travailler pour la rentrée :

Temps passé :

Bilan de la séance : 😄 😊 😐 😞





JOUR 3

CALCUL LITTÉRAL

Exercice 1 Développer, réduire et ordonner

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad | \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad | \quad (a+b)(a-b) = a^2 - b^2.$$

a. $(4x + 3)^2 =$

e. $\left(2x - \frac{1}{2}\right)^2 =$

b. $(6x - 7)^2 =$

f. $(2x + 5)^2 - (3x - 4)^2 =$

c. $(5x + 4)(5x - 4) =$

g. $(5x + 7)^2 + (2x - 6)^2 =$

d. $\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 =$

Exercice 2 Développer à l'aide des identités remarquables

$$A = (\sqrt{3} - \sqrt{5})^2$$

A =

$$B = (\sqrt{2} + 3\sqrt{5})^2$$

B =

$$C = (\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3})$$

C =

$$D = (\sqrt{5} - \sqrt{2})^2$$

D =

$$E = (2\sqrt{5} + 3\sqrt{2})^2$$

E =



Exercice 3



Factoriser en utilisant les identités remarquables

a. $x^2 - 10x + 25 =$

.....

b. $9 + 6x + x^2 =$

.....

c. $1 - x^2 =$

.....

d. $4x^2 + 12x + 9 =$

.....

e. $64x^2 - 121 =$

.....

f. $256x^2 + 384x + 144 =$

.....



Exercice 4

Pour tout réel x positif, déterminer l'inverse de $\sqrt{x+1} - \sqrt{x}$. Cet inverse sera écrit sans fraction.

.....
.....
.....

Exercice 5

On considère l'expression $D = (2x - 7)^2 + 4x^2 - 49$

1. Factoriser D (pensez à l'identité remarquable $a^2 - b^2$).

.....
.....

2. Développer et réduire D .

.....
.....

3. Résoudre $D = 0$.

.....
.....

Bilan du jour

Ce que j'ai réussi :

Les points à travailler pour la rentrée :

Temps passé :

Bilan de la séance : 😊 😐 😐 😐



JOUR 4

ÉQUATIONS

Exercice 1 Résoudre les équations suivantes

1. $\frac{5x}{3} = \frac{2}{7}$

2. $0 = 5 - 3x$

3. $\frac{x+2}{5} = \frac{x-1}{3}$

4. $\frac{2x-1}{4} = \frac{x+3}{6}$

Exercice 2 Résoudre les équations (produit nul)

1. $(7x - 1)(-2x - 5) = 0$

2. $(-5x + 2)(3x - 7) = 0$

3. $(4x - 1)(-7x + 2) = 0$

4. $(4x - 1)(x + 5) - (4x - 1)(2x + 3) = 0$

Exercice 3 Résoudre les équations (préciser l'ensemble d'étude)

1. $\frac{1}{x+4} = 7$

2. $\frac{x+1}{x+3} = 4$

3. $\frac{x+1}{x+2} = \frac{3}{4}$

4. $\frac{2x+1}{3x+4} = \frac{4}{5}$

Exercice 4 🎯 Résoudre les équations suivantes (préciser l'ensemble d'étude)

1. $\frac{4}{3}x - \frac{5}{4} = x + \frac{1}{12}$

2. $\frac{4x-1}{x-4} = 0$

3. $x - 3 + 2(x^2 - 9) + (x - 3)(2x + 6) = 0$

4. $\frac{x^2-5}{x-5} = 1$

5. $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} = 0$

6. $(x + 1)^2 = 16$

7. $\frac{1}{x+1} = 0$

8. $\frac{3}{x-1} - 4 = \frac{4x}{2-x}$

9. $x^2 - 6 = 0$

10. $x^2 = -5x$

Exercice 5 ★ Problème

Déterminer deux entiers naturels consécutifs dont la différence des carrés vaut 603.

Bilan du jour

Ce que j'ai réussi :

Les points à travailler pour la rentrée :

Temps passé : _____

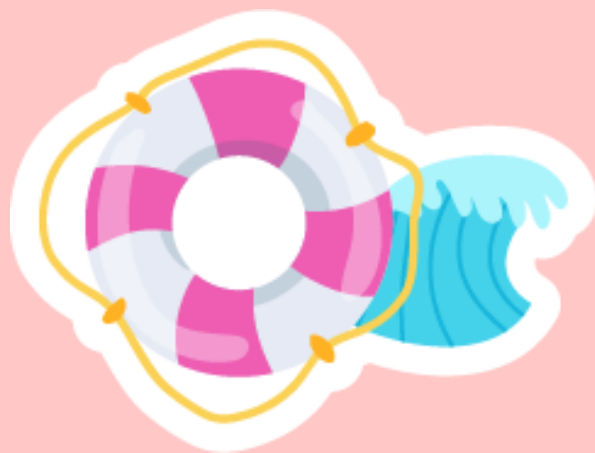
Bilan de la séance : 🥳 😊 😐 🤔

Découvre les fiches magiques

Disponible sur campusxyz.fr



ALGÈBRE



C'EST QUOI, UNE SUITE ?

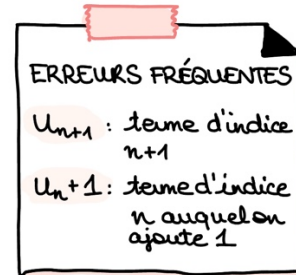


NOTION DE SUITE

Une **suite** est une fonction définie sur $\mathbb{N}$ ou sur une partie de $\mathbb{N}$. L'image d'un entier n par la fonction u est notée u_n ou $u(n)$. On distingue les notations :

u_n : n est l'indice
le terme d'indice n

(u_n) : notation de la suite



Attention : le premier terme n'est pas forcément u_0 : il peut être $u_1, u_3, etc \dots$

- Si le premier terme est u_0 alors u_n est le **$(n+1)^e$** terme de la suite.
- Si le premier terme est u_1 alors u_n est le **n^e** terme de la suite.



COMMENT DÉFINIR UNE SUITE

Une suite peut être définie par :

- une formule **explicite** de type

$$u_n = f(n) \quad \text{une expression en } n$$

Pour calculer les premiers termes, il suffit de remplacer n par le rang.

Exemple : Calculer u_3 de la suite (u_n) définie par $u_n = \sqrt{1+n^2}$.

$$u_3 = \sqrt{1+3^2} = \sqrt{10} \quad \checkmark$$

- un **premier terme connu** et une **relation de récurrence** de type $u_{n+1} = f(u_n)$

$$\begin{cases} u_0 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases} \quad \text{une expression avec } u_n$$

Exemple : Calculer u_3 de la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 2 - u_n \end{cases}$

On part du premier terme donné, et on calcule de proche en proche les valeurs :

Pour $n = 0$: $u_1 = 2 - u_0 = 2 - 3 = -1$

Pour $n = 1$: $u_2 = 2 - u_1 = 2 - (-1) = 3$ (on reprend la valeur u_1 plus haut)

Pour $n = 2$: $u_3 = 2 - u_2 = 2 - 3 = -1 \quad \checkmark$ (on reprend la valeur u_2 plus haut)



VARIATIONS D'UNE SUITE

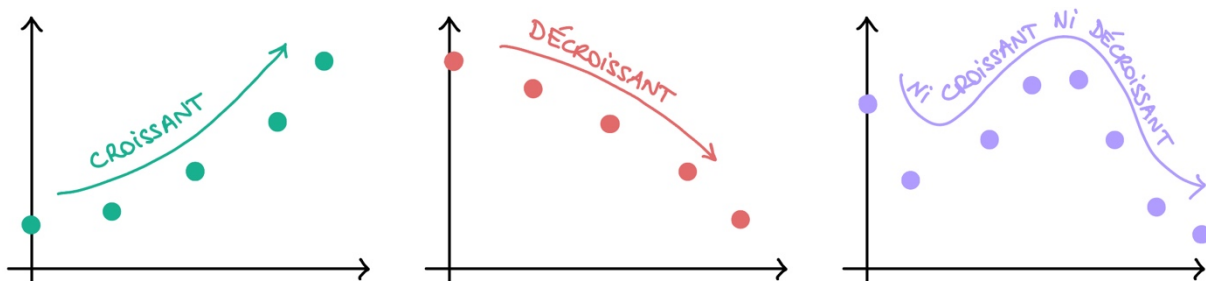
Soit (u_n) une suite. Pour tout n :

- si $u_{n+1} - u_n > 0$, alors (u_n) est strictement **croissante**.
- si $u_{n+1} - u_n < 0$, alors (u_n) est strictement **décroissante**.

Remarque : une suite peut être croissante ou décroissante **à partir d'un certain rang**, et pas forcément sur l'ensemble de définition.

Vocabulaire : Une suite est **monotone** si elle est soit croissante, soit décroissante.

Attention ! Une suite peut être **ni croissante, ni décroissante**.



CAS SPÉCIAL

Soit (u_n) une suite dont tous les termes sont **strictement positifs**.

Pour tout n , si

- si $\frac{u_{n+1}}{u_n} > 1$ alors est strictement **croissante**.
- si $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$ alors est strictement **décroissante**.

Cette propriété est pratique pour étudier les **suites géométriques**.



SCANNE MOI



MÉTHODE

Pour déterminer le sens de variation d'une suite :

1. On détermine si la suite est **arithmétique**, **géométrique**, ou ni **l'une ni l'autre**.
2. Si la suite est arithmétique on conclut selon le **signe de la raison**.
3. Si la suite est géométrique, on conclut à l'aide du **tableau** de la fiche précédente.
4. Sinon, on calcule $u_{n+1} - u_n$ et on conclut selon le signe.

SUITES ARITHMÉTIQUES



DÉFINITION

Une **suite arithmétique** est une suite dont chaque terme s'obtient en **ajoutant** au terme précédent un même nombre réel, appelé **raison**.

Une suite (u_n) est **arithmétique** s'il existe un réel r tel que tout $n \in \mathbb{N}$:

$$u_{n+1} = u_n + r \quad \text{c'est une relation de récurrence}$$

Pour tous $n \in \mathbb{N}$ et $p \in \mathbb{N}$, la formule **explicite** est donnée par :

Si le premier terme est u_0

$$u_n = u_0 + n \times r$$

Si le premier terme est u_p

$$u_n = u_p + (n-p)r$$

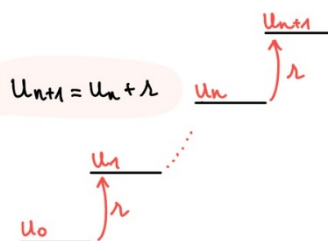
✚ **Méthode** : Pour calculer le terme de rang n , on remplace n par le nombre.

Soit la suite arithmétique définie par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = u_n + 3$. Calculer u_5 .

On lit par l'expression que $r = 3$ et $u_0 = 2$. On obtient :

$$u_5 = u_0 + 5 \times r = 2 + 5 \times 3 = 17 \quad \checkmark$$

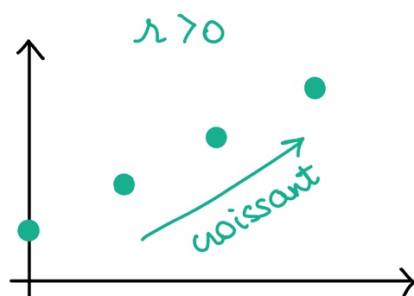
Une suite arithmétique c'est comme un escalier.



SENS DE VARIATION

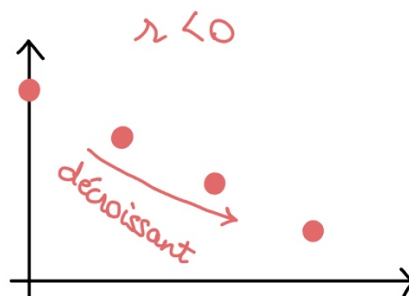
La suite (u_n) est strictement **croissante**

$$\Leftrightarrow r > 0$$



La suite (u_n) est strictement **décroissante** $\Leftrightarrow$

$$r < 0$$



SUITES GÉOMÉTRIQUES



DÉFINITION

Une **suite géométrique** est une suite dont chaque terme s'obtient en **multipliant** au terme précédent un même nombre réel, appelé **raison**.

Une suite (u_n) dont tous les termes sont non nuls est **géométrique** si et seulement s'il existe un réel **q** tel que tout $n \in \mathbb{N}$:

$$u_{n+1} = u_n \times q$$

Pour tous $n \in \mathbb{N}$ et $p \in \mathbb{N}$, la formule **explicite** est donnée par :

Si le premier terme est u_0

$$u_n = u_0 \times q^n$$

Si le premier terme est u_p

$$u_n = u_p \times q^{n-p}$$



SCANNE MOI



Méthode : Pour calculer le terme de rang **n**, on remplace **n** par le nombre.

Soit la suite géométrique définie par $u_0 = 3$ et $u_{n+1} = 2u_n$. Calculer u_5 .

On lit par l'expression que $q = 2$ et $u_0 = 3$. On obtient :

$$u_4 = u_0 \times q^4 = 3 \times 2^4 = 48 \quad \checkmark$$



SCANNE MOI



SENS DE VARIATION

Le sens de variation dépend du signe et de la valeur de **q**. (u_n) est strictement :

$q > 1$		$0 < q < 1$	
$u_0 > 0$	$u_0 < 0$	$u_0 > 0$	$u_0 < 0$
croissante	décroissante	décroissante	croissante

POLYNÔME DE SECOND DEGRÉ



DÉFINITION

On appelle **fonction polynôme** du second degré toute fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

coefficient du terme du plus haut degré (pointing to a)
coefficient du terme de degré 1 (pointing to b)
coefficient constant (pointing to c)



SCANNE MOI



Polynôme de second degré ou non ?

$f(x) = 2x^2 + 3\sqrt{x} + 2$	$f(x) = \sqrt{2}x^2 + 3x + 2$	$f(x) = x^3 + 3x^2 + x$	$f(x) = 5x^2 - 1$
✗ Non car il y a un terme en $\sqrt{x}$	✓ Oui car tous les coefficients sont réels. Ici $a = \sqrt{2}$.	✗ Non car il y a un terme en x^3	✓ Oui car tous les coefficients sont réels. Ici $b = 0$.



FORME CANONIQUE

Toute fonction polynôme du second degré définie par $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$, peut s'écrire sous forme canonique :

$$f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta \quad \text{où} \quad \alpha = -\frac{b}{2a} \quad \text{et} \quad \beta = f(\alpha)$$

✂ Méthode : Comment mettre sous forme canonique ?

Mettre sous forme canonique $x^2 + 10x + 7$

1. On reconnaît dans $x^2 + 10x$ **le début d'une identité remarquable**.
2. Pour faire apparaître l'expression complète, on **introduit le terme $+5^2 - 5^2$** (on peut car il vaut 0)
3. Dans la dernière étape, on a regroupé les trois premiers termes dont la somme s'écrit sous **forme factorisée $(x + 5)^2$**
4. On ajoute les deux derniers termes entre eux.

$$x^2 + 10x = x^2 + \underset{a}{2} \underset{b}{x} \times 5$$

$$x^2 + 10x + 7 = x^2 + 2 \times x \times 5 + 5^2 - 5^2 + 7$$

$$= (x^2 + 2 \times x \times 5 + 5^2) - 25 + 7$$

on fait apparaître b^2
identité remarquable

$$x^2 + 10x + 7 = (x + 5)^2 - 18$$

je regroupe les 2 derniers termes

ÉQUATION DU SECOND DEGRÉ



DISCRIMINANT

On appelle **discriminant** de la fonction $f: x \mapsto ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$ le réel

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

La forme canonique de f s'écrit alors :

$$f(x) = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a}$$



SCANNE MOI



À quoi sert le discriminant ?

À connaître le nombre de solutions de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$.

Graphiquement, résoudre $ax^2 + bx + c = 0$, c'est chercher les intersections de la courbe qui représente f et l'axe horizontal.

Si $\Delta < 0$

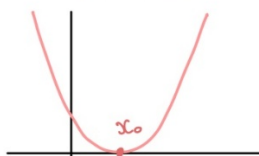
L'équation n'a pas de solution réelle.



Si $\Delta = 0$

L'équation a une seule solution

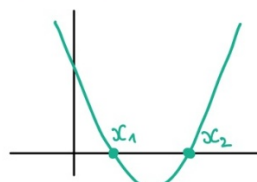
$$x_0 = -\frac{b}{2a}$$



Si $\Delta > 0$

L'équation a deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$



RACINES ET FACTORISATION

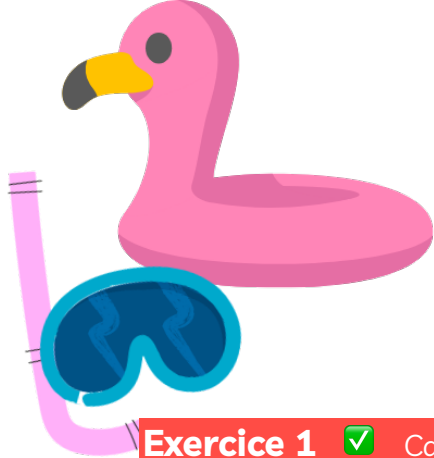
x_1 et x_2 sont appelées les racines de $f: x \mapsto ax^2 + bx + c$. La fonction peut alors se factoriser selon la valeur de Δ .

- Si $\Delta < 0$, $f(x)$ ne s'écrit pas comme un produit de polynômes de degré 1.
- Si $\Delta = 0$, alors $f(x) = a(x - x_0)^2$.
- Si $\Delta > 0$, alors $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.

Somme et produit des racines

$$\text{Somme} = -\frac{b}{a}$$

$$\text{Produit} = \frac{c}{a}$$



JOUR 5

GÉNÉRALITÉ SUR LES SUITES

Exercice 1  Calculer les termes de u_1 à u_4

1. $u_0 = 5$; $u_{n+1} = \frac{2u_n}{u_n + 1}$

.....

.....

.....

2. $u_0 = -1$; $u_{n+1} = (u_n + 1)^2$

.....

.....

.....

3. $u_0 = 2$; $u_{n+1} = \frac{u_n - 1}{u_n}$

.....

.....

.....

Exercice 2 Calculer u_1 à u_5 , conjecturer la formule explicite, retrouver u_0 .

1. $u_0 = 1$; $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n$

.....

.....

.....

2. $u_0 = 1$; $u_{n+1} = u_n + 5$

.....

.....

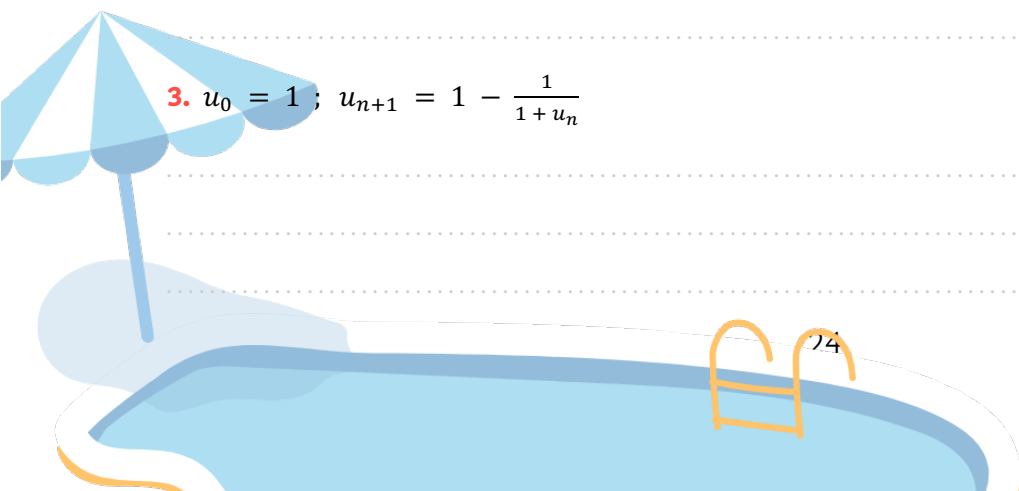
.....

3. $u_0 = 1$; $u_{n+1} = 1 - \frac{1}{1 + u_n}$

.....

.....

.....



Exercice 3 🔍 Relation de récurrence

La suite (c_n) est définie par $c_0 = 3$ et, pour tout entier naturel $n \geq 0$:

$$c_{n+1} = 2c_n + n - 3$$

Exprimer c_{n+2} en fonction de c_{n+1} , puis c_{n+2} en fonction de c_n .

Exercice 4 🎯 Relation de récurrence

La suite (u_n) est définie pour tout entier naturel $n \geq 0$ par : $u_n = n^2 + n + 1$

1. Exprimer u_{n+1} en fonction de n

2. Montrer que, pour tout $n \geq 0$, on a $u_n > 0$. (On pourra s'intéresser au trinôme $n^2 + n + 1$.)

Exercice 5 ★ Sens de variation

La suite (u_n) est définie pour tout entier $n \geq 1$ par :

$$u_n = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

1. Démontrer que tous les termes de la suite sont strictement positifs.

2. Montrer que : $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n}{n+2}$

3. En déduire le sens de variations de (u_n) .

Bilan du jour

Ce que j'ai réussi :

Les points à travailler pour la rentrée :

Temps passé : _____

Bilan de la séance : 😄 😊 😞 😭

JOUR 6

SUITES ARITHMÉTIQUES ET GÉOMÉTRIQUES

Exercice 1 ✓ Préciser si la suite (u_n) est arithmétique ou non

1. $u_n = 2n + 3$

.....

.....

2. $u_{n+1} = \frac{3n+1}{2}$

.....

.....

3. $u_n = n^2 - n$

.....

.....

4. $u_0 = 2 ; u_{n+1} = 2 + u_n$

.....

.....

Exercice 2 ✎ On considère les suites arithmétiques suivantes de raison respective r .

1. $u_0 = 1$ et $u_{10} = 31$. Calculer r puis u_{2020}

.....

.....

2. $u_0 = 5$ et $u_{100} = -45$. Calculer r puis u_{20}

.....

.....

3. $u_{17} = 24$ et $u_{40} = 70$. Calculer r puis u_0

.....

.....

Exercice 3 🔍 Suite auxiliaire

La suite (u_n) est définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel n :

$$u_{n+1} = \frac{u_n}{1 + u_n}$$

1. Calculer $u_0, u_1, u_2, u_3, u_4, u_5$.

.....



2. Pour tout n on pose $v_n = \frac{1}{u_n}$. Calculer $v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5$.

3. Prouver que (v_n) est arithmétique. Exprimer alors u_n en fonction de n .

Exercice 4 Préciser si la suite est géométrique ou non

1. $u_n = 5^{n+3}$

2. $u_n = \frac{2n+3}{3}$

3. $u_n = 3^n + 3n$

4. $u_0 = -1$ et $\forall n \in \mathbb{N}, 5u_{n+1} - 2u_n = 1$

Exercice 5 Suite géométrique de raison q

1. $u_0 = 4$ et $q = 5$. Exprimer u_n en fonction de n .

2. $u_4 = 8$ et $q = 2$. Calculer u_2 et u_6

3. $u_5 = 10$ et $q = -\frac{1}{2}$. Calculer u_0 et u_{10}

4. $u_5 = 64, u_7 = 256, q > 0$. Calculer q puis u_{10}

5. $u_5 = 486, u_7 = 4\,374, q > 0$. Calculer u_0 et u_{10} .

Bilan du jour

Ce que j'ai réussi :

Les points à travailler pour la rentrée :

Temps passé : _____

Bilan de la séance :    



JOUR 7

SENS DE VARIATION D'UNE SUITE

Exercice 1 ✓ Dans chacun des cas, étudier le sens de variation de la suite (u_n) .

1. $u_n = n^2 + 2n, n \in \mathbb{N}$

.....

.....

2. $u_n = 4n - 7, n \in \mathbb{N}$

.....

.....

3. $u_n = 1 + \frac{2}{n}, n \in \mathbb{N}^*$

.....

.....

4. $u_n = \frac{n}{n+3}, n \in \mathbb{N}$

.....

.....

5. $u_n = \frac{-3}{n+2}, n \in \mathbb{N}$

.....

.....

6. $u_n = \frac{4^n}{n}, n \in \mathbb{N}^*$

.....

.....

Exercice 2 ✎ Étude d'une suite

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel non nul n par : $u_n = \frac{n^2 + 1}{2n^2 + 1}$

1. Étudier le sens de variations de la suite (u_n) .

.....

.....



2. Montrer que $\forall n \geq 1, u_n \leq 1$.

Exercice 3 Étude de trois suites

On considère trois suites (u_n) , (v_n) et (w_n) définies pour tout $n \in \mathbb{N}$ par :

$$u_n = (-1)^n \quad v_n = \frac{2-n}{2+n} \quad w_n = n^2 + 2n - 1$$

1. Calculer u_0, u_1 et u_2 puis déduire le sens de variation de (u_n) .

2. Exprimer $v_{n+1} - v_n$ en fonction de n puis déduire le sens de variation de (v_n) .

3. Exprimer $w_{n+1} - w_n$ en fonction de n puis déduire le sens de variation de (w_n) .

Exercice 4 Étude d'une somme

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel non nul n par :

$$u_n = \sum_{i=1}^n \frac{1}{i^2}$$

1. Calculer les deux premiers termes de cette suite

2. Étudier le sens de variation de la suite (u_n) .

Bilan du jour

Ce que j'ai réussi :

Les points à travailler pour la rentrée :

Temps passé : _____

Bilan de la séance :   

JOUR 8

PROBLÈMES AVEC LES SUITES

Exercice 1  Calculer les sommes suivantes en appliquant les formules de sommes de suites.

1. $S = 1 + 2 + 3 + \dots + 100$

$S =$

2. $S = 2 + 4 + 6 + \dots + 200$

$S =$

$S =$

3. $S = 4 + 4^2 + 4^3 + \dots + 4^7$

$S =$

$S =$

4. $S = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{1\,048\,576}$

$S =$

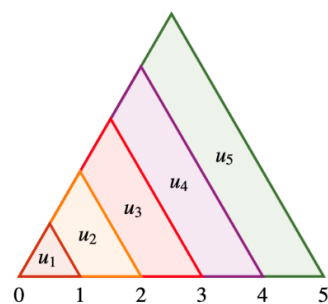
$S =$

5. $S = 1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \dots + \frac{1}{10^7}$

$S =$

$S =$

Exercice 2  Triangles équilatéraux



Des zones colorées sont construites à partir de triangles équilatéraux imbriqués. Le triangle de rang n a pour côté n .

On rappelle que la **hauteur** d'un triangle équilatéral de côté a vaut :

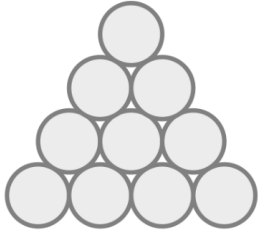
$$h = \frac{\sqrt{3} a}{2}$$

1. Prouver que la suite (u_n) des aires est arithmétique. Quelle est sa raison ?

.....

2. La suite (v_n) des périmètres est-elle arithmétique ?

Exercice 3 🔍 Nombre de tuyaux



Des tuyaux sont rangés en couches : la couche k contient k tuyaux.

1. Quel est le nombre total de tuyaux dans un empilage de 5 couches ? 12 couches ?

2. On a stocké 153 tuyaux. Combien y a-t-il de couches ?

3. Pour ranger 200 tuyaux, combien faut-il de couches ? Combien reste-t-il de tuyaux ?

Exercice 4 🎯 Nombres pyramidaux

On suppose que la suite des entiers naturels est écrite dans un tableau selon la disposition ci-dessous. On représentera un nombre par le numéro de la ligne qui le contient et par son rang dans la ligne à partir de la gauche. Par exemple, 6. Le nombre 6 est au second rang de la troisième ligne.

Dans quelle ligne se trouve le nombre 2 027 ? Quel est son rang dans cette ligne ?

				1					
			2	3	4				
		5	6	7	8	9			
	10	11	12	13	14	15	16		
17	18	19	20	21	22	23	24	25	

Bilan du jour

Ce que j'ai réussi :

Les points à travailler pour la rentrée :

Temps passé : _____

Bilan de la séance : 😄 😊 😞 🤔





JOUR 9

POLYNÔME DU SECOND DEGRÉ – FORME CANONIQUE

Exercice 1 Vrai ou faux ?

- | | | |
|--|-------------------------------|-------------------------------|
| 1. Il existe (au moins) un nombre x tel que : $(x + 3)(2x - 4) < 0$. | ☐ Vrai | ☐ Faux |
| 2. Pour tout réel x , $-x(-x - 8) < 0$. | ☐ Vrai | ☐ Faux |
| 3. Pour tout réel x , $-7(x + 5)^2 - 9 < 0$. | ☐ Vrai | ☐ Faux |
| 4. Il existe un seul réel x tel que $x^2 = 10$. | ☐ Vrai | ☐ Faux |
| 5. L'ensemble des solutions de l'inéquation $x^2 < 9$ est $[0 ; 3]$. | ☐ Vrai | ☐ Faux |
| 6. La somme des carrés de deux nombres est le carré de la somme de ces deux nombres. | ☐ Vrai | ☐ Faux |
| 7. Le point $A(\sqrt{2} ; 2)$ appartient à la courbe de la fonction carré. | ☐ Vrai | ☐ Faux |
| 8. La fonction $x \mapsto x^2 - 5x + 9$ admet un maximum. | ☐ Vrai | ☐ Faux |
| 9. La fonction polynôme $x \mapsto (x - 3)(x + 5)$ a deux racines. | ☐ Vrai | ☐ Faux |
| 10. La fonction $x \mapsto x^2 + 7$ ne s'annule pas. | ☐ Vrai | ☐ Faux |

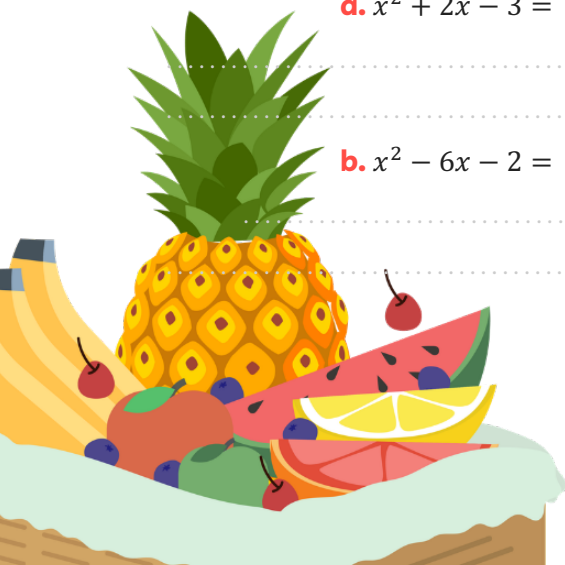
Exercice 2 Associer à chacun des polynômes du second degré sa forme canonique :

- | | |
|--------------------|---------------------|
| $4x^2 + 8x + 7$ | ◦ $(x + 2)^2 - 5$ |
| $x^2 + 4x - 1$ | ◦ $(x - 4)^2 - 4$ |
| $x^2 - 8x + 20$ | ◦ $4(x + 1)^2 + 3$ |
| $4x^2 - 16x + 6$ | ◦ $4(x - 2)^2 - 10$ |
| $-4x^2 - 16x - 12$ | ◦ $(x - 4)^2 + 4$ |
| $x^2 - 8x + 12$ | ◦ $-4(x - 2)^2 + 4$ |
| $-4x^2 + 16x - 12$ | ◦ $-4(x + 2)^2 + 4$ |

Exercice 3 Déterminer la forme canonique de chacun des polynômes du second degré suivants.

a. $x^2 + 2x - 3 =$

b. $x^2 - 6x - 2 =$



c. $x^2 + 12x + 5 =$

.....

.....

d. $x^2 - 10x + 5 =$

.....

.....

Exercice 4

On considère le polynôme : $P = 3x^2 - 12x + 17$.

1. Parmi les expressions ci-dessous, laquelle est la forme canonique du polynôme P :

$3 \times (x - 2)^2 + 5$

$3(x + 1)^2 + 7$

$3(x - 3)^2 - 17$

.....

.....

2. En utilisant la forme canonique du polynôme P, résoudre l'équation : '

$3x^2 - 12x + 17 = 8$

.....

.....

.....

Exercice 5

Soit a, b, c trois nombres réels. Développer l'expression suivante :

$$a \cdot \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

.....

.....

.....

.....

Bilan du jour

Ce que j'ai réussi :

Les points à travailler pour la rentrée :

Temps passé : _____ Bilan de la séance : 😄 😊 😞 😭





JOUR 10

ÉQUATION DU SECOND DEGRÉ

Exercice 1  Compléter le tableau ci-dessous pour chacun des polynômes du second degré :

	a	b	c	Δ
$2x^2 + 5x + 1$				
$-x^2 + 7x + 3$				
$x^2 - 5x + 4$				
$2x^2 - 4x - 1$				
$-x^2 - x - 1$				
$x^2 + 7$				

Exercice 2  Résoudre chacune de ces équations :

1. $2x^2 - 2x - 3 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

2. $2x^2 - 5x = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

3. $3x + 3x^2 = -1$

.....

.....

.....

.....

.....

4. $8x^2 - 4x + 2 = \frac{3}{2}$

.....

.....

.....

.....

.....

5. $-2(x - 1)^2 - 3 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

6. $(x + 2)(3 - 2x) = 0$

.....

.....

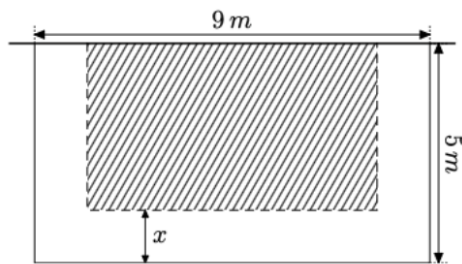
.....

.....

.....



Exercice 3



Adossé à sa maison, Jean possède un jardin de forme rectangulaire ayant pour dimensions 9 m et 5 m . Il souhaite construire sur trois des côtés de ce jardin une allée ayant la même largeur et il plantera de la pelouse sur le reste du jardin.

Il propose le schéma ci-dessous où la partie hachurée est l'espace de la pelouse.

Quelle doit-être la largeur de l'allée pour que l'ensemble de la pelouse ait une surface de 10 m^2 ?

Exercice 4

Parmi les quatre propositions ci-dessous, laquelle est correcte ?

L'équation $-\frac{x^3}{3} + x^2 + 3x = 0$ admet sur $\mathbb{R}$:

- a) la solution est -2
- b) trois solutions distinctes
- c) aucune solution
- d) une unique solution.

Exercice 5

1. Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'équation $x^2 + x - 6 = 0$.

2. En déduire la résolution de $X^4 + X^2 - 6 = 0$

Bilan du jour

Ce que j'ai réussi :

Les points à travailler pour la rentrée :

Temps passé : _____

Bilan de la séance : 😊 😐 😐 😐

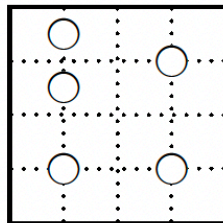


JOUR 11

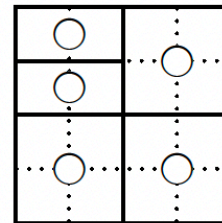
JEUX DE LOGIQUE

Jeu 1 Galaxies

Le but est de partitionner la grille en blocs afin que chaque bloc ne contienne qu'un seul point, qui est son centre de symétrie (centrale ou axiale)

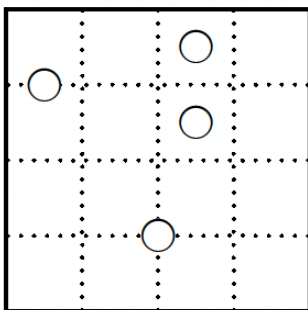


Grille à résoudre

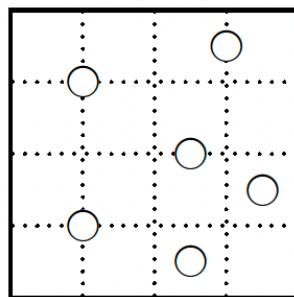


Grille solution

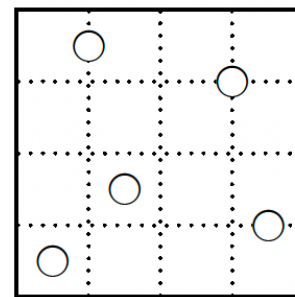
Grille 1



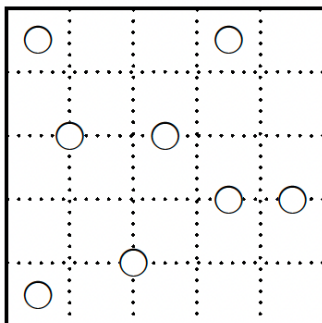
Grille 2



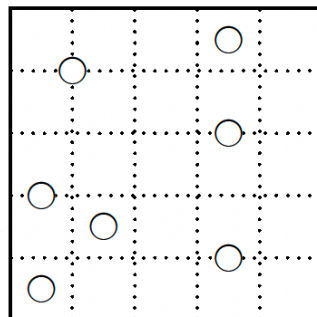
Grille 3



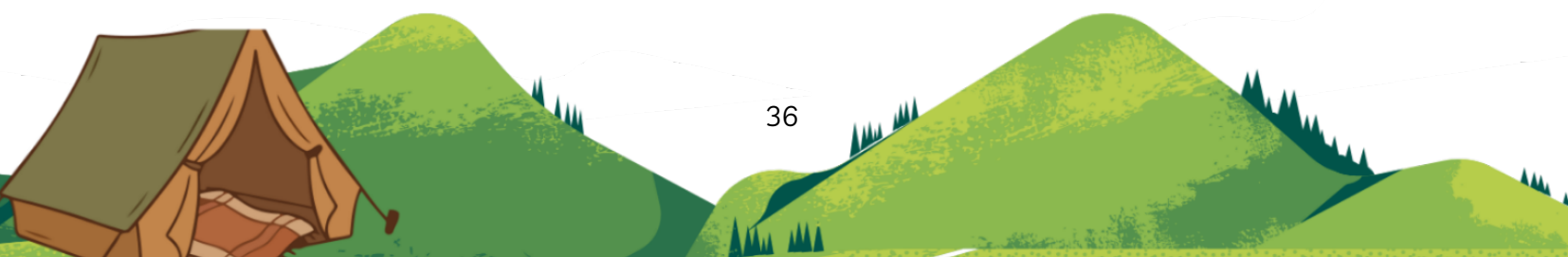
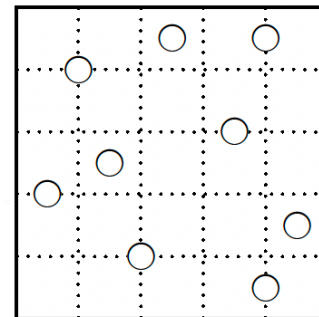
Grille 4



Grille 5



Grille 6





Jeu 2 Énigme de la coccinelle et de la fourmi

Fifi la fourmi est partie de l'extrémité gauche et a parcouru les $\frac{2}{3}$ du bout de bois.
Coco la coccinelle est partie de l'extrémité droite et a parcouru les $\frac{3}{4}$ du bout de bois.

Quelle fraction du bout de bois sépare alors Fifi de Coco ?

A) $\frac{3}{8}$

B) $\frac{1}{12}$

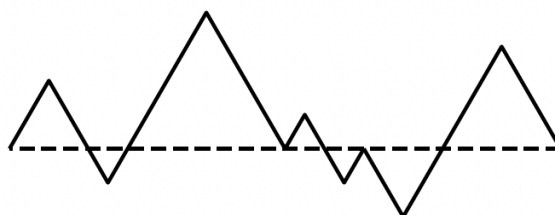
C) $\frac{5}{7}$

D) $\frac{1}{2}$

E) $\frac{5}{12}$



Jeu 3 Mesure de longueur



Dans ce dessin, le segment pointillé et la ligne noire forment sept triangles équilatéraux. Le segment pointillé mesure 20 cm.

Combien mesure la ligne noire ?

A) 25 cm

B) 30 cm

C) 35 cm

D) 40 cm

E) 45 cm

Jeu 4 Histoire de cube

Un cube $3 \times 3 \times 3$ fait de petits cubes $1 \times 1 \times 1$ a 26 petits cubes extérieurs.

Combien un cube $4 \times 4 \times 4$, fait de petits cubes $1 \times 1 \times 1$, a-t-il de petits cubes extérieurs ?

A) 52

B) 54

C) 56

D) 63

E) 64

Bilan du jour

Ce que j'ai réussi :

Les points à travailler pour la rentrée :

Temps passé : _____

Bilan de la séance : 😊 😐 😞 🤖

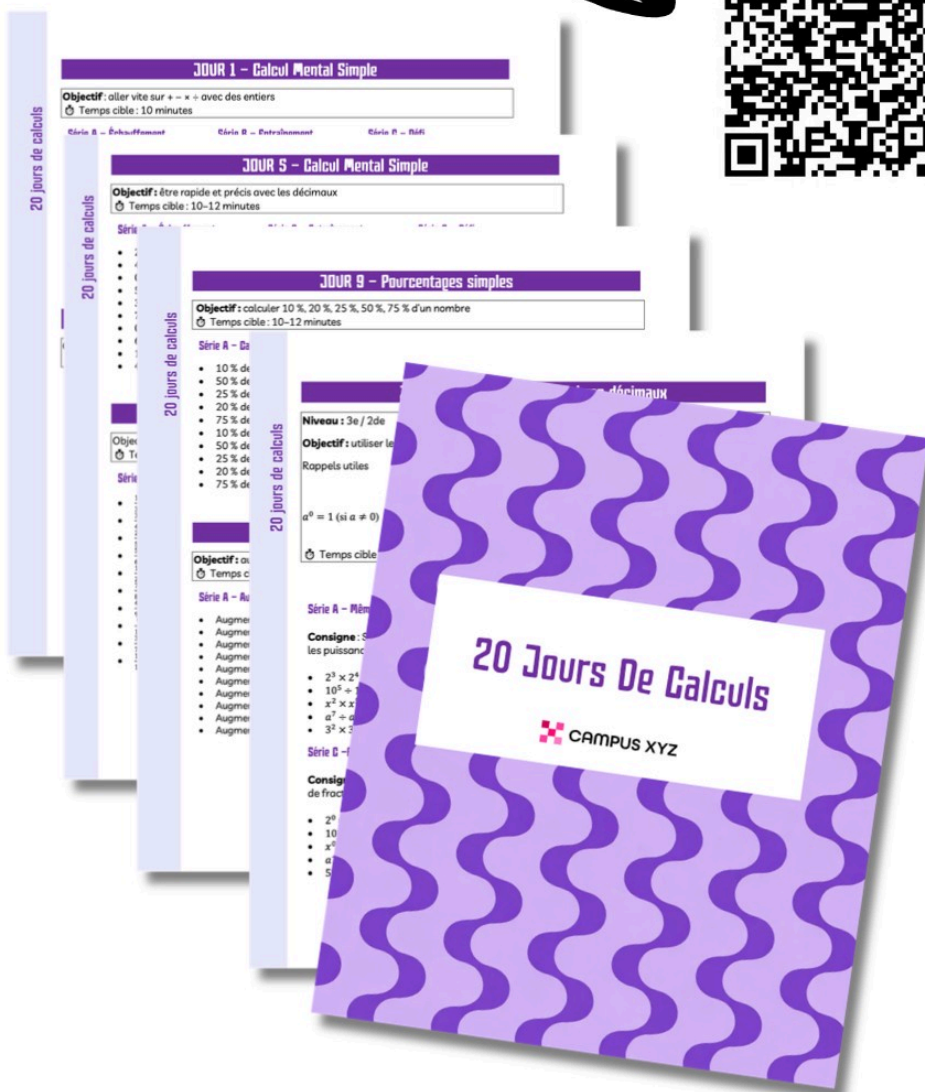




CADEAU SURPRISE

Scanne ce QR code pour télécharger gratuitement le carnet d'entraînement

“20 jours pour devenir rapide en calculs”



ANALYSE



FONCTIONS DÉRIVÉES



DÉFINITION

Soit f une fonction définie sur un intervalle I . On dit que f **est dérivable sur I** si f est **dérivable** en tout x de I . On appelle alors **fonction dérivée** de f la fonction qui à tout nombre de $x \in I$ associe le nombre $f'(x)$, et on la note f' .



DÉRIVÉES USUELLES ET OPÉRATIONS

dérivées usuelles

f	f'	I_{der}
k constante	0	$\mathbb{R}$
x	1	$\mathbb{R}$
x^2	$2x$	$\mathbb{R}$
x^n	nx^{n-1}	$\mathbb{R}$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\mathbb{R}^*$
$\frac{1}{x^n}$	$-\frac{n}{x^{n+1}}$	$\mathbb{R}^*$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\mathbb{R}^{*+}$
e^x	e^x	$\mathbb{R}$
$\cos x$	$-\sin x$	$\mathbb{R}$
$\sin x$	$\cos x$	$\mathbb{R}$

opérations

f	f'
$(u+v)'$	$u' + v'$
ku k constante	ku'
$(uv)'$	$u'v + uv'$
$\frac{1}{u}$	$-\frac{u'}{u^2}$
$\frac{u}{v}$	$\frac{u'v - uv'}{v^2}$
$v \circ u(x)$ ou $v(u(x))$	$v'(u(x)) \times u'(x)$



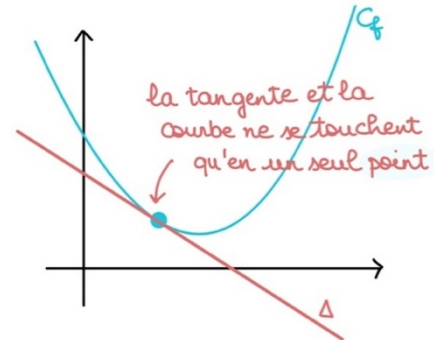
SCANNE MOI



TANGENTE EN UN POINT

DÉFINITION DE LA TANGENTE

Si f est dérivable en a , la droite passant par $A(a; f(a))$ et de coefficient directeur $f'(a)$ est appelée **tangente** à C_f au point A .



ÉQUATION RÉDUITE DE LA TANGENTE

Soit f une fonction dérivable en a , alors l'équation réduite de la tangente au point de C_f d'abscisse a est :

$$y = f(a) + f'(a)(x - a)$$

dérivée de f en a

Méthode : déterminer une équation de la tangente à C_f au point d'abscisse a

1. On place le point A d'abscisse a sur la courbe de f .
2. On détermine $f'(a)$
3. À partir du point A , on trace le vecteur de coordonnées $(1; f'(a))$: c'est un **vecteur directeur** de la tangente cherchée.
4. On utilise la formule : $y = f(a) + f'(a)(x - a)$

On donne la courbe C_f ci-dessous. On sait que f est dérivable en -2 et que $f'(-2) = \frac{5}{3}$.
On cherche à tracer la tangente à C_f au point d'abscisse -2 .

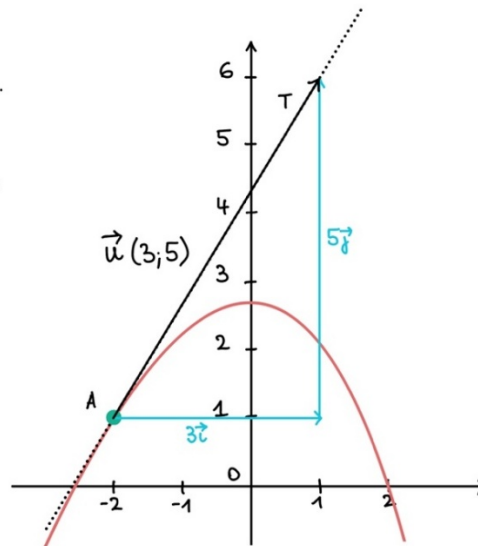
- Un vecteur $\vec{u}(3; 5)$ est un vecteur directeur de la tangente.
- On applique la formule $a = -2$:

$$y = f(-2) + f'(-2)(x - (-2))$$

$$= f(-2) + f'(-2)(x + 2)$$
- Ici on lit $f(-2)$: c'est l'ordonnée de A et donc $f(-2) = 1$

On en déduit :

$$y = 1 + \frac{5}{3}(x + 2) = \frac{5}{3}x + \frac{13}{3}$$



EXPONENTIELLE



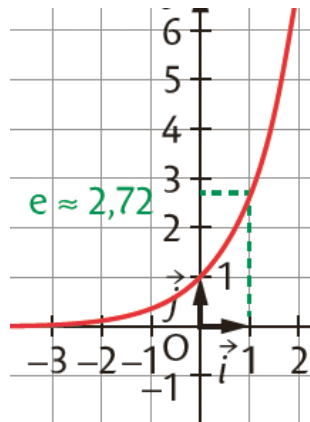
DÉFINITIONS

Il existe une unique fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ tel que $f' = f$ et $f(0) = 1$.

La fonction **exponentielle** se note **exp**.

On note $e = \exp(1)$. $e \approx 2,72$.

On remarque que $\exp(a) = [\exp(1)]^a = e^a$



PROPRIÉTÉS ALGÈBRIQUES

$$e^{a+b} = e^a \times e^b$$

$$e^{-a} = \frac{1}{e^a}$$

$$e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$$

$$(e^a)^n = e^{a \times n}$$

→ on retrouve les propriétés de la puissance

📌 Méthode : simplifier une expression avec l'exponentielle

Exemple 1 : Simplifier l'expression $e^5 \times e^2 \times e^{-7}$.

On utilise l'égalité $e^x \times e^y = e^{x+y}$: $e^5 \times e^2 \times e^{-7} = e^{5+2-7} = e^0 = 1$ ✓

Exemple 2 : Montrer que $\frac{e^9 \times e}{(e^3)^2} = (e^2)^2$.

On sait que $e^1 = e$ donc $\frac{e^9 \times e}{(e^3)^2} = \frac{e^9 \times e^1}{e^3 \times e^3}$.

On utilise l'égalité $e^x \times e^y = e^{x+y}$ au numérateur et au dénominateur, puis $\frac{1}{e^x} = e^{-x}$:

$$\frac{e^9 \times e}{(e^3)^2} = \frac{e^{9+1}}{e^{2 \times 3}} = \frac{e^{10}}{e^6} = e^4 = (e^2)^2 \quad \checkmark$$



SCANNE MOI



(IN) ÉQUATIONS AVEC EXP



ÉQUATION

$$e^a = e^b \Leftrightarrow a = b$$

Exemple : Résoudre dans $\mathbb{R}$ $e^{2x} = e^3$

$$e^{2x} = e^3 \Leftrightarrow 2x = 3$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$$



INÉQUATION

La fonction exponentielle est **strictement croissante** sur $\mathbb{R}$.

$$e^a \geq e^b \Leftrightarrow a \geq b$$

Exemple : Résoudre dans $\mathbb{R}$ $\frac{e^{3x^2}}{e^{6x}} \geq 1$.

$$\begin{aligned} \frac{e^{3x^2}}{e^{6x}} \geq 1 &\Leftrightarrow e^{3x^2} \times \frac{1}{e^{6x}} \geq 1 \\ &\Leftrightarrow e^{3x^2} \times e^{-6x} \geq 1 \\ &\Leftrightarrow e^{3x^2-6x} \geq e^0 \\ &\Leftrightarrow 3x^2 - 6x \geq 0 \end{aligned}$$



SCANNE MOI



On factorise et on étudie le signe de $3x^2 - 6x = 3x(x - 2)$.

Pour cela on dresse un tableau de signes.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$3x$	-	0	+	+
$x-2$	-	-	0	+
$3x(x-2)$	+	0	-	+

L'ensemble des solutions est donc $] -\infty; 0] \cup [2; +\infty[$.

TRIGONOMETRIE



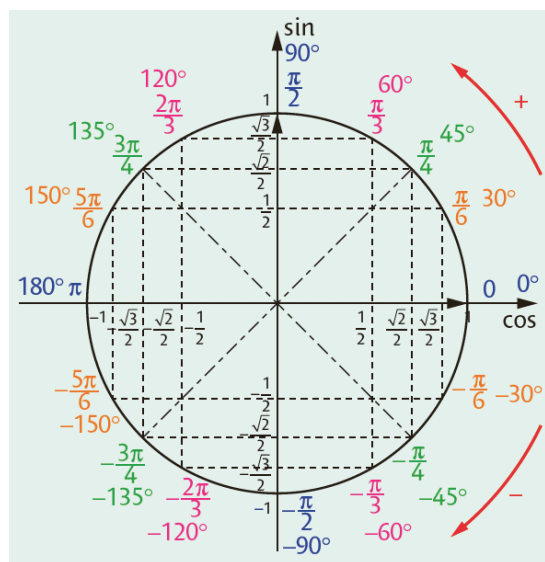
VALEURS REMARQUABLES

Valeurs remarquables

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0

Angles associés

- $\cos(-x) = \cos(x)$
- $\cos(\pi - x) = -\cos(x)$
- $\cos(\pi + x) = -\cos(x)$
- $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin(x)$
- $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin(x)$
- $\sin(-x) = -\sin(x)$
- $\sin(\pi - x) = \sin(x)$
- $\sin(\pi + x) = -\sin(x)$
- $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos(x)$
- $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos(x)$



RÉSOLVRE $\cos x = \cos a$ ou $\sin x = \sin a$

- Placer sur le cercle trigonométrique le point M d'abscisse a , puis, s'il existe,
- l'autre point du cercle ayant la même abscisse (ou ordonnée).
- Déduire les solutions de l'équation à l'aide des résultats suivants :

$$\cos(x) = \cos(a) \Leftrightarrow x = a + 2k\pi \quad \text{ou} \quad x = -a + 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\sin(x) = \sin(a) \Leftrightarrow x = a + 2k\pi \quad \text{ou} \quad x = \pi - a + 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$



SCANNE MOI



TROUVER $\cos a$ CONNAISSANT $\sin a$ (OU INVERSEMENT)

Exemple : Soit a un réel vérifiant $\sin a = 0,8$

et tel que $a \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$. Déterminer la valeur de $\cos a$.

- Calculer $\cos^2 a$ à l'aide de la relation $\cos^2 a + \sin^2 a = 1$.
- Déduire, de l'intervalle auquel appartient a , le signe de $\cos a$.

Calculons $\cos^2(a)$:

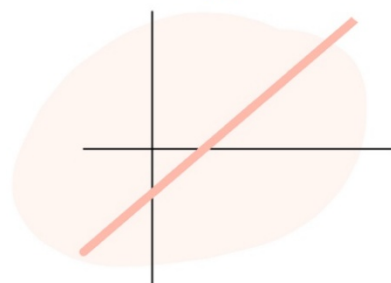
$$\begin{aligned} \cos^2(a) + \sin^2(a) &= 1 \Leftrightarrow \cos^2(a) + 0,8^2 = 1 \\ &\Leftrightarrow \cos^2(a) = 0,36 \end{aligned}$$

Comme $a \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$, on sait que $\cos(a)$ est négatif. Par conséquent,

$$\cos(a) = -0,6$$

FONCTIONS DE RÉFÉRENCE

affine



$$f(x) = ax + b \text{ définie sur } \mathbb{R}$$

Si $a > 0$ alors la fonction est croissante.

Si $a < 0$ alors la fonction est décroissante.

 $a > 0$

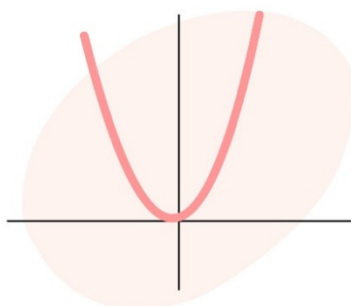
x	$-\frac{b}{a}$
$f(x)$	$- \quad 0 \quad +$

 $a < 0$

x	$-\frac{b}{a}$
$f(x)$	$+ \quad 0 \quad -$

$$f'(x) = a$$

carré



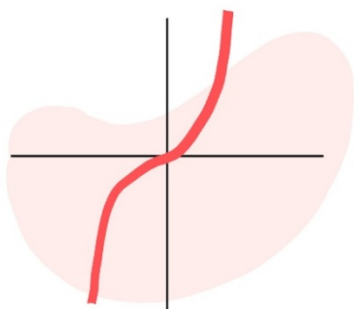
$$f(x) = x^2 \text{ définie sur } \mathbb{R}$$

- la fonction est paire
- elle a un minimum en 0

x	0
$f(x)$	$\swarrow \quad \searrow$ 0

$$f'(x) = 2x$$

cube



$$f(x) = x^3 \text{ définie sur } \mathbb{R}$$

- la fonction est impaire
- elle est croissante sur $\mathbb{R}$

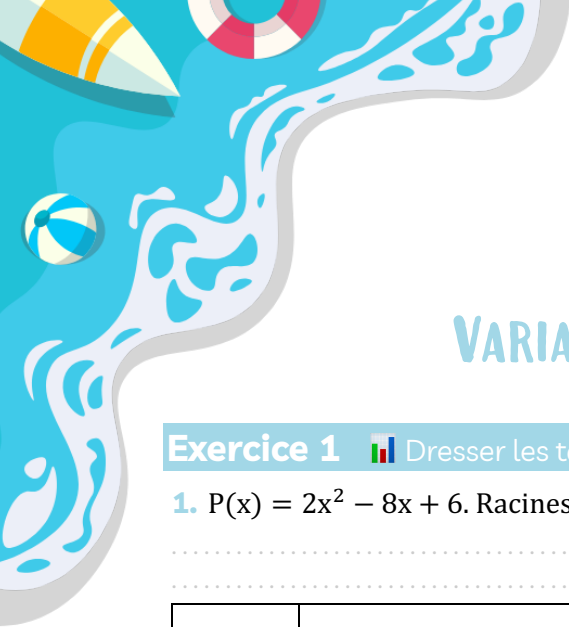
x	0
$f(x)$	$\nearrow$

$$f'(x) = 3x^2$$



SCANNE MOI





JOUR 12

VARIATIONS ET SIGNE D'UN TRINÔME

Exercice 1 🇫🇷 Dresser les tableaux de signes des polynômes suivants, connaissant leurs racines.

1. $P(x) = 2x^2 - 8x + 6$. Racines : 1 et 3

3. $R(x) = x^2 - 10x + 28$. Pas de racine

2. $Q(x) = -3x^2 - 11x + 4$. Racines : $\frac{1}{3}$ et -4

4. $S(x) = -2x^2 - 8x - 11$. Pas de racine

Exercice 2 🇫🇷 Dresser les tableaux de signes des polynômes suivants :

1. $A(x) = x^2 - 9$

2. $B(x) = -2x^2 - 8x$

3. $C(x) = -3x^2$

Exercice 3 📝 Déterminer les tableaux de variations des fonctions du second degré définies par :

1. $f(x) = -3(x + 1)^2 - 4$



2. $g(x) = -3x^2 + 5x - 1$

.....

.....

.....

3. $h(x) = x^2 - x + 6$

.....

.....

.....

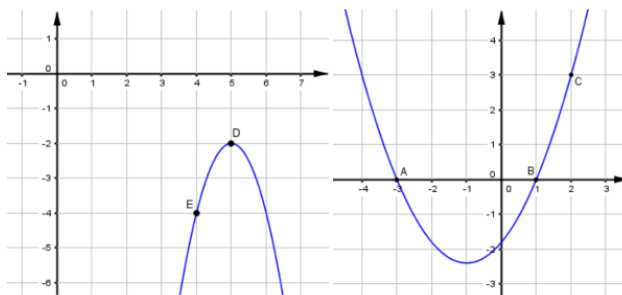
Exercice 4 Paraboles

Les paraboles ci-dessous sont les représentations de polynômes de degré. Dans chaque cas, donner la forme canonique et si possible la forme factorisée du trinôme associé.

.....

.....

.....



Exercice 5 Avec un paramètre

Soit m un nombre réel. On considère le polynôme P défini par : $P = (m + 1)x^2 + (2 - m)x + 1$
 Pour quelles valeurs de m , le polynôme P n'admet **aucune racine** ?

.....

.....

.....

.....

Bilan du jour

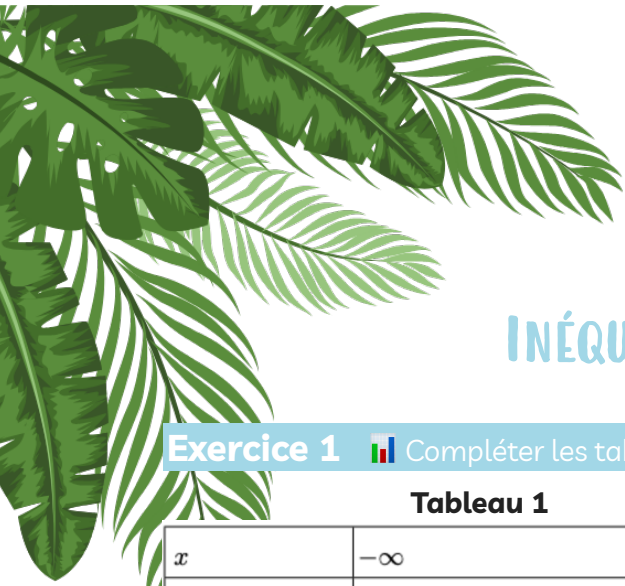
Ce que j'ai réussi :

Les points à travailler pour la rentrée :

Temps passé : _____

Bilan de la séance :    





JOUR 13

INÉQUATIONS DU SECOND DEGRÉ

Exercice 1 🇫🇷 Compléter les tableaux de signe ci-dessous.

Tableau 1

x	$-\infty$	$+\infty$
$1 - x$		
$2x + 1$		
$(1-x)(2x+1)$		

Tableau 2

x	$-\infty$	$+\infty$
$x - 3$		
$-2x + 4$		
$(x-3)(-2x+4)$		

Exercice 2 🎯 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes

1. $-x^2 + 2x + 3 < 0$

.....

.....

.....

2. $2x^2 - 6x - 8 \geq 0$

.....

.....

.....

3. $2x^2 + 4x + 6 > 0$

.....

.....

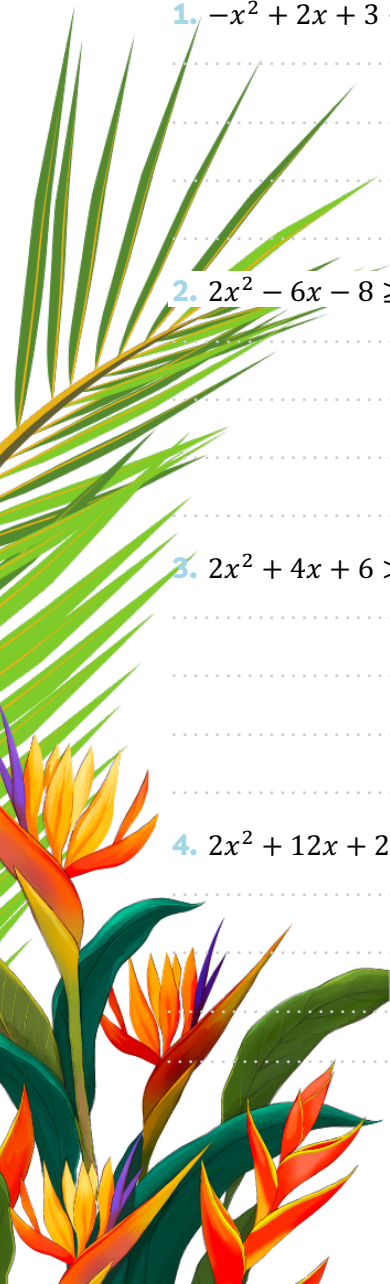
.....

4. $2x^2 + 12x + 23 \geq 0$

.....

.....

.....

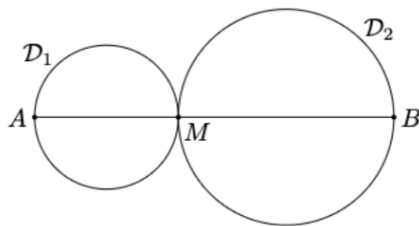


Exercice 3 Dresser le tableau de variations de chaque fonction, et donner les caractéristiques de leurs extrema.

1. $f(x) = 2x^2 + 8x + 1$

2. $g(x) = -x^2 + 2x + 1$

Exercice 4 Problème de cercles



On considère un segment $[AB]$ de longueur 1 m, un point M appartenant au segment $[AB]$ et les deux disques $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ de diamètres respectifs $[AM]$ et $[MB]$.

Déterminer le ou les emplacements du point M tels que la somme des aires des disques $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ soit **minimale**.

Bilan du jour

Ce que j'ai réussi :

Les points à travailler pour la rentrée :

Temps passé : _____

Bilan de la séance :    



JOUR 14

DÉRIVATION

Exercice 1 🇫🇷 Compléter la ligne des variations de la fonction f

On considère une fonction f définie sur $[-3 ; 5]$ dont la dérivée admet le tableau de signes suivant.

Dans le tableau ci-contre, compléter la ligne des variations de la fonction f .

x	-3	-1	2	5	
Signe de f'	+	0	-	0	+
Variation de f					

On a les valeurs et relations suivantes :

- $f(-1) = 3$
- $f(5) = -2f(-1)$
- $f(-3) = f(5) + 5$
- $f(2) = f(-1)f(5)$

Exercice 2 🔍 Compléter les lignes du signe de la fonction f et du signe de la fonction

Le tableau ci-contre représente le tableau de variations d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.

Compléter les lignes du signe de la fonction f' et du signe de la fonction f .

x	$-\infty$	-4	-2	-1	2	$+\infty$
Signe de f'						
Variation de f	↗ ↘ ↗ ↘ 1 5 0 -2 -1/2 -3					
Signes de f						

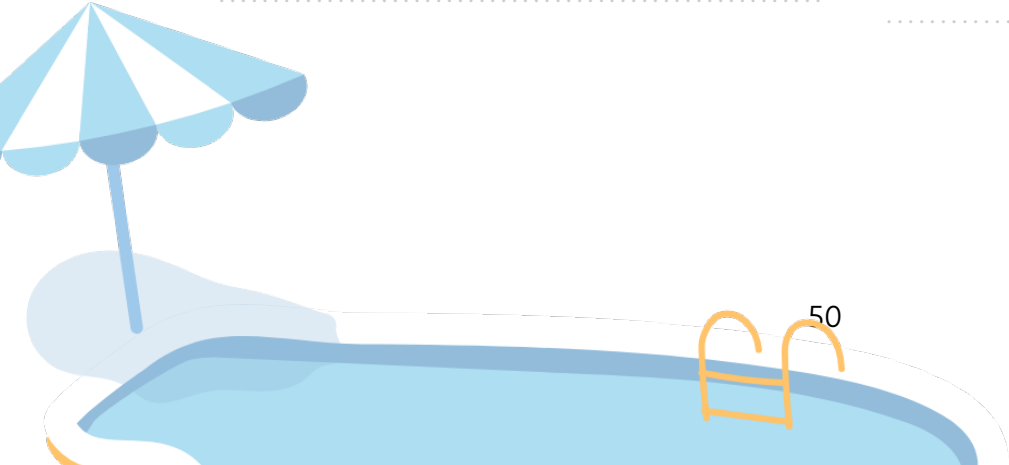
Exercice 3 Fournir l'expression de la dérivée de la fonction dont l'expression algébrique est fournie

1. $f(x) = x^2 + 3$

$f'(x) =$
.....
.....

2. $i(x) = x^3 + x + \frac{1}{x^2}$

$i'(x) =$
.....
.....



3. $g(x) = x + \sqrt{x}$

$g'(x) =$

.....

.....

5. $h(x) = x^3 + x^2$

$h'(x) =$

.....

.....

4. $j(x) = \frac{3x+1}{x}$

$j'(x) =$

.....

.....

6. $k(x) = x^2 + x + 5 + \frac{1}{x}$

$k'(x) =$

.....

.....

Exercice 4 Fournir l'expression de la dérivée de la fonction dont l'expression algébrique est fournie.

1. $f(x) = x\sqrt{x}$

$f'(x) =$

.....

.....

2. $g(x) = \frac{1}{x}\sqrt{x}$

$g'(x) =$

.....

.....

3. $h(x) = (\sqrt{x} + 3)^2$

$h'(x) =$

.....

.....

4. $i(x) = x^2(5x + 2)$

$i'(x) =$

.....

.....

Exercice 5 Fournir l'expression de la dérivée de la fonction dont l'expression algébrique est fournie.

1. $f(x) = \frac{1}{x^3-4}$

$f'(x) =$

.....

.....

2. $g(x) = \frac{1}{1-x}$

$g'(x) =$

.....

.....

3. $g(x) = \frac{2\sqrt{x}}{x^2-4}$

$g'(x) =$

.....

.....

4. $h(x) = \frac{x^4+1}{x^3-1}$

$h'(x) =$

.....

.....

Bilan du jour

Ce que j'ai réussi :

Les points à travailler pour la rentrée :

Temps passé : _____

Bilan de la séance : 😊 😐 😞 😭



JOUR 15

ÉQUATION DE LA TANGENTE

Exercice 1 Déterminer une équation de la tangente

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative. Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 4.

.....

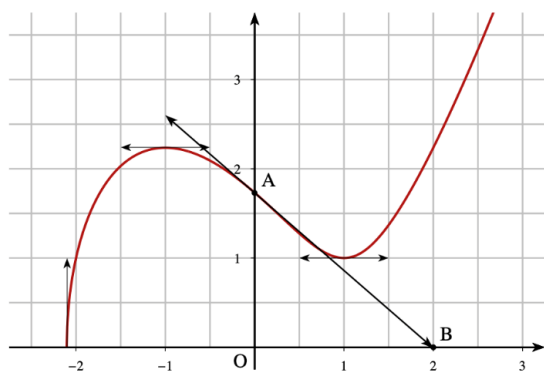
.....

.....

.....

.....

Exercice 2 équation de la tangente



Soit la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-2, 1 ; +\infty[$.

La tangente à $\mathcal{C}_f$ en $A(0 ; 1,73)$ passe par le point $B(2 ; 0)$.

1. Donner les valeurs de $f'(-1)$, $f'(1)$.
2. Déterminer $f'(0)$ puis donner l'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ en 0.

.....

.....

.....

.....

.....

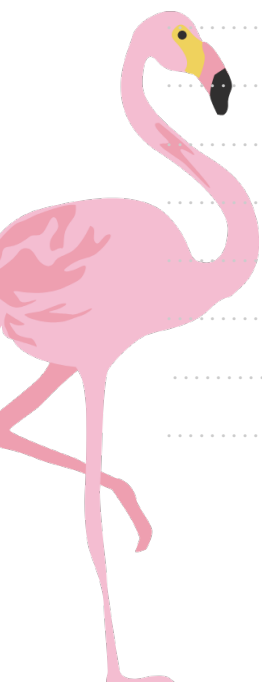
.....

.....

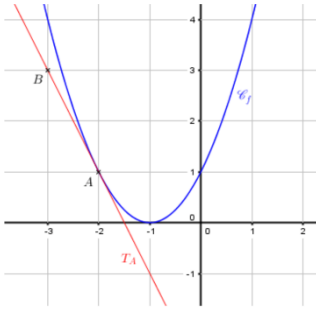
.....

.....

.....



Exercice 3 équation de la tangente



On considère une fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$ dont la représentation graphique $\mathcal{C}_f$ est donnée ci-dessous.

Le point $A(-2 ; 1)$ appartient à cette courbe et la tangente T_A à $\mathcal{C}_f$ au point A passe également par le point $B(-3 ; 3)$.

1. Déterminer une équation de la droite T_A .
2. En déduire $f'(-2)$.

Exercice 4 Déterminer les valeurs de a et b .

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + 2x + b$ où a et b sont deux réels. Déterminer les valeurs de a et b telles que la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ admette au point $A(1 ; -1)$ une tangente Δ de coefficient directeur -4 .

Bilan du jour

Ce que j'ai réussi :

Les points à travailler pour la rentrée :

Temps passé : _____

Bilan de la séance :    



JOUR 16

VARIATIONS ET EXTREMUM

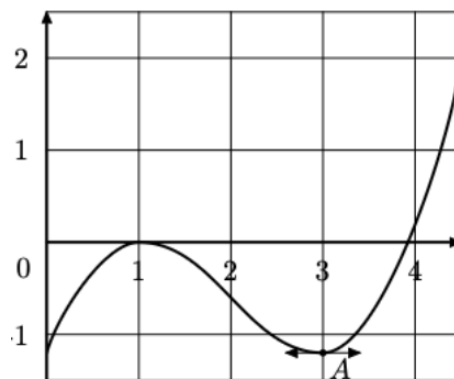
Exercice 1 Choisir la bonne réponse

On a représenté ci-dessous la courbe représentative d'une fonction g définie et dérivable sur $[0 ; 5]$ ainsi que sa tangente horizontale au point A d'abscisse 3.

Parmi les quatre propositions ci-dessous, laquelle est exacte ?

Le signe de la fonction dérivée de g est :

- a) négatif sur $[0 ; 1]$
- b) positif sur $[3 ; 4]$
- c) négatif sur $[1 ; 4]$
- d) change en $x = 4$

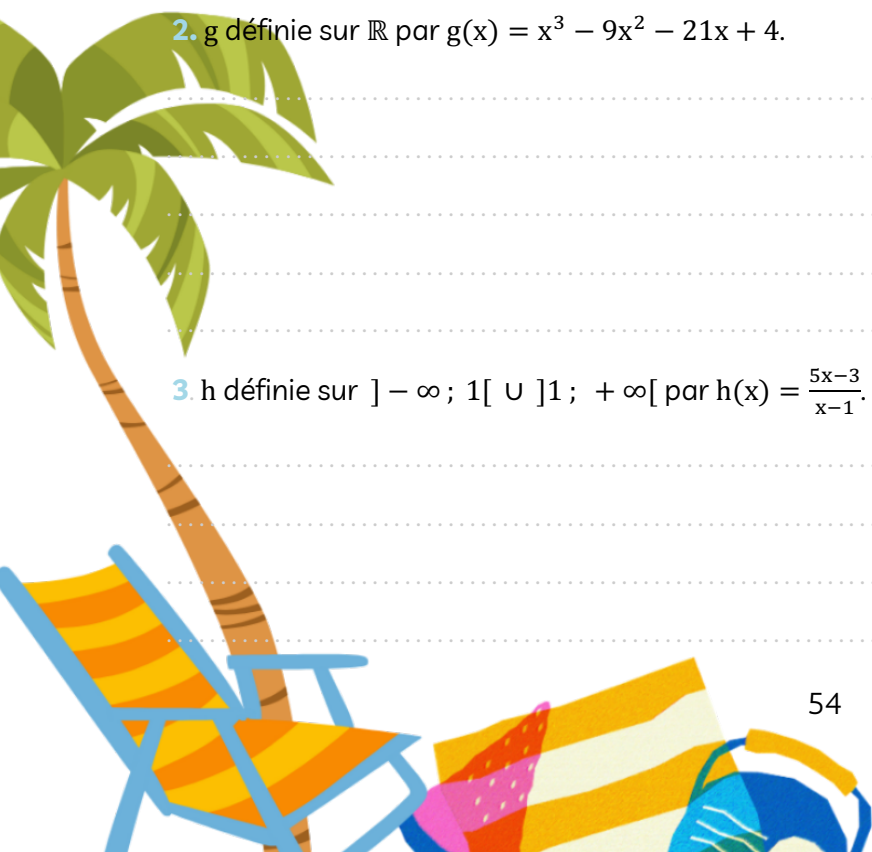


Exercice 2 Déterminer le sens de variation des fonctions suivantes.

1. f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -3x^2 + 12x - 5$.

2. g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 - 9x^2 - 21x + 4$.

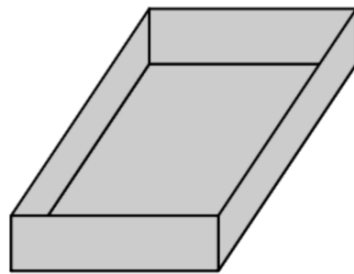
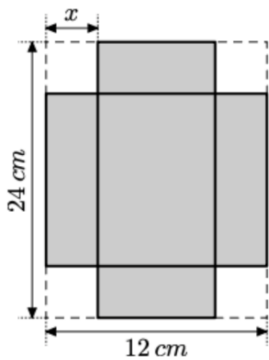
3. h définie sur $] -\infty ; 1[\cup]1 ; +\infty[$ par $h(x) = \frac{5x-3}{x-1}$.



4. i définie sur $] - \infty ; 0[\cup] 0 ; + \infty[$ par $i(x) = \frac{x^3 - 2x - 1}{x^3}$.

5. j définie sur $[0 ; + \infty[$ par $j(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$.

Exercice 3 Problème d'optimisation



On souhaite construire une boîte de forme parallélépipédique à partir d'une feuille cartonnée de dimensions 12 cm sur 24 cm .

Pour cela, on coupe quatre carrés dans les coins de cette feuille dont les côtés mesurent $x \text{ cm}$. On admet que la valeur de x doit être comprise dans l'intervalle $]0 ; 6[$.

Déterminer la valeur de x pour laquelle le volume de la boîte est maximal.

Bilan du jour

Ce que j'ai réussi :

Les points à travailler pour la rentrée :

Temps passé : _____

Bilan de la séance :



JOUR 17

EXPONENTIELLE : PROPRIÉTÉS ALGÈBRIQUES

Exercice 1  Simplifier les expressions suivantes.

a. $e^3 \cdot e^4 =$

.....

c. $(e^4)^3 \cdot e^4 =$

.....

.....

e. $e^5 \cdot e^6 =$

.....

.....

g. $e^{3x+1} \cdot e^{2-2x} =$

.....

.....

b. $e^4 \cdot e^{-4} =$

.....

d. $\frac{e^5 \cdot e^{-3}}{e^{-2}} =$

.....

.....

f. $\frac{e^6 \cdot e^{-2}}{e^{-4}} =$

.....

.....

h. $\frac{e^{x-2}}{e^{3-x}} =$

.....

.....

Exercice 2  Établir les égalités suivantes.

a. $\frac{2+3 \cdot e^x + e^{2x}}{e^{2x}} = 2 \cdot e^{-2x} + 3 \cdot e^{-x} + 1$

.....

.....

.....

c. $\frac{e^{3x+2}}{e^{3x-1}} = \frac{1+2 \cdot e^{-3x}}{1-e^{-3x}}$

.....

.....

.....

b. $\frac{1-e^x}{e^{2x}} = e^{-2x} - e^{-x}$

.....

.....

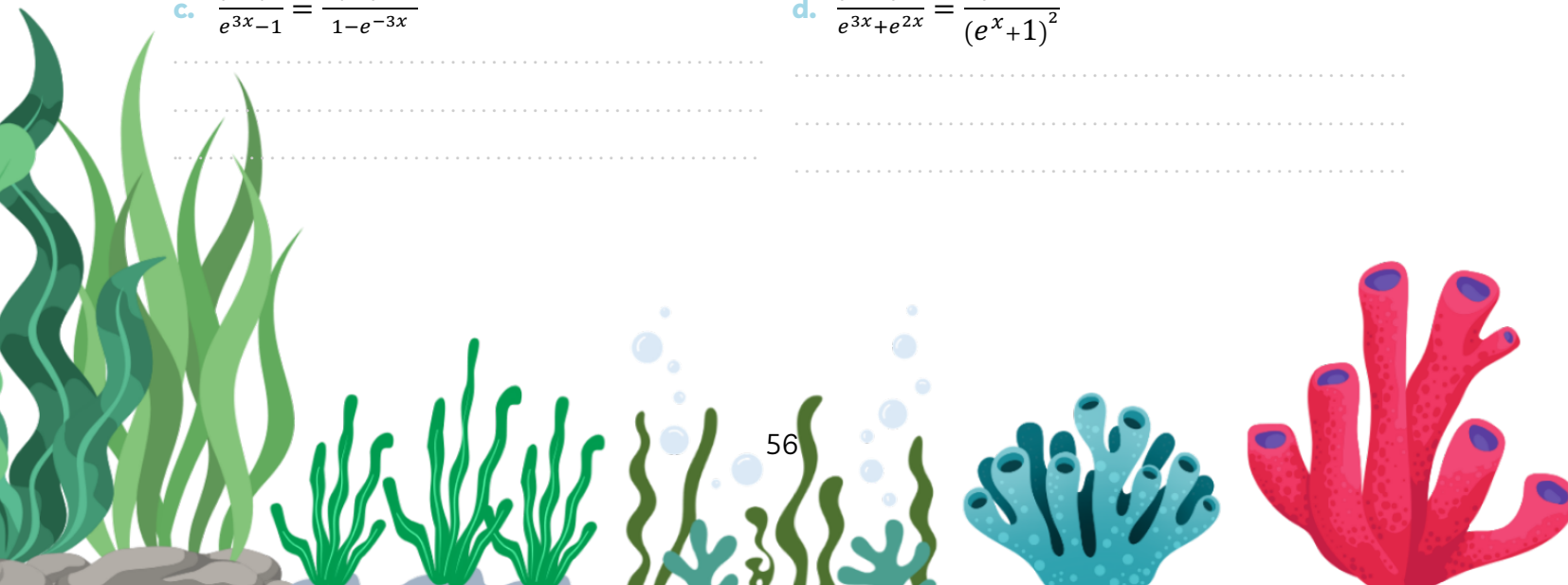
.....

d. $\frac{e^{3x}-e^{2x}}{e^{3x}+e^{2x}} = \frac{e^{2x}-1}{(e^x+1)^2}$

.....

.....

.....



Exercice 3 Résoudre les équations suivantes :

a. $e^{5x+1} = e^{2x}$

.....
.....
.....

b. $e^{3x+1} = 1$

.....
.....
.....

c. $\frac{e^{1-3x}}{e} = 1$

.....
.....
.....

Exercice 4 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a. $e^x - 5xe^x = 0$

.....
.....
.....

b. $4xe^x + 3e^{x+2} = 0$

.....
.....
.....

c. $e^{2x} - e^x - e^{x+1} + e = 0$

.....
.....
.....

Exercice 5 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1. $e^x > e^4$

.....
.....
.....

2. $e^{-2x} > 1$

.....
.....
.....

3. $e^{2x} < e^6$

.....
.....
.....

4. $e^{3x+4} \geq e^{13}$

.....
.....
.....

5. $e^{-2x+5} \leq e^9$

.....
.....
.....

6. $e^{3x+5} \geq e^{6x-1}$

Bilan du jour

Ce que j'ai réussi :

Les points à travailler pour la rentrée :

Temps passé : _____

Bilan de la séance :    





JOUR 18

FONCTION EXPONENTIELLE

Exercice 1 🔍 Déterminer, en fonction de $\mathbb{R}$, le signe des fonctions suivantes.

1. f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x^2 + 4)e^x$.

2. g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \frac{e^{-4x}}{-x^4 - 7}$.

3. h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = (1 + e^{2x})(e^{-3x} + 4)$.

Exercice 2 📊 Dans chacun des cas, f est une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$, déterminer $f'(x)$.

1. $f(x) = e^x + x^2$

2. $f(x) = 3e^x + 4x + 5$

3. $f(x) = 3x^2 - 4e^x$

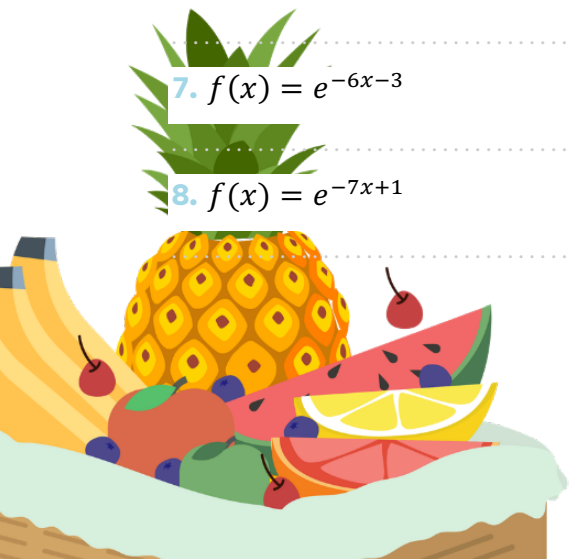
4. $f(x) = xe^x$

5. $f(x) = (1 + x)e^x$

6. $f(x) = \frac{x^2 + 5}{e^x}$

7. $f(x) = e^{-6x-3}$

8. $f(x) = e^{-7x+1}$



Bilan de la séance : 🙏 😊 😞 😭

JOUR 19

TRIGONOMÉTRIE

Exercice 1 Révision sur les angles

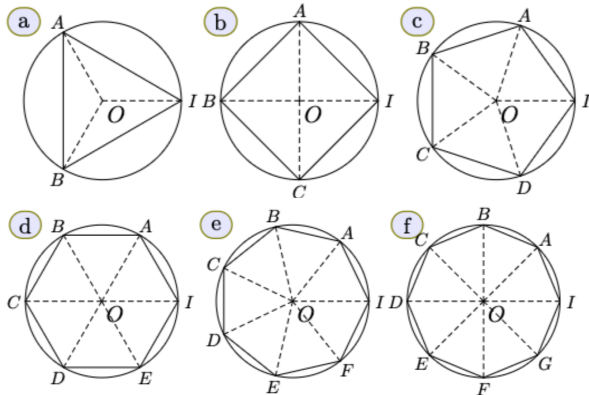
1. Déterminer la mesure exacte en radian des angles suivants :

- a) $90^\circ = \dots\dots\dots$ b) $60^\circ = \dots\dots\dots$ c) $45^\circ = \dots\dots\dots$
 d) $30^\circ = \dots\dots\dots$ e) $72^\circ = \dots\dots\dots$ f) $1^\circ = \dots\dots\dots$

2. Déterminer la mesure exacte en degré des angles suivants :

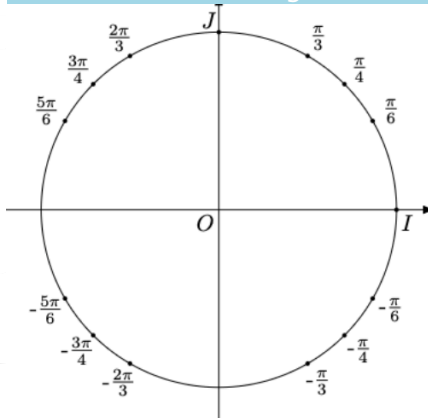
- a) $\frac{\pi}{2} \text{ rad} = \dots\dots\dots$ b) $\frac{\pi}{3} \text{ rad} = \dots\dots\dots$ c) $\frac{\pi}{6} \text{ rad} = \dots\dots\dots$
 d) $\frac{3\pi}{5} \text{ rad} = \dots\dots\dots$ e) $\frac{\pi}{12} \text{ rad} = \dots\dots\dots$ f) $\frac{3\pi}{4} \text{ rad} = \dots\dots\dots$

Exercice 2 Donner la mesure en radians de l'angle au centre séparant deux sommets consécutifs de chacun de ces polygones.



- a.
 b.
 c.
 d.
 e.
 f.

Exercice 3 Angles associés



On munit le plan d'un repère orthonormé $(O; I; J)$ et on considère le cercle trigonométrique, où sont représentés les points M du cercle trigonométrique dont la mesure principale de l'angle orienté $(\overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OM})$ est un angle remarquable.

Donner la valeur exacte des rapports ci-dessous.



- a) $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \dots\dots\dots$ b) $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \dots\dots\dots$ c) $\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \dots\dots\dots$ d) $\cos(\pi) = \dots\dots\dots$
e) $\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \dots\dots\dots$ f) $\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \dots\dots\dots$ g) $\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right) = \dots\dots\dots$ h) $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = \dots\dots\dots$

Exercice 4 Formule des angles associés. Simplifier chacune des expressions suivantes.

- a) $\cos(x - \pi) = \dots\dots\dots$
b) $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \dots\dots\dots$
c) $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \dots\dots\dots$
d) $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \dots\dots\dots$

Exercice 5 Calcul trigonométrique

On donne la valeur exacte : $\cos\frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$.

- a) En utilisant la formule $(\cos x)^2 + (\sin x)^2 = 1$, déterminer la valeur exacte de $\sin\frac{\pi}{8}$.
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
- b) En déduire la valeur exacte de $\cos\frac{5\pi}{8}$ en justifiant votre démarche.
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
- c) Établir l'égalité : $\tan\frac{\pi}{8} = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$.
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Bilan du jour

Ce que j'ai réussi : 

Les points à travailler pour la rentrée :

Temps passé : _____ Bilan de la séance :    





JOUR 20

ÉQUATIONS ET FONCTIONS TRIGONOMÉTRIQUES

Exercice 1  Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

1. $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

.....

.....

2. $\sin x = 0$

.....

.....

3. $2\sin x + \sqrt{3} = 0$

.....

.....

.....

Exercice 2  Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations trigonométriques suivantes.

1. $2\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 1 = 0$

.....

.....

.....

2. $1 - \sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = 0$

.....

.....

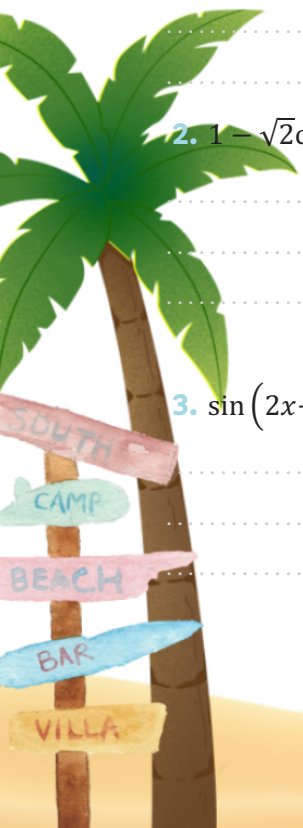
.....

3. $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$

.....

.....

.....



$$4. \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$$



Exercice 3

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{2}{2 + \cos x}$

1. Justifier que la fonction f est définie sur $\mathbb{R}$.
2. Montrer que la fonction f est paire et 2π -périodique. En déduire le plus petit intervalle d'étude de la fonction f .
3. Calculer la fonction dérivée f' et déterminer son signe sur l'intervalle $[0; \pi]$.
4. Dresser le tableau de variation de f sur $[-\pi; \pi]$ et tracer l'allure de la fonction sur $[-\pi; 3\pi]$.

Bilan du jour

Ce que j'ai réussi :

Les points à travailler pour la rentrée :

Temps passé : _____

Bilan de la séance : 🏆 😊 😐 😞



JOUR 21

JEUX DE LOGIQUE

Jeu 1 Mastermind

Il s'agit de déterminer un code numérique basé sur les indices donnés.

Un indice se compose d'un code de nombre erroné et de deux indices : un nombre suivant le point noir

- indique combien des chiffres du code proposé sont corrects (valeur et position) et un nombre suivant le point blanc ◦ indique combien de valeurs sont correctes, mais pas sur la position correcte.

6	2	3	4	• 1	◦ 0
7	1	2	6	• 1	◦ 0
3	7	6	8	• 1	◦ 1
5	6	1	2	• 1	◦ 1
				• 4	◦ 0

Grille à résoudre

6	2	3	4	• 1	◦ 0
7	1	2	6	• 1	◦ 0
3	7	6	8	• 1	◦ 1
5	6	1	2	• 1	◦ 1
5	1	3	8	• 4	◦ 0

Grille solution

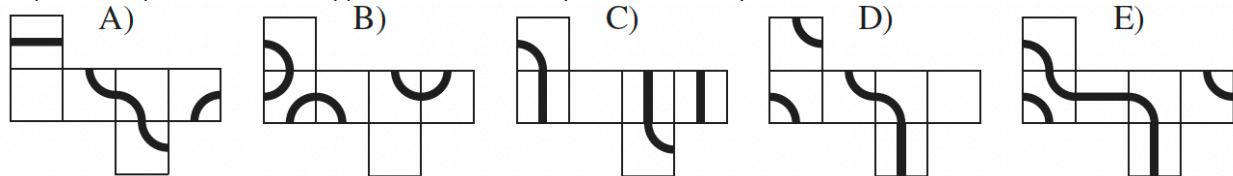
Grille 1	Grille 2	Grille 3
3 1 4 • 1 ◦ 1	3 6 5 • 0 ◦ 1	5 5 5 2 • 1 ◦ 2
2 2 4 • 0 ◦ 2	4 1 6 • 0 ◦ 2	5 3 5 2 • 0 ◦ 3
5 3 2 • 1 ◦ 0	5 1 3 • 0 ◦ 1	6 4 5 2 • 1 ◦ 2
• 3 ◦ 0	4 3 2 • 0 ◦ 1	• 4 ◦ 0
	• 3 ◦ 0	

Grille 4	Grille 5	Grille 6
1 3 6 4 • 2 ◦ 2	4 1 2 6 • 2 ◦ 0	3 2 3 5 • 2 ◦ 0
3 1 4 3 • 0 ◦ 3	3 4 6 5 • 2 ◦ 0	1 1 6 3 • 2 ◦ 0
3 4 1 3 • 0 ◦ 3	3 2 3 6 • 2 ◦ 0	4 6 6 5 • 2 ◦ 0
1 1 3 4 • 0 ◦ 3	5 1 6 4 • 2 ◦ 0	1 2 4 4 • 2 ◦ 0
• 4 ◦ 0	• 4 ◦ 0	• 4 ◦ 0

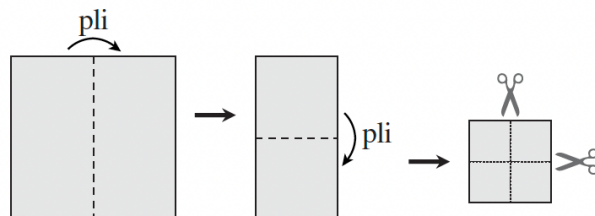


Jeu 2 Marche de la fourmi

Une fourmi marche le long d'une ligne dessinée sur les faces d'un cube et retourne à son point de départ. Lequel de ces cinq patrons de cube permet cette promenade ?



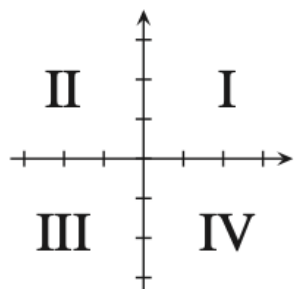
Jeu 3 Énigme de pliage



Chloé plie en deux une feuille carrée deux fois de suite, puis la coupe le long des traits indiqués sur le dessin. Elle déplie les morceaux, combien sont des carrés ?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

Jeu 4 Quadrant



Quel quadrant (I, II, III ou IV) ne contient aucun point de la représentation graphique de la fonction affine f définie par $f(x) = -3,5x + 7$?

- A) I B) II C) III D) IV
E) il y a des points de la représentation graphique dans chacun des quadrants

Bilan du jour

Ce que j'ai réussi :

Les points à travailler pour la rentrée :

Temps passé : _____

Bilan de la séance : 😊 😊 😊 😊



Prépare ton Bac avec les sujets-type

Disponible sur campusxyz.fr

Hong My

BAC 2026
ÉPREUVE ANTICIPÉE

1^{re}

100% SUJETS-TYPE CORRIGÉS
maths *tronc commun*

- ✓ 130 QCM **Automatismes** par thème
- ✓ 15 **exos-type** sur tout le programme
- ✓ 2 **Bac blancs** complets
- ✓ Des **corrigés** pas à pas

CAMPUS XYZ

Hong My

BAC 2026
ÉPREUVE ANTICIPÉE

1^{re}

100% SUJETS-TYPE CORRIGÉS
maths *voie techno*

- ✓ 130 QCM **Automatismes** par thème
- ✓ 15 **exos-type** sur tout le programme
- ✓ 2 **Bac blancs** complets
- ✓ Des **corrigés** pas à pas

CAMPUS XYZ

Hong My

BAC 2026
ÉPREUVE ANTICIPÉE

1^{re}

100% SUJETS-TYPE CORRIGÉS
maths *spé*

- ✓ 150 QCM **Automatismes** par thème
- ✓ 18 **exos-type** sur tout le programme
- ✓ 2 **Bac blancs** complets
- ✓ Des **corrigés** pas à pas

CAMPUS XYZ

GÉOMÉTRIE

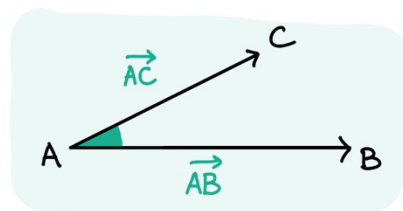


PRODUIT SCALAIRE

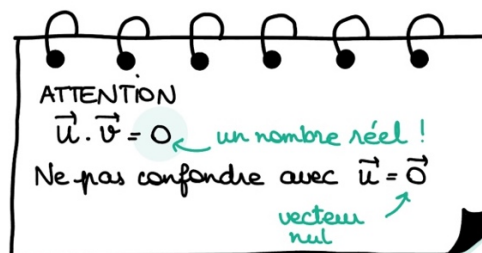
C'EST QUOI, LE PRODUIT SCALAIRE ?

Soit $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ deux vecteurs. On appelle **produit scalaire** de $\overrightarrow{AB}$ par $\overrightarrow{AC}$, noté $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$, le nombre réel défini par :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC})$$



- $\vec{u} \cdot \vec{v}$ se lit « $\vec{u}$ scalaire $\vec{v}$ »
- si l'un des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est nul, alors $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$



DANS UN REPÈRE ORTHONORMÉ

Soit $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ deux vecteurs. On a : $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy'$.

Exemple

On considère $\vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$. Alors leur produit scalaire vaut :
 $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3 \times 1 + (-2) \times 4 = 3 - 8 = -5$.



SCANNE MOI



NORME

Soit deux points A et B. La **norme du vecteur** $\overrightarrow{AB}$, notée $\|\overrightarrow{AB}\|$, est la distance AB.

Propriété : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB}^2 = \|\overrightarrow{AB}\|^2 = AB^2$

PROPRIÉTÉS

Symétrie

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$$

Bilinéarité

$$\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w}$$

$$\vec{u} \cdot (k\vec{v}) = k \vec{u} \cdot \vec{v}$$

↳ nombre réel

Identités remarquables

$$(\vec{u} + \vec{v})^2 = \|\vec{u}\|^2 + 2\vec{u} \cdot \vec{v} + \|\vec{v}\|^2$$

$$(\vec{u} - \vec{v})^2 = \|\vec{u}\|^2 - 2\vec{u} \cdot \vec{v} + \|\vec{v}\|^2$$

$$(\vec{u} + \vec{v})(\vec{u} - \vec{v}) = \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2$$

ORTHOGONALITÉ



PROPRIÉTÉS

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **orthogonaux** si et seulement si $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

- Si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux, alors $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy' = 0$.
- Si $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy' = 0$, alors les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **orthogonaux**.
- Le vecteur nul $\vec{0}$ est orthogonal à tous les autres vecteurs.

Exemple

Les vecteurs $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$ sont-ils orthogonaux ?

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 7 \times (-2) + 3 \times 5 = -14 + 15 = 1$$

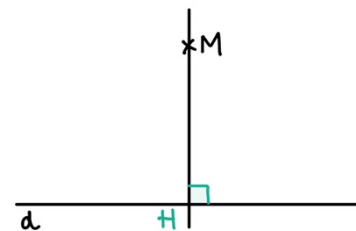
$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} \neq 0$ donc ces vecteurs ne sont pas orthogonaux.



PROJETÉ ORTHOGONAL

Soit une droite d et un point M .

Le **projeté orthogonal** du point M sur la droite d est le point d'intersection H de la droite d avec la perpendiculaire à d passant par M .

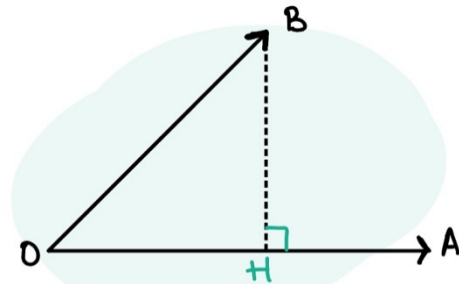


Soit $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$ deux vecteurs non nuls.

H est le **projeté orthogonal** du point B sur la droite (OA) .

On a :

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OH}$$



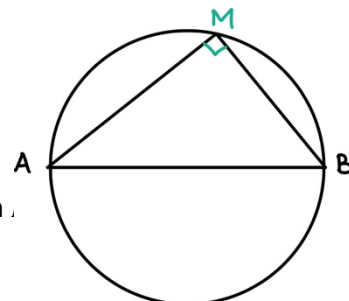
TRANSFORMATION DE $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$

L'ensemble des points M vérifiant l'égalité $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$ est le **cercle de diamètre $[AB]$** .

Pourquoi ?

Comme $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$, les vecteurs $\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{MB}$ sont **orthogonaux**.

L'ensemble des points M tel que le triangle ABM soit rectangle en M est donc le **cercle de diamètre $[AB]$** .



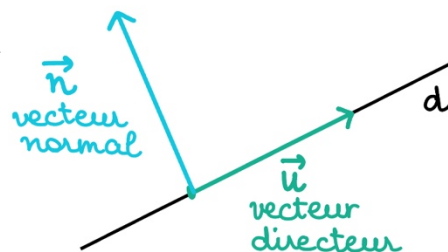
ÉQUATION DE DROITE

✎ VECTEUR NORMAL À UNE DROITE

On appelle **vecteur normal** à la droite d , un vecteur non nul **orthogonal** à un vecteur directeur de d .

$\vec{u}$ est un vecteur **directeur** de d

$\vec{n}$ est un vecteur **normal** de d



✎ ÉQUATION CARTÉSIENNE

Une droite de vecteur normal $\vec{n} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ admet une équation cartésienne de la forme $ax + by + c = 0$

c est un nombre à déterminer avec un point appartenant à la droite



Réciproquement, la droite d'équation cartésienne $ax + by + c = 0$ admet le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ pour **vecteur normal** et le vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ pour **vecteur directeur**.

Exemple

Soit la droite d'équation cartésienne $3x + 4y - 8 = 0$. Je reconnais $a = 3$, $b = 4$ et $c = -8$.

- Un vecteur **normal** de la droite est $\vec{n} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$.
- Un vecteur **directeur** de la droite est $\vec{u} \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$.

On vérifie que $\vec{n}$ et $\vec{u}$ sont orthogonaux : $\vec{u} \cdot \vec{n} = (-4) \times 3 + 3 \times 4 = 0$. ✓

✎ MÉTHODE : DÉTERMINER UNE ÉQUATION DE DROITE

On considère la droite d passant par le point $B(2; -3)$ et dont un vecteur normal est le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$.

Réponse

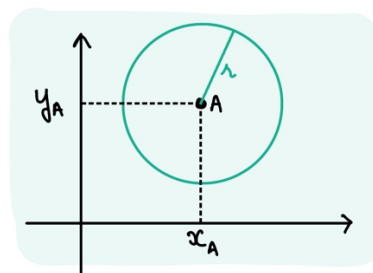
Comme $\vec{n} \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$ est un vecteur normal de d , une équation de d est $-2x + 5y + c = 0$.

Le point $B(2; -3)$ appartient à d , donc $-2 \times 2 + 5 \times (-3) + c = 0$ d'où $c = 19$. Ainsi, une équation cartésienne de d est : $-2x + 5y + 19 = 0$.

ÉQUATION DE CERCLE

Une **équation du cercle** de centre $A \begin{pmatrix} x_A \\ y_A \end{pmatrix}$ et de rayon r est :

$$(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 = r^2$$



Exemple :

Le cercle de centre $A \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ et de rayon 5 a pour équation :

$$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$$

Cas particulier : Cercle centré en l'origine

$$x^2 + y^2 = r^2 \quad \rightarrow \quad A(0, 0)$$

⚠ **Attention** Les équations suivantes ne sont pas des équations de cercle

✗ le membre de droite est négatif	✗ il n'y a pas de terme en y^2	✗ le signe devant le terme en y^2 est négatif
$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = -3$	$(x - 2)^2 + 5y = 10$	$(x - 2)^2 - (y + 3)^2 = 25$



MÉTHODE : DÉTERMINER UNE ÉQUATION DE CERCLE

On considère le cercle de centre $C \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et passant par le point $D \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Déterminer une équation du cercle.

1. J'écris **l'équation du cercle** avec les coordonnées du centre.

$$(x - (-2))^2 + (y - 3)^2 = r^2$$

$$(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = r^2$$

2. Je détermine le carré du rayon à l'aide de la formule de la distance.

$$r^2 = CD^2 = (4 - (-2))^2 + (1 - 3)^2$$

$$r^2 = (4 + 2)^2 + (-2)^2 = 6^2 + (-2)^2$$

$$= 36 + 4 = 40$$

3. J'en déduis l'équation du cercle.

$$(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 40$$

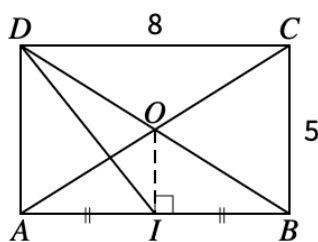
JOUR 22

PRODUIT SCALAIRE

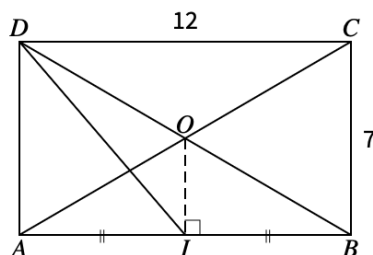
Exercice 1 Calculer un produit scalaire avec une projection.

ABCD est un rectangle de centre O. Calculer $\overrightarrow{DI} \cdot \overrightarrow{BC}$ dans chaque cas.

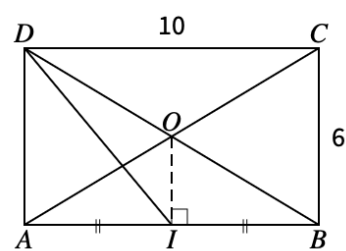
Cas 1



Cas 2



Cas 3

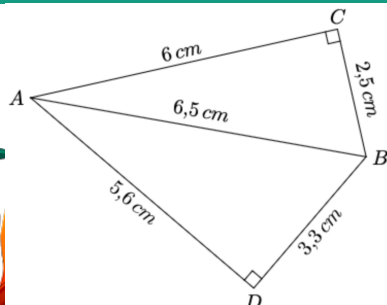


Exercice 2 Calculer un produit scalaire avec le cosinus.

1. On considère un triangle ABC tel que $AB = 3$, $AC = 4$ et $\widehat{BAC} = 45^\circ$. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

2. On considère un triangle ABC tel que $AB = 10$, $AC = 12$ et $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

Exercice 3 Utilisation des propriétés algébriques



On considère les deux triangles ABC et ACD rectangles respectivement en C et D :

1. Déterminer les valeurs des produits scalaires suivants:
 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

2. En déduire la valeur du produit scalaire : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$



Exercice 4 Coordonnées et produit scalaire

Dans le plan muni d'un repère $(O ; I ; J)$ orthonormé, on considère les quatre points suivants :

$$A(-3 ; 2); B(-2 ; -2); C(2 ; -1); D(1 ; 3)$$

1. Déterminer la valeur de $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$.

2. Démontrer que le quadrilatère $ABCD$ est un rectangle.

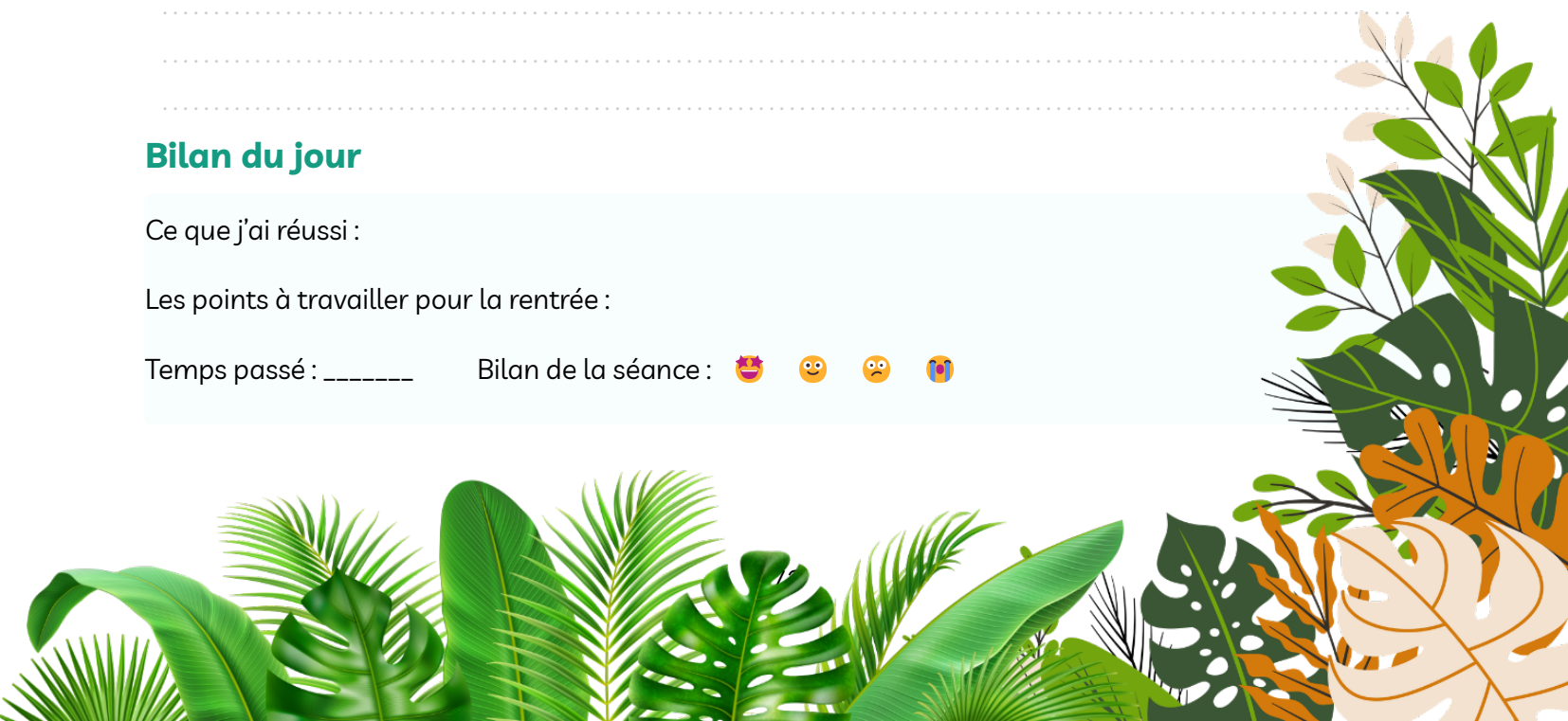
Bilan du jour

Ce que j'ai réussi :

Les points à travailler pour la rentrée :

Temps passé : _____

Bilan de la séance :    





JOUR 23

APPLICATIONS DU PRODUIT SCALAIRE

Exercice 1 Produit scalaire et suites

On considère les deux suites (u_n) et (v_n) définies sur $\mathbb{N}$ par :

1. la suite (u_n) est arithmétique de premier terme -6 et de raison 3 .
2. la suite (v_n) est géométrique de premier terme 27 et de raison $\frac{1}{3}$.

Dans le plan orthogonal, on considère la suite des points (M_n) définis sur $\mathbb{N}$ par : $M_n(u_n; v_n)$
Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{OM_1}$ et $\overrightarrow{OM_4}$ sont orthogonaux.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice 2 Produit scalaire et dérivées

On considère les deux fonctions : $f(x) = x^2 - 5x + 2$ et $g(x) = -x^2 + 5x - 1$

On note respectivement $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ les courbes représentatives des fonctions f et g dans un repère orthonormal. Établir que les tangentes respectives aux courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ au point d'abscisse 3 sont orthogonales.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

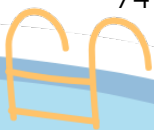
.....

.....

.....

.....

.....



Exercice 3 Produit scalaire et exponentielle

On considère les deux fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = e^{2x+2} \text{ et } g(x) = -4 \cdot e^{-2x+4}$$

On note $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ les courbes représentatives respectives des fonctions f et g dans un repère orthonormal. Pour x un nombre réel, on note M_x et N_x les deux points d'abscisse x et appartenant respectivement aux courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.

Déterminer l'ensemble des valeurs de x tels que les deux vecteurs $\overrightarrow{OM_x}$ et $\overrightarrow{ON_x}$ soient orthogonaux.

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice 4 Norme d'un vecteur

1. Soit $\vec{u} \begin{pmatrix} -\frac{5}{2} \\ \frac{4}{3} \end{pmatrix}$. Montrer que : $\|\vec{u}\| = \frac{17}{6}$

.....

.....

.....

2. On considère les deux points $A \left(-\frac{2}{3}; \frac{1}{2} \right)$ et $B \left(\frac{8}{3}; -2 \right)$. Montrer que : $\|\overrightarrow{AB}\| = \frac{25}{6}$

.....

.....

.....

Bilan du jour

Ce que j'ai réussi :

Les points à travailler pour la rentrée :

Temps passé : _____

Bilan de la séance :    



JOUR 24

ÉQUATION DE DROITES

Exercice 1 + Équation cartésienne. On considère un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. Donner un vecteur directeur de la droite Δ d'équation $2x + 3y + 5 = 0$.

.....

.....

2. Déterminer une équation de la droite (d) parallèle à Δ et passant par $A(-2; 3)$.

.....

.....

3. Déterminer une équation de la droite D passant par $A(-2; 3)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(1; -4)$.

.....

.....

Exercice 2  Déterminer une équation cartésienne

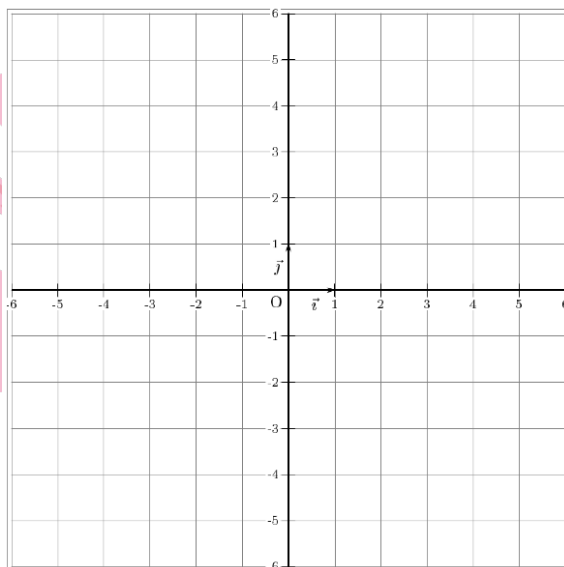
La droite (d) passe par le point A de coordonnées $(5; -2)$ et a le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix}$ comme vecteur normal. Déterminer une équation cartésienne de (d) .

.....

.....

.....

Exercice 3  Représenter les droites suivantes.



1. $d_1: 3x - y + 2 = 0$

2. $d_2: -x + y - 6 = 0$

3. $d_3: 4x - 1 = 0$

4. $d_4: -3x + y = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice 4 🇫🇷 Dans chacun des cas suivants, donner une équation cartésienne de la droite (AB).

1. $A(1; 3)$ et $B(6; 2)$

.....

.....

.....

2. $A(-2; 4)$ et $B(3; 8)$

.....

.....

.....

3. $A(4; 5)$ et $B(-2; 5)$

.....

.....

.....

Exercice 5 🔍 On considère le plan muni d'un repère orthonormé.

1. On considère les deux droites (d_1) et (d_2) admettant pour équation cartésienne :

$$(d_1): x + 2y - 1 = 0; (d_2): 4x + 8y + 2 = 0$$

(a) Donner deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ normaux respectivement aux droites (d_1) et (d_2) .

.....

.....

.....

(b) Justifier que les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles.

.....

.....

.....

2. On considère les deux droites (Δ_1) et (Δ_2) admettant pour équation cartésienne :

$$(\Delta_1): 4x + 3y - 1 = 0; (\Delta_2): -6x + 8y + 5 = 0$$

(a) Donner deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ normaux respectivement aux droites (Δ_1) et (Δ_2) .

.....

.....

.....

(b) Justifier que les droites (Δ_1) et (Δ_2) sont perpendiculaires.

.....

.....

.....

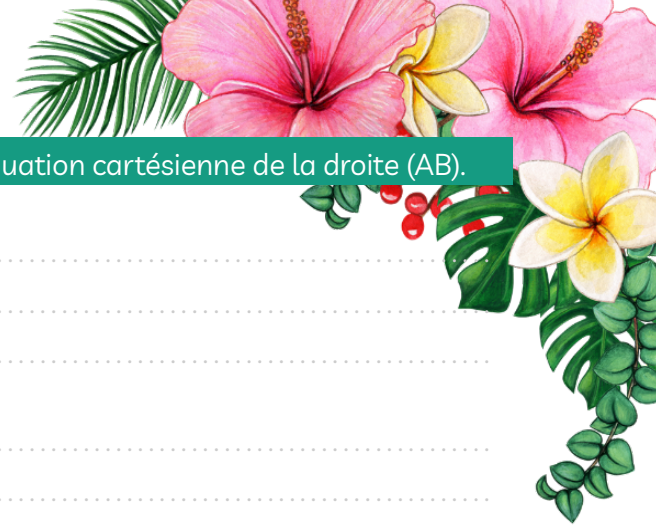
Bilan du jour

Ce que j'ai réussi :

Les points à travailler pour la rentrée :

Temps passé : _____

Bilan de la séance : 😊 😐 😞 🤖





JOUR 25

ÉQUATIONS DE CERCLE

Exercice 1

Proposition : Si un triangle ABC est inscrit dans un cercle et qu'un de ses côtés forme un diamètre alors ce triangle est rectangle et ce côté est son hypoténuse.

Conséquence : Pour un cercle $\mathcal{C}$ de diamètre $[AB]$ et pour tout point M de ce cercle : $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$ dont l'unité est le centimètre. On considère le cercle $\mathcal{C}'$ dont les points A et B sont diamétralement opposés. Déterminer l'équation du cercle dans chacun des cas suivants :

(a) $A(-2; 0)$ et $B(4; 0)$

.....

.....

.....

.....

(b) $A(2; -3)$ et $B(-1; 2)$

.....

.....

.....

.....

Exercice 2 On considère le plan muni d'un repère $(O; I; J)$ orthonormé et le cercle $\mathcal{C}$ de centre $A(2; 1)$ et de rayon 4.

Déterminer l'équation cartésienne du cercle $\mathcal{C}$.

.....

.....

.....

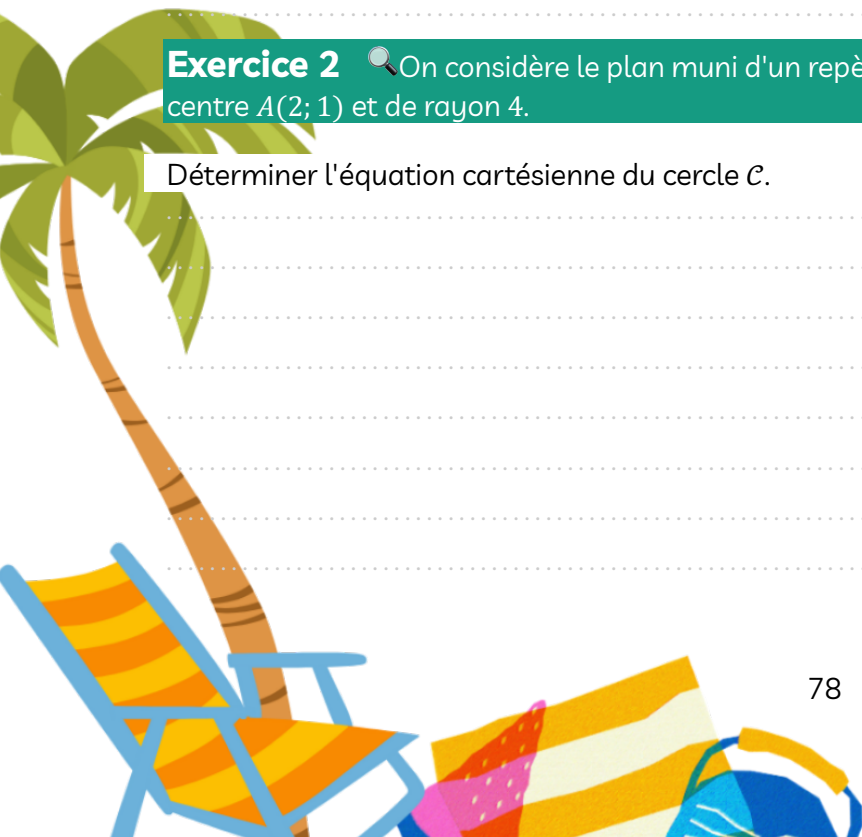
.....

.....

.....

.....

.....



Exercice 3

Proposition : Dans le plan, considérons l'équation cartésienne $x^2 + y^2 + a \cdot x + b \cdot y + c = 0$. On note $\rho = \frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} - c$. L'ensemble $\mathcal{E}$ des points définis par cette équation cartésienne est :

1. vide si $\rho < 0$
2. un point si $\rho = 0$
3. un cercle si $\rho > 0$ dont le rayon est $\sqrt{\rho}$ et le centre $\left(\frac{-a}{2}; \frac{-b}{2}\right)$

Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$, on considère l'équation cartésienne :

$$(E): x^2 + y^2 - 4 \cdot x - 3 \cdot y - 31 = 0$$

1. Montrer que les points $A(-3; 5)$ et $B\left(\frac{11}{2}; \frac{13}{2}\right)$ appartiennent à l'ensemble des points dont les coordonnées sont solutions de (E) .

.....

.....

.....

2. En déduire la nature de l'ensemble des points du plan vérifiant l'équation cartésienne (E) .

.....

.....

.....

Exercice 4

Dans le plan muni d'un repère $(O; I; J)$, on considère les trois équations cartésiennes :

(a) $x^2 + y^2 - 10 \cdot x + 2 \cdot y + 22 = 0$

(b) $x^2 + y^2 - 2 \cdot x - 4 \cdot y + 5 = 0$

(c) $x^2 + y^2 + 2 \cdot x + 2 \cdot y + 5 = 0$

Déterminer la nature, et si besoin les éléments caractéristiques, de l'ensemble défini par chacune de ces équations cartésiennes.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

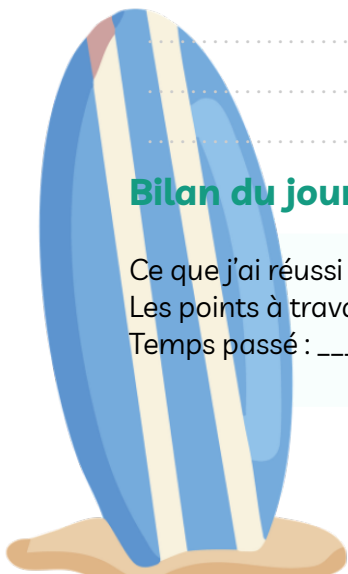
Bilan du jour

Ce que j'ai réussi :

Les points à travailler pour la rentrée :

Temps passé : _____

Bilan de la séance :



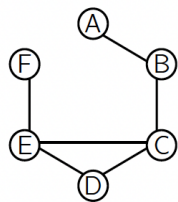
JOUR 26

JEUX DE LOGIQUE

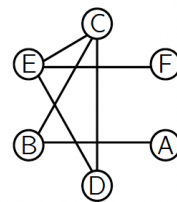
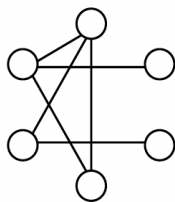
Jeu 1 Morphisme

Les deux graphes ont une structure identique, mais leurs sommets ont été réorganisés.
Le but du jeu est d'écrire les lettres correspondantes aux sommets au bon endroit.

Il importe seulement de savoir quels sommets sont reliés par des arêtes. Les longueurs des arêtes et les croisements d'arêtes n'ont aucune importance.

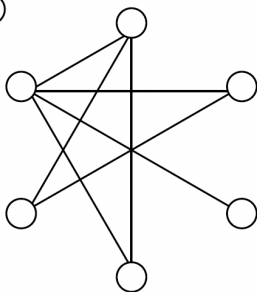
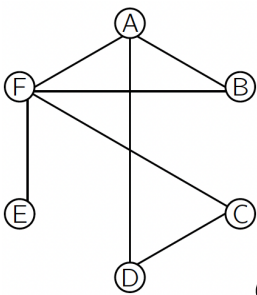


Grille à résoudre

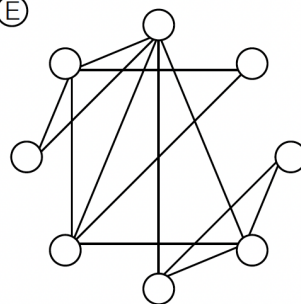
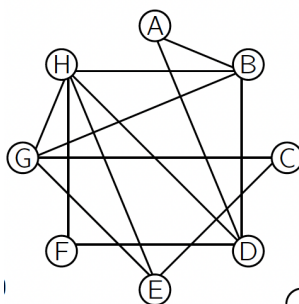


Grille solution

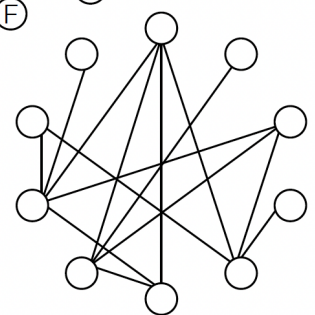
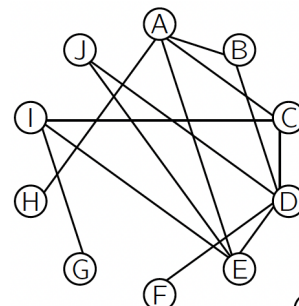
Grille 1



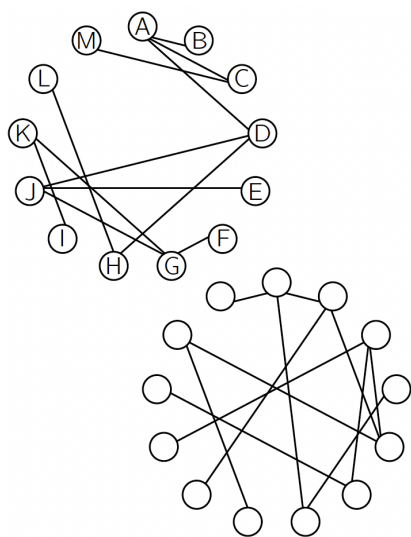
Grille 2



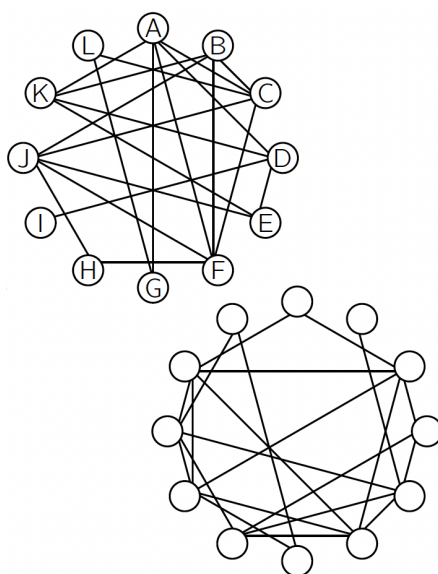
Grille 3



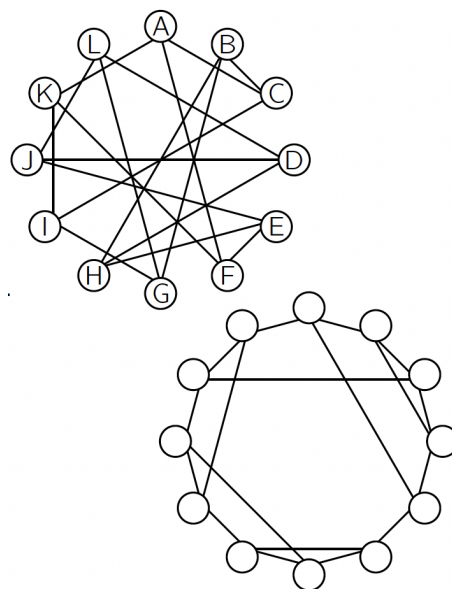
Grille 4



Grille 5



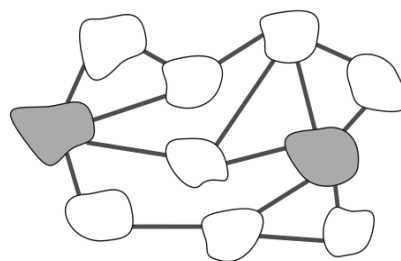
Grille 6



Jeu 2 Îles et ponts

La figure représente les 10 îles d'un lac et les 15 ponts les reliant. Quel est le plus petit nombre de ponts à supprimer pour qu'il ne soit plus possible d'aller d'une des îles coloriées en gris à l'autre ?

- A) 1 B) 2
C) 3 D) 4 E) 5

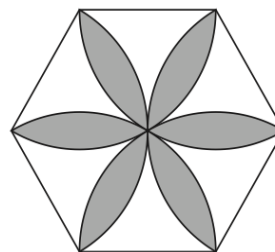


Jeu 3 Aire de la fleur

La figure représente un hexagone régulier de côté 1. La fleur dessinée en gris a été construite avec des arcs de cercles de rayon 1 dont les centres sont des sommets de l'hexagone.

Quelle est l'aire de la fleur ?

- A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{2\pi}{3}$
C) $2\sqrt{3} - \pi$ D) $\frac{\pi}{2} + \sqrt{3}$ E) $2\pi - 3\sqrt{3}$



Découvre toute la collection

LES FICHES
MAGIQUES

Enfin réussir en maths sans stresser.
de la 6e à la Terminale.



Nombres et calculs

Puissances

La puissance d'un nombre, c'est la **multiplication répétée** de ce nombre avec lui-même. C'est l'écriture raccourcie d'une multiplication.

$$2^4 = \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2}_{4 \text{ facteurs de } 2}$$

exposant
base

COMMENT ÇA MARCHE ?

- Je compte le nombre de facteurs dans le produit pour obtenir l'exposant.

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5$$

je compte 5

- Je regroupe les bases avant de mettre l'exposant.

$$3 \times 5 \times 5 \times 3 \times 3 = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5}{3^3 \times 5^2}$$

- Si c'est une fraction, j'applique l'exposant au numérateur et au dénominateur.

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2^3}{5^3}$$

- Attention au signe **négatif** : s'il n'est pas dans des parenthèses, on n'applique pas l'exposant !

$$(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$$

$$-2^3 = -(2 \times 2 \times 2) = -8$$

JE T'EXPLIQUE
EN 30 SEC



Exercices

- Écrire chaque produit sous la forme $a^n \times b^m$.

$$8 \times 9 \times 9 \times 8 \times 8 \times 9 \times 8 =$$

$$(-2) \times 3 \times (-2) \times 3 \times 3 =$$

$$3 \times 7 \times 3 \times 49 \times 3 \times 3 =$$

$$4 \times (-2) \times 5 \times (-2) \times 5 \times (-2) \times 5 =$$

$$\frac{9}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} =$$

- Rellier les expressions égales.

4^9	•	8
2^3	•	1
-3^2	•	-9
$(-3)^2$	•	-8
$(-1)^3$	•	9
-2^3	•	-1

- Ranger chaque nombre dans la catégorie correspondant à son signe.

-7^2	7^2	$(-7)^2$	7^1	$(-7)^1$
--------	-------	----------	-------	----------

Positif

Négatif

19

Nombres et calculs



Proportionnalité

C'EST QUOI LA PROPORTIONNALITÉ ?

Deux grandeurs sont proportionnelles si on peut passer des valeurs de l'une à celles de l'autre en multipliant par un même nombre (non nul).

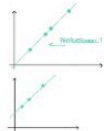
LE PRODUIT EN CROIX

Le produit en croix permet de calculer le quatrième terme manquant dans une situation de proportionnalité. On rappelle aussi cette méthode la **règle de 3**.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

SITUATION DE PROPORTIONNALITÉ

Il y a une situation de proportionnalité si les deux grandeurs sont liées par une relation de proportionnalité. On peut aussi dire qu'il y a une situation de proportionnalité si les deux grandeurs sont liées par une relation de proportionnalité.



Les équations

Une équation, c'est une balance.

Il faut la garder équilibrée.

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 5 & 9 \\ \hline x+5 & 2x+9 \\ \hline \end{array}$$

Équilibrer les deux côtés de la balance revient à **ajouter** la même somme des poids du haut et du bas. On peut aussi dire qu'il faut **ajouter** la même somme des poids du haut et du bas.

$$x+5 = 2x+9$$

À QUOI SERVENT LES ÉQUATIONS ?

Tu imagines bien qu'on ne pourra pas dessiner une balance à chaque situation. On écrit donc simplement l'équation $x+5 = 2x+9$.

C'EST BIEN PRATIQUE !

Car x peut être un poids, mais aussi le nombre de pommes ou le nombre de places de cinéma.

Si la seule inconnue est x, on dit que l'équation est du **premier degré**.

Les boucles

Pour éviter les répétitions, on peut utiliser une boucle.

Exemple :

On peut aussi utiliser une boucle dans la catégorie **boucles**.

RETOUR INDÉFINI

La boucle **retour indéfini** fait que la boucle se répète tant qu'elle n'est pas arrêtée.

Exemple : Pour obtenir un effet de répétition d'un texte tout le long de l'exécution.

BOUCLES NÉCESSAIRES

Il est tout à fait possible d'utiliser des boucles dans des boucles.

Exemple :

STATISTIQUES ET PROBABILITÉS



PROBABILITÉS CONDITIONNELLES

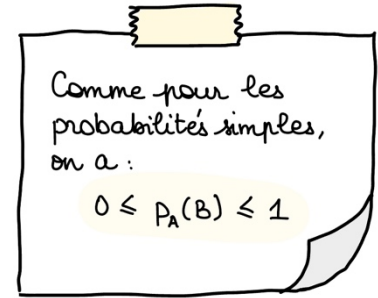


DÉFINITION

On appelle **probabilité conditionnelle de B sachant A**, la probabilité que l'événement B se réalise sachant que l'événement A est réalisé. On la note : $P_A(B)$.

Propriété

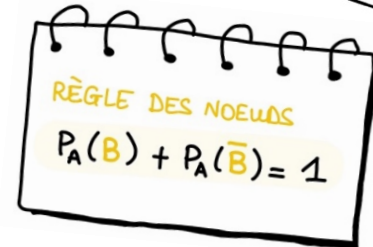
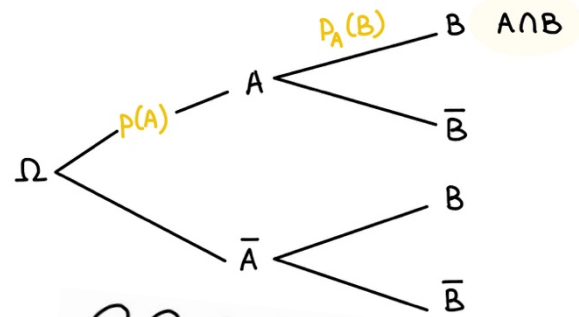
$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad \text{ou encore} \quad P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B)$$



DANS UN ARBRE PONDÉRÉ

Ainsi, en pondérant la branche reliant A à B par la probabilité de B sachant A, on trouve la probabilité de $A \cap B$ en **multipliant les probabilité le long des branches**.

Règle des noeuds : La somme des probabilités rencontrées sur les branches partant d'un même événement est égale à 1.



CALCULER UNE PROBABILITÉ CONDITIONNELLE

On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes.

Soit A l'événement : « Le résultat est un pique » et B l'événement : « Le résultat est un roi ». Calculer $P_A(B)$, la probabilité que le résultat soit un roi sachant qu'on a tiré un pique.

Réponse :

$$P(A) = \frac{8}{32} = \frac{1}{4} \quad \text{et} \quad P(A \cap B) = \frac{1}{32} \quad (\text{tirer un roi de pique}).$$

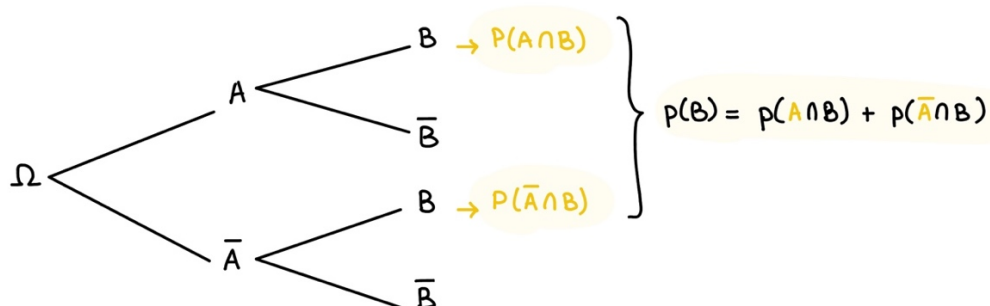
Donc la probabilité que le résultat soit un roi sachant qu'on a tiré un pique est :

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1}{32} : \frac{1}{4} = \frac{4}{32} = \frac{1}{8} \quad \checkmark$$

PROBABILITÉS TOTALES

La **probabilité de B** s'obtient en **ajoutant** les probabilités des branches qui aboutissent à B. Autrement dit :

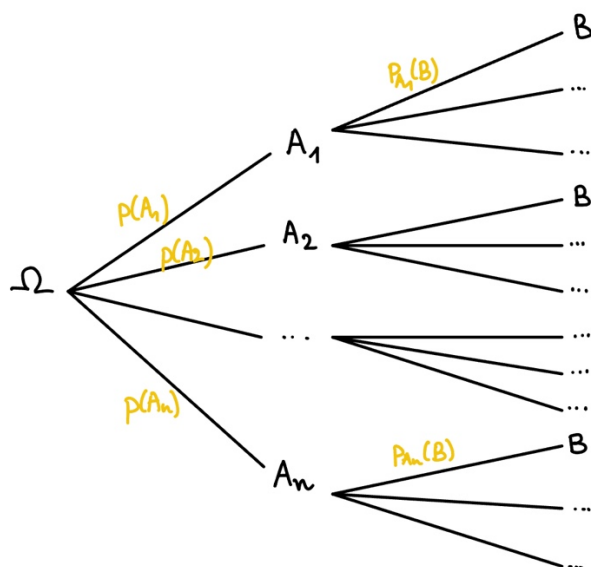
$$\begin{aligned} p(B) &= p(A \cap B) + p(\bar{A} \cap B) \\ &= p(A) \times p_A(B) + p(\bar{A}) \times p_{\bar{A}}(B) \end{aligned}$$



FORMULE DES PROBABILITÉS TOTALES

Soient $A_1, A_2, \dots, A_n$ une partition de l'univers et B un événement, alors la **probabilité de B** est donnée par :

$$\begin{aligned} p(B) &= p(B \cap A_1) + p(B \cap A_2) + \dots + p(B \cap A_n) \\ &= p(A_1) \times p_{A_1}(B) + p(A_2) \times p_{A_2}(B) + \dots + p(A_n) \times p_{A_n}(B) \end{aligned}$$





JOUR 27

PROBABILITÉS CONDITIONNELLES



Exercice 1 🇫🇷 A et B désignent deux événements d'un même univers.

Dans chacun des cas suivants calculer $p_A(B)$ et $p_B(A)$.

1. $p(A) = 0,4$, $p(B) = 0,3$ et $p(A \cap B) = 0,1$

.....

.....

.....

2. $p(A) = 0,7$, $p(B) = 0,5$ et $p(A \cap B) = 0,2$

.....

.....

.....

3. $p(A) = 0,9$, $p(B) = 0,4$ et $p(A \cap B) = 0,3$

.....

.....

.....

Exercice 2 🎲 Calculer avec une probabilité conditionnelle

On considère deux événements A et B tels que : $P(A) = 0,7$ et $P_A(B) = 0,2$. Calculer $P(A \cap B)$.

.....

.....

.....

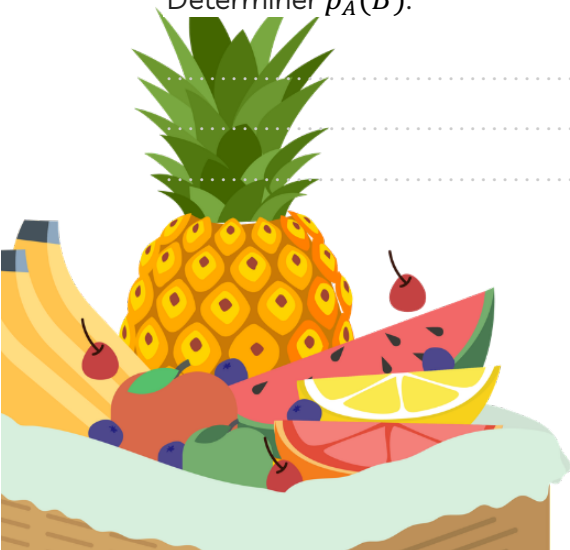
Exercice 3 🎯 Calculer avec une probabilité conditionnelle

On considère deux événements A et B tels que $p(A) = 0,4$, $p(B) = 0,8$, $p_B(A) = 0,3$.
Déterminer $p_A(B)$.

.....

.....

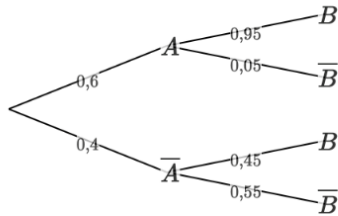
.....



Exercice 4 Calculer une probabilité avec un arbre

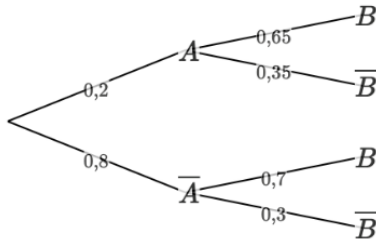
Cas 1

On donne l'arbre de probabilités. Calculer $P(\bar{B})$.



Cas 2

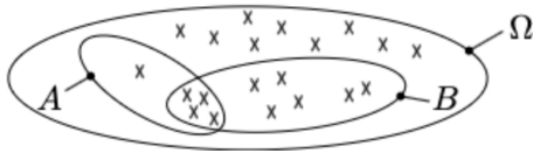
On donne l'arbre de probabilités. Calculer $P_B(\bar{A})$.



Cas 3

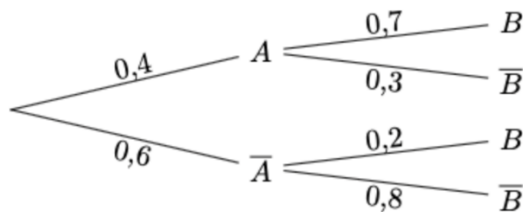
On considère l'univers Ω et ses deux événements A et B sont représentés par un diagramme de Venn.

On utilise la loi d'équiprobabilité.



Cas 4

On considère l'arbre de probabilité suivant :



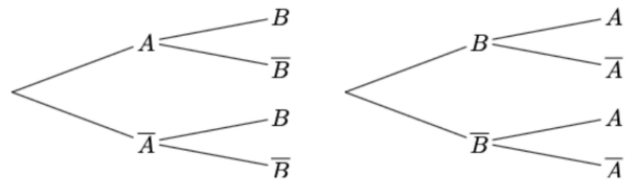
1. Par lecture de cet arbre, donner les probabilités ci-dessous :

(a) $\mathcal{P}_A(B)$ (b) $\mathcal{P}_{\bar{A}}(B)$

2. Déterminer les probabilités ci-dessous :

(a) $\mathcal{P}(A \cap B)$ (b) $\mathcal{P}(\bar{A} \cap B)$

Compléter les deux arbres de probabilités.





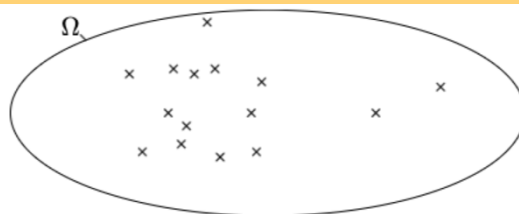
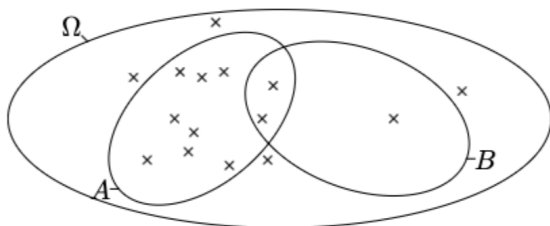
JOUR 28

ÉVÉNEMENTS INDÉPENDANTS

Exercice 1 Diagrammes de Venn

On considère l'expérience aléatoire d'univers Ω représenté ci-dessous et muni de la loi d'équiprobabilité :

1. On considère les deux événements A et B représentés ci-dessous :

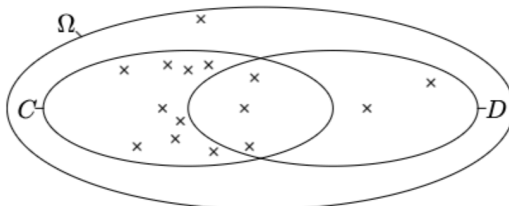


Déterminer les probabilités suivantes :

a. $P_A(B) =$

b. $P(B) =$

2. On considère les deux événements C et D représentés ci-dessous :



Déterminer les probabilités suivantes :

a. $P_C(D) =$

b. $P(D) =$

3. Les couples $(A; B)$ et $(C; D)$ sont-ils des couples d'événements indépendants ?



Exercice 2



Dans chacun des cas A et B sont des événements indépendants d'un univers Ω .

Déterminer $p(A \cap B)$.

1. $p(A) = 0,4$ et $p(B) = 0,6$

2. $p(A) = 0,5$ et $p(B) = 0,7$

3. $p(A) = 0,8$ et $p(B) = 0,2$

Exercice 3



On considère deux événements A et B d'un univers fini Ω tels que $p(A) = \frac{1}{5}$ et $p(B) = \frac{2}{3}$. Dans chacun des cas calculer $p(A \cup B)$ et $p_A(B)$.

1. A et B sont indépendants.

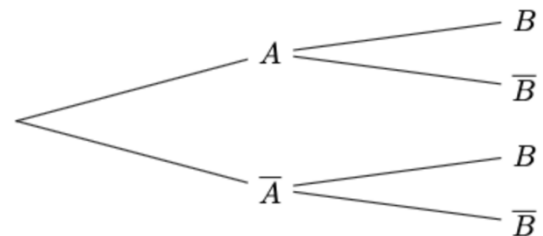
2. A et B sont incompatibles.

Exercice 4



On considère un espace $(\Omega; \mathcal{P})$ probabilisé et deux événements A et B indépendants. On a les informations suivantes : $\mathcal{P}(A) = 0,6$; $\mathcal{P}(B) = 0,7$

1. Compléter l'arbre de probabilité ci-dessous.



2. Déterminer les probabilités suivantes : $\mathcal{P}(A \cap \bar{B})$; $\mathcal{P}(A \cup \bar{B})$

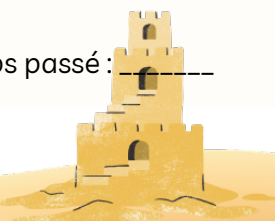
Bilan du jour

Ce que j'ai réussi :

Les points à travailler pour la rentrée :

Temps passé : _____

Bilan de la séance : 😊 😐 😞 😭



JOUR 29

VARIABLES ALÉATOIRES

Exercice 1 QCM

On dispose d'un dé équilibré à 6 faces et on associe à chaque face un gain de la manière suivante :

- la face "6" rapporte 5 €.
- les faces "1" et "3" rapportent 2 €.
- les autres faces portant un numéro pair rapportent 1 €.
- la face "5" ne rapporte rien.

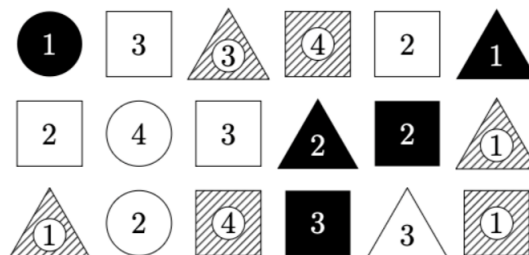
On note X la variable aléatoire qui, à chaque lancer du dé, associe le gain réalisé.

- Déterminer la valeur de la probabilité $\mathcal{P}(X = 1)$. ☐ $\frac{1}{6}$ ☐ $\frac{2}{6}$ ☐ $\frac{3}{6}$ ☐ $\frac{4}{6}$
- Déterminer la valeur de la probabilité $\mathcal{P}(X > 1)$. ☐ $\frac{1}{6}$ ☐ $\frac{2}{6}$ ☐ $\frac{3}{6}$ ☐ $\frac{4}{6}$

Exercice 2 Déterminer les probabilités

Une urne contient 18 pièces de bois de formes, de couleurs et portant des numéros différents.

On tire au hasard un élément de cette urne. On suppose que le tirage s'effectue de manière équiprobable.



On considère les événements suivants :

- A : "la pièce est un triangle"
- B : "la pièce est de couleur blanche"
- C : "la pièce porte le numéro 2"
- D : "la pièce n'est pas un cercle"
- E : "la pièce porte un numéro pair"

Sans justification, donner la probabilité des événements suivants :

- $\bar{A} =$
- $A \cap C =$
- $(C \cap B) \cup A =$
- $A \cap \bar{C} =$
- $\bar{A} \cap \bar{D} =$
- $(A \cap E) \cup (C \cap D) =$
- $C \cap \bar{E} =$
- $C \cup D =$
- $\bar{A} \cup \bar{C} =$

Exercice 3

On considère la variable aléatoire $\mathcal{X}$ dont la loi de probabilité est donnée dans le tableau ci-dessous :

k	0	1	2	5	10
$\mathcal{P}(\mathcal{X}=k)$	0,4	0,38	0,15	0,05	0,02

Déterminer l'espérance de la variable aléatoire $\mathcal{X}$.

Exercice 4

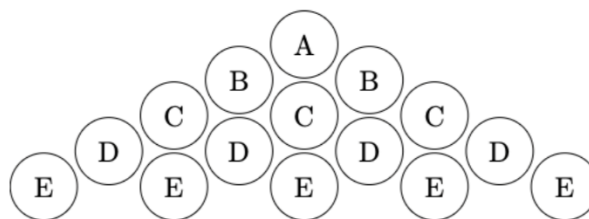
Un jeu utilise un sac rempli de jetons portant chacune une lettre sur une de ces faces.

Le joueur tire un jeton avant de le remettre dans le sac et chaque jeton est associé à un nombre de points de la manière suivante :

1. Chaque voyelle rapporte le même nombre de points.
2. Chaque consonne rapporte le double de points d'une voyelle.

On note $\mathcal{X}$ la variable aléatoire qui associe à chacun des jetons le nombre de points associés.

Sachant que l'espérance de la variable aléatoire $\mathcal{X}$ est $\frac{8}{5}$, déterminer le nombre de points attribués à chaque voyelle.



Bilan du jour

Ce que j'ai réussi :

Les points à travailler pour la rentrée :

Temps passé : _____

Bilan de la séance : 😊 😐 😞 😭



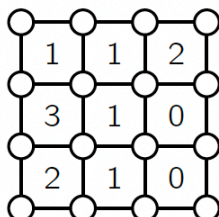


JOUR 30

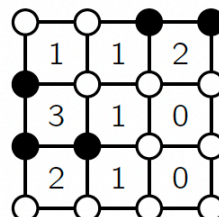
JEUX DE LOGIQUE

Jeu 1 SQUARO

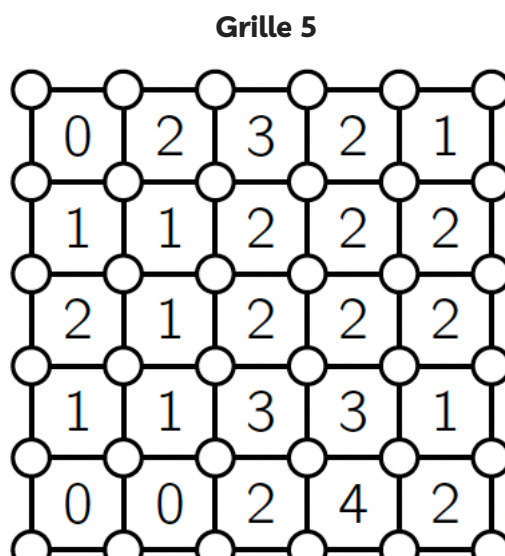
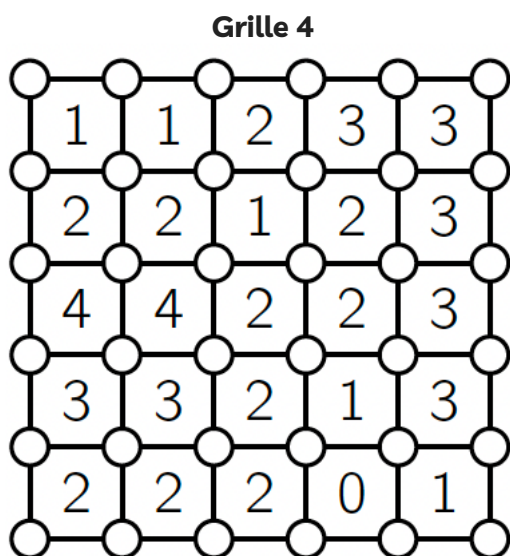
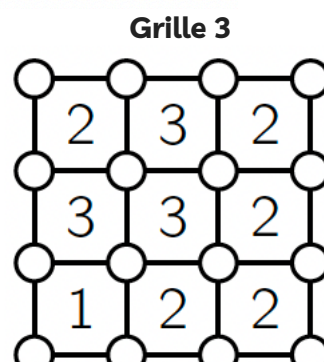
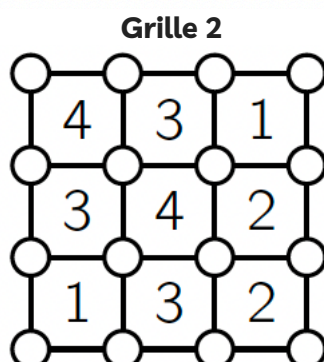
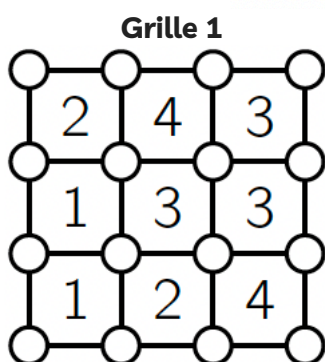
Dans chacune des cases se trouve un nombre, 0 à 4 : il correspond au nombre de ronds à colorier parmi ceux situés aux quatre coins de cette case.



Grille à résoudre



Grille solution



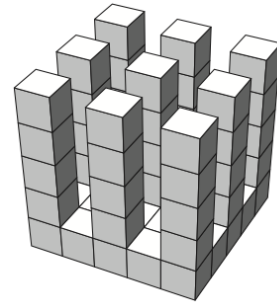
Jeu 2 Énigme du cube

Un cube est formé de $5 \times 5 \times 5$ cubes $1 \times 1 \times 1$.

On enlève un certain nombre de ces petits cubes pour former un solide constitué de colonnes de même hauteur reposant sur le même socle (voir la figure).

Combien de cubes $1 \times 1 \times 1$ a-t-on enlevés ?

- A) 56 B) 60 C) 64
D) 68 E) 80



Jeu 3 Produit mystère

Deux nombres strictement positifs p et q sont tels que 24 % de p est égal à 42 % de q .

Laquelle des égalités suivantes est vraie ?

- A) $7p = 4q$ B) $p = 2q$ C) $3p = 7q$ D) $2p = 3q$ E) $4p = 7q$

Jeu 4 Diner mystère

Ce soir j'invite cinq amis : André, Boris, Chris, Dan et Eugène. André a déjà rencontré un des autres, Boris deux, Chris trois et Dan quatre.

Combien parmi eux Eugène en a-t-il déjà rencontré ?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Bilan du jour

Ce que j'ai réussi :

Les points à travailler pour la rentrée :

Temps passé : _____

Bilan de la séance : 😄 😊 😐 🤖



ENCORE UN CADEAU SURPRISE



Scanne ce QR code pour télécharger gratuitement 3 sujets de Bac Blancs avec corrigés détaillés



spé maths
tronc commun
techno



PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES - QCM (6 pts)

Pour c
possib
votre r

Question 8

La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x - 1$ admet pour tableau de signe :

	A.	B.
x		
$f(x)$		
x		
$f(x)$		

Exercice 2

Soit f la fonction définie pour tout nombre réel $x \neq -\frac{1}{3}$ par :

$$f(x) = \frac{3x - 1}{3x + 1}$$

1 — On adme

Montrer :

Question

Une bact

La nouve

a. 0,6 g

2 — En dédui

Adultes

3 — On note (

Jeunes

de coefficient

TOTAL

4 — Détermi

graphique ci-c

1. Indik

2. Quel

3. Quel

4. Quel

5. Quel

6. Lén

Question

La loi d'i

où m_1 et

gravitati

a. auci

c. unic

Quest

Voici :

Note

Coef

On no

Que d

a. $x =$

est :

a. $25x^2 +$

c. $25x^2 +$

Lequel

Indique

Les deu

L. Une.

Une cai

On esti

On sup

Ce mati

Affirm

La prob

Affirm

La prob

CAMPUS XYZ

CAMPUS XYZ

BAC BLANC 2026

Tronc commun

Voie gén

Durée :

Épreuve anticipée de mathématiques

Voie générale : candidats ne suivant pas la **spécialité de mathématiques**.

Durée : 2 heures. L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

CAMPUS XYZ



CORRIGÉ

CORRIGÉ – JOUR 1

Exercice 1

- a. $3,47 \times 100 = 347$
- b. $0,06 \times 1\,000 = 60$
- c. $52,4 \div 10 = 5,24$
- d. $0,008 \times 10\,000 = 80$
- e. $7\,200 \div 1\,000 = 7,2$
- f. $0,305 \times 100 = 30,5$
- g. $4,1 \div 1\,000 = 0,0041$
- h. $63 \div 10\,000 = 0,0063$

Exercice 2

- a. $14 \times 0,1 = 1,4$
- b. $5,6 \times 0,01 = 0,056$
- c. $0,3 \div 0,1 = 3$
- d. $7 \div 0,01 = 700$
- e. $42 \times 0,01 = 0,42$
- f. $0,08 \div 0,01 = 8$
- g. $9 \times 0,001 = 0,009$
- h. $560 \div 0,1 = 5\,600$

Exercice 3

- a. $48 \times 5 = 240$
- b. $370 \div 5 = 74$
- c. $124 \times 50 = 6\,200$
- d. $420 \div 50 = 8,4$
- e. $17 \times 0,5 = 8,5$
- f. $86 \div 0,5 = 172$
- g. $230 \div 5 = 46$
- h. $34 \times 50 = 1\,700$

Exercice 4

- a. $36 \times 4 = 144$
- b. $650 \div 4 = 162,5$
- c. $48 \times 25 = 1\,200$
- d. $1\,200 \div 25 = 48$
- e. $17 \times 40 = 680$
- f. $360 \div 40 = 9$
- g. $124 \times 4 = 496$
- h. $75 \div 25 = 3$

Exercice 5

- a. 10 % de 340 = 34
- b. 5 % de 80 = 4
- c. 25 % de 240 = 60
- d. 15 % de 60 = 9
- e. 1 % de 4 700 = 47
- f. 30 % de 90 = 27
- g. 75 % de 120 = 90
- h. 2,5 % de 200 = 5

CORRIGÉ – JOUR 2

Exercice 1

- a. $\frac{x^4 \times x^{-2}}{x^3} = \frac{x^2}{x^3} = x^{-1}$
- b. $\frac{2^3 a^6}{4a^4} = \frac{8a^6}{4a^4} = 2a^2$
- c. $a^3 b^6 \times a^{-2} = a^1 b^6 = ab^6$
- d. $x^5 \times x^{-5} = x^0 = 1$
- e. $9x^4 \times 8x^3 = 72x^7$
- f. $\frac{a^6 b^2}{a^2 b^2} = a^4$
- g. $(x^{-2})^{-3} = x^6$
- h. $4a^3 \times \frac{1}{4a^2} = a^1 = a$

Exercice 2

$$A = 10^9 \times 6^3 \div (25^4 \times 3 \times 2^{11}) = \frac{2^9 \times 5^9 \times 2^3 \times 3^3}{5^8 \times 3 \times 2^{11}}$$

$$= \frac{2^{12} \times 5^9 \times 3^3}{5^8 \times 3^4 \times 2^{11}} = 2^1 \times 5^1 \times 3^2 = 2 \times 5 \times 9 = 90$$

$$B = \frac{10}{10^{119}} - \frac{1}{10^{119}} = \frac{9}{10^{119}}$$

$$C = \frac{5^{108} \times 2^{106} \times 11}{2^{107} \times 5^{107}} = 5^1 \times 2^{-1} \times 11 = \frac{55}{2}$$

Exercice 3

- a. $\sqrt{3} \times \sqrt{12} = \sqrt{36} = 6$
- b. $3\sqrt{2} + \sqrt{4 \times 2} = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$
- c. $\sqrt{25 \times 3} - \sqrt{9 \times 3} = 5\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$
- d. $(\sqrt{5})^2 \times \sqrt{4} = 5 \times 2 = 10$
- e. $\sqrt{a^2} \times \sqrt{b^4} = |a| \times b^2$
- f. $\sqrt{2} \times \sqrt{8x^2} = \sqrt{16x^2} = 4|x|$
- g. $2\sqrt{3} \times 3\sqrt{3} = 6 \times 3 = 18$
- h. $\sqrt{x^2 + 2x + 1} = \sqrt{(x+1)^2} = |x+1|$

Exercice 4

- a. $\sqrt{x^6} = x^3$
- b. $(\sqrt{a})^4 = (a^{1/2})^4 = a^2$
- c. $x^{1/2} \times x^{3/2} = x^2$
- d. $\frac{\sqrt{4a^4 b^2}}{2ab} = \frac{2a^2 |b|}{2ab} = \frac{a^2 |b|}{ab}$
- e. $(\sqrt{x})^2 \times x^{-1} = x \times x^{-1} = 1$
- f. $(a^{1/2} \times a^{3/2})^2 = (a^2)^2 = a^4$
- g. $\sqrt{9x^2} \times (3x)^{-1} = 3|x| \times \frac{1}{3x} = \frac{|x|}{x}$
- h. $\frac{(2\sqrt{a^3})^2}{4a} = \frac{4a^3}{4a} = a^2$

Exercice 5

$$A = 5\sqrt{3 \times 16} - 2\sqrt{3 \times 25} + 7\sqrt{3 \times 36}$$

$$= 5 \times 4\sqrt{3} - 2 \times 5\sqrt{3} + 7 \times 6\sqrt{3}$$

$$= 20\sqrt{3} - 10\sqrt{3} + 42\sqrt{3} = 52\sqrt{3}$$

$$B = 3\sqrt{4 \times 5} + 2\sqrt{9 \times 5} - 6\sqrt{49 \times 5}$$

$$= 3 \times 2\sqrt{5} + 2 \times 3\sqrt{5} - 6 \times 7\sqrt{5}$$

$$= 6\sqrt{5} + 6\sqrt{5} - 42\sqrt{5} = -30\sqrt{5}$$

$$C = -5\sqrt{4 \times 7} + 3\sqrt{16 \times 7} + 2\sqrt{25 \times 7}$$

$$= -5 \times 2\sqrt{7} + 3 \times 4\sqrt{7} + 2 \times 5\sqrt{7}$$

$$= -10\sqrt{7} + 12\sqrt{7} + 10\sqrt{7} = 12\sqrt{7}$$

CORRIGÉ – JOUR 3

Exercice 1

- a. $(4x + 3)^2$
 $= (4x)^2 + 2 \times 4x \times 3 + 3^2$
 $= 16x^2 + 24x + 9$
- b. $(6x - 7)^2 = (6x)^2 - 2 \times 6x \times 7 + 7^2$
 $= 36x^2 - 84x + 49$
- c. $(5x + 4)(5x - 4) = (5x)^2 - 4^2$
 $= 25x^2 - 16$
- d. $\left(x + \frac{1}{3}\right)^2$
 $= x^2 + 2x \times \frac{1}{3} + \frac{1}{9} = x^2 + \frac{2x}{3} + \frac{1}{9}$
- e. $\left(2x - \frac{1}{2}\right)^2 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$
 $= 4x^2 - 2x + \frac{1}{4}$
- f. $(2x + 5)^2 - (3x - 4)^2$
 $= (4x^2 + 20x + 25) - (9x^2 - 24x + 16)$
 $= 4x^2 + 20x + 25 - 9x^2 + 24x - 16$
 $= -5x^2 + 44x + 9$
- g. $(5x + 7)^2 + (2x - 6)^2$
 $= (25x^2 + 70x + 49) + (4x^2 - 24x + 36)$
 $= 25x^2 + 70x + 49 + 4x^2 - 24x + 36$
 $= 29x^2 + 46x + 85$

Exercice 2

1. $A = (\sqrt{3} - \sqrt{5})^2$
 $= (\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} \times \sqrt{5} + (\sqrt{5})^2$
 $= 3 - 2\sqrt{15} + 5 = 8 - 2\sqrt{15}$
2. $B = (\sqrt{2} + 3\sqrt{5})^2$
 $= (\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{2} \times 3\sqrt{5} + (3\sqrt{5})^2$
 $= 2 + 6\sqrt{10} + 9 \times 5 = 47 + 6\sqrt{10}$
3. $C = (\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3})$
 $= (\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2 = 2 - 3 = -1$
4. $D = (\sqrt{5} - \sqrt{2})^2$
 $= (\sqrt{5})^2 - 2\sqrt{5} \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2$
 $= 5 - 2\sqrt{10} + 2 = 7 - 2\sqrt{10}$
5. $E = (2\sqrt{5} + 3\sqrt{2})^2$
 $= (2\sqrt{5})^2 + 2 \times 2\sqrt{5} \times 3\sqrt{2} + (3\sqrt{2})^2$
 $= 4 \times 5 + 12\sqrt{10} + 9 \times 2$
 $= 20 + 12\sqrt{10} + 18 = 38 + 12\sqrt{10}$

Exercice 3

1. $x^2 - 10x + 25$
 $= x^2 - 2 \times x \times 5 + 5^2 = (x - 5)^2$
2. $9 + 6x + x^2$
 $= x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 = (x + 3)^2$
3. $1 - x^2 = 1^2 - x^2 = (1 - x)(1 + x)$
4. $4x^2 + 12x + 9$
 $= (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2$
 $= (2x + 3)^2$
5. $64x^2 - 121$
 $= (8x)^2 - 11^2 = (8x - 11)(8x + 11)$
6. $256x^2 + 384x + 144 = (16x)^2 + 2 \times 16x \times 12 + 12^2 = (16x + 12)^2$

Exercice 4

Pour tout réel x positif on a :

$$\frac{1}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}} \times \frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}$$

$$= \frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}{x+1-x} = \frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}{1} = \sqrt{x+1} + \sqrt{x}$$

Au dénominateur, par identité remarquable $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$:

$$(\sqrt{x+1} - \sqrt{x})(\sqrt{x+1} + \sqrt{x}) = (x+1) - x = 1$$

Exercice 5

On a $D = (2x - 7)^2 + 4x^2 - 49$.

1. Factoriser D :

$$4x^2 - 49 = (2x)^2 - 7^2 = (2x - 7)(2x + 7)$$

$$D = (2x - 7)(2x - 7) + (2x - 7)(2x + 7)$$

$$= (2x - 7)[(2x - 7) + (2x + 7)]$$

$$= (2x - 7) \times 4x = 4x(2x - 7)$$

2. Développer et réduire D :

$$D = (2x)^2 - 2 \times 7 \times 2x + 7^2 + 4x^2 - 49$$

$$= 4x^2 - 28x + 49 + 4x^2 - 49$$

$$= 8x^2 - 28x$$

3. Résoudre $D = 0$:

$$4x(2x - 7) = 0$$

Un produit est nul si et seulement si un de ses facteurs est nul.

$$x = 0 \text{ ou } 2x - 7 = 0$$

$$x = 0 \text{ ou } x = \frac{7}{2}$$

CORRIGÉ – JOUR 4

Exercice 1

$$1. \frac{5x}{3} = \frac{2}{7} \Leftrightarrow 5x = \frac{6}{7} \Leftrightarrow x = \frac{6}{35}$$

$$2. 0 = 5 - 3x \Leftrightarrow 3x = 5 \\ \Leftrightarrow x = \frac{5}{3}$$

$$3. \frac{x+2}{5} = \frac{x-1}{3} \\ \Leftrightarrow 3(x+2) = 5(x-1) \\ \Leftrightarrow 3x+6 = 5x-5 \\ \Leftrightarrow 11 = 2x \\ \Leftrightarrow x = \frac{11}{2}$$

$$4. \frac{2x-1}{4} = \frac{x+3}{6} \\ \Leftrightarrow 6(2x-1) = 4(x+3) \\ \Leftrightarrow 12x-6 = 4x+12 \\ \Leftrightarrow 8x = 18 \\ \Leftrightarrow x = \frac{9}{4}$$

Exercice 2

Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul.

$$1. (7x-1)(-2x-5) = 0 \\ \Leftrightarrow 7x-1 = 0 \text{ ou } -2x-5 = 0 \\ \Leftrightarrow x = \frac{1}{7} \text{ ou } x = -\frac{5}{2}$$

$$2. (-5x+2)(3x-7) = 0 \\ \Leftrightarrow -5x+2 = 0 \text{ ou } 3x-7 = 0 \\ \Leftrightarrow x = \frac{2}{5} \text{ ou } x = \frac{7}{3}$$

$$3. (4x-1)(-7x+2) = 0 \\ \Leftrightarrow 4x-1 = 0 \text{ ou } -7x+2 = 0 \\ \Leftrightarrow x = \frac{1}{4} \text{ ou } x = \frac{2}{7}$$

$$4. (4x-1)(x+5) - (4x-1)(2x+3) = 0 \\ \Leftrightarrow (4x-1)[(x+5) - (2x+3)] = 0 \\ \Leftrightarrow (4x-1)(-x+2) = 0 \\ \Leftrightarrow x = \frac{1}{4} \text{ ou } x = 2$$

Exercice 3

Propriété : deux fractions sont égales si et seulement si leurs produits en croix sont égaux et les dénominateurs non nuls.

$$1. \frac{1}{x+4} = 7 \\ \text{Ensemble d'étude : } x \neq -4$$

$$\Leftrightarrow 1 = 7(x+4) \\ \Leftrightarrow 7x = -27 \\ \Leftrightarrow x = -\frac{27}{7}$$

$$2. \frac{x+1}{x+3} = 4 \\ \text{Ensemble d'étude : } x \neq -3$$

$$\Leftrightarrow x+1 = 4(x+3) \\ \Leftrightarrow -3x = 11 \\ \Leftrightarrow x = -\frac{11}{3}$$

$$3. \frac{x+1}{x+2} = \frac{3}{4} \\ \text{Ensemble d'étude : } x \neq -2$$

$$\Leftrightarrow 4(x+1) = 3(x+2) \\ \Leftrightarrow 4x+4 = 3x+6 \\ \Leftrightarrow x = 2$$

$$4. \frac{2x+1}{3x+4} = \frac{4}{5} \\ \text{Ensemble d'étude : } x \neq -4/3$$

$$\Leftrightarrow 5(2x+1) = 4(3x+4) \\ \Leftrightarrow 10x+5 = 12x+16 \\ \Leftrightarrow -2x = 11 \Leftrightarrow x = -\frac{11}{2}$$

Exercice 4

$$1. \frac{4}{3}x - \frac{5}{4} = x + \frac{1}{12} (\times 12) \\ \Leftrightarrow 16x - 15 = 12x + 1 \\ \Leftrightarrow 4x = 16 \Leftrightarrow x = 4$$

$$2. \frac{4x-1}{x-4} = 0 \\ \text{Ensemble d'étude : } x \neq 4$$

$$\Leftrightarrow 4x-1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$$

$$3. x-3+2(x^2-9)+(x-3)(2x+6) = 0 \\ \Leftrightarrow (x-3)+2(x-3)(x+3) + (x-3)(2x+6) = 0 \\ \Leftrightarrow (x-3)[1+2(x+3)+(2x+6)] = 0 \\ \Leftrightarrow (x-3)(4x+13) = 0 \\ \Leftrightarrow x = 3 \text{ ou } x = -\frac{13}{4}$$

$$4. \frac{x^2-5}{x-5} = 1 \\ \text{Ensemble d'étude : } x \neq 5 \\ \Leftrightarrow x^2-5 = x-5 \\ \Leftrightarrow x(x-1) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = 1$$

$$5. \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} = 0 \\ \text{Ensemble d'étude : } x \neq 0 \text{ et } x \neq -1 \\ \Leftrightarrow 2x+1 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$6. (x+1)^2 = 16 \\ \Leftrightarrow (x+1-4)(x+1+4) = 0 \\ \Leftrightarrow (x-3)(x+5) = 0 \\ \Leftrightarrow x = 3 \text{ ou } x = -5$$

$$7. \frac{1}{x+1} = 0 \\ \text{Ensemble d'étude : } x \neq -1 \\ \text{Le numérateur vaut 1, jamais nul.} \\ \text{Aucune solution.}$$

$$8. \frac{3}{x-1} - 4 = \frac{4x}{2-x} \\ \text{Ensemble d'étude : } x \neq 1 \text{ et } x \neq 2 \\ \Leftrightarrow 3(2-x) - 4(x-1)(2-x) = 4x(x-1) \\ \Leftrightarrow 6-3x+4x^2-12x+8 = 4x^2-4x \\ \Leftrightarrow -11x = -14 \Leftrightarrow x = \frac{14}{11}$$

$$9. x^2 - 6 = 0 \\ \Leftrightarrow x = \sqrt{6} \text{ ou } x = -\sqrt{6}$$

$$10. x^2 = -5x \\ \Leftrightarrow x(x+5) = 0 \\ \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = -5$$

Exercice 5

On appelle n le plus petit des deux entiers. Les deux entiers consécutifs sont n et $n+1$. On obtient l'équation :

$$(n+1)^2 - n^2 = 603 \\ n^2 + 2n + 1 - n^2 = 603 \\ 2n + 1 = 603 \\ 2n = 602 \\ n = 301$$

Les deux entiers consécutifs sont 301 et 302.

CORRIGÉ – JOUR 5

Exercice 1

$$1. u_0 = 5 ; u_{n+1} = \frac{2u_n}{u_n+1}$$

$$u_1 = \frac{2 \times 5}{5+1} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

$$u_2 = \frac{2 \times \frac{5}{3}}{\frac{5}{3}+1} = \frac{\frac{10}{3}}{\frac{8}{3}} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$$

$$u_3 = \frac{2 \times \frac{5}{4}}{\frac{5}{4}+1} = \frac{5}{2} \div \frac{9}{4} = \frac{10}{9}$$

$$u_4 = \frac{2 \times \frac{10}{9}}{\frac{10}{9}+1} = \frac{20}{19}$$

$$2. u_0 = -1 ; u_{n+1} = (u_n + 1)^2$$

$$u_1 = (-1+1)^2 = 0$$

$$u_2 = (0+1)^2 = 1$$

$$u_3 = (1+1)^2 = 4$$

$$u_4 = (4+1)^2 = 25$$

$$3. u_0 = 2 ; u_{n+1} = \frac{u_n-1}{u_n}$$

$$u_1 = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$u_2 = \frac{\frac{1}{2}-1}{\frac{1}{2}} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = -1$$

$$u_3 = \frac{-1-1}{-1} = 2$$

$$u_4 = \frac{1}{2}$$

Exercice 2

$$1. u_0 = 1 ; u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n$$

$$u_1 = \frac{1}{2} ; u_2 = \frac{1}{4} ; u_3 = \frac{1}{8} ;$$

$$u_4 = \frac{1}{16} ; u_5 = \frac{1}{32}$$

$$\text{Conjecture : } u_n = \frac{1}{2^n}$$

$$\text{Vérification } u_0 : \frac{1}{2^0} = 1 \checkmark$$

$$2. u_0 = 1 ; u_{n+1} = u_n + 5$$

$$u_1 = 6 ; u_2 = 11 ;$$

$$u_3 = 16 ; u_4 = 21 ; u_5 = 26$$

$$\text{Conjecture : } u_n = 5n + 1$$

$$\text{Vérification } u_0 : 5 \times 0 + 1 = 1 \checkmark$$

$$3. u_0 = 1 ; u_{n+1} = 1 - \frac{1}{1+u_n}$$

$$u_1 = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} ;$$

$$u_2 = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} ;$$

$$u_3 = \frac{3}{4} ; u_4 = \frac{4}{5} ; u_5 = \frac{5}{6}$$

$$\text{Conjecture : } u_n = \frac{n}{n+1} \text{ pour } n \geq 1$$

$$\text{Vérification } u_1 = \frac{1}{2}$$

Exercice 3

On applique la relation de récurrence avec n remplacé par $n+1$:

$$c_{n+2} = 2c_{n+1} + (n+1) - 3$$

$$= 2c_{n+1} + n - 2$$

$$\text{En substituant } c_{n+1} = 2c_n + n - 3 \text{ dans (1) :}$$

$$= 2(2c_n + n - 3) + n - 2$$

$$= 4c_n + 2n - 6 + n - 2$$

$$= 4c_n + 3n - 8$$

Exercice 4

1. Exprimer u_{n+1} en fonction de n :

$$u_{n+1} = (n+1)^2 + (n+1) + 1$$

$$= n^2 + 2n + 1 + n + 1 + 1$$

$$= n^2 + 3n + 3$$

2. Montrer que $u_n > 0$ pour tout $n \geq 0$:

$$\text{On considère } P(x) = x^2 + x + 1.$$

$$\text{Discriminant : } \Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times 1 = -3 < 0.$$

Puisque $a = 1 > 0$ et $\Delta < 0$, on a $P(x) > 0$ pour tout réel x .
Or $u_n = P(n)$, donc pour tout entier naturel $n \geq 0$ on a $u_n > 0$.

Exercice 5

1. Montrer que $u_n > 0$ pour tout $n \geq 1$:

$$u_n = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)}$$

2. Montrer que $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n}{n+2}$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\frac{1}{(n+1)(n+2)}}{\frac{1}{n(n+1)}} = \frac{n(n+1)}{(n+1)(n+2)} = \frac{n}{n+2} \checkmark$$

3. Sens de variation :

Tous les termes sont positifs et pour tout $n \geq 1$:

$$0 < \frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n}{n+2} < 1$$

Donc $u_{n+1} < u_n$ pour tout $n \geq 1$: la suite (u_n) est strictement décroissante.

CORRIGÉ - JOUR 6

Exercice 1

1. $u_{n+1} - u_n = 2(n+1) + 3 - (2n + 3) = 2$.

Suite arithmétique, $r = 2$.

2. $u_{n+1} - u_n = \frac{3n+1}{2} - \frac{3(n-1)+1}{2} = \frac{3}{2}$.

Suite arithmétique, $r = 3/2$.

3. $u_{n+1} - u_n = (n+1)^2 - (n+1) - n^2 + n = 2n$.

Dépend de n . Non arithmétique.

4. $u_{n+1} - u_n = 2$.

Suite arithmétique, $r = 2$.

Exercice 2

1. $u_{10} = u_0 + 10r$

$$\Rightarrow 31 = 1 + 10r \Rightarrow r = 3$$

$$u_{2020} = 1 + 2020 \times 3 = 6061$$

2. $u_{100} = u_0 + 100r$

$$\Rightarrow -45 = 5 + 100r \Rightarrow r = -\frac{1}{2}$$

$$u_{20} = 5 + 20 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -5$$

3. $u_{40} - u_{17} = 23r$

$$\Rightarrow 70 - 24 = 23r \Rightarrow r = 2$$

$$u_0 = u_{17} - 17 \times 2 = 24 - 34 = -10$$

Exercice 3

1. $u_0 = 1, u_1 = \frac{1}{2}, u_2 = \frac{1}{3}, u_3 = \frac{1}{4}, u_4 = \frac{1}{5}, u_5 = \frac{1}{6}$

2. $v_0 = 1, v_1 = 2, v_2 = 3, v_3 = 4, v_4 = 5, v_5 = 6$.

3. $v_{n+1} = \frac{1}{u_{n+1}} = \frac{1+u_n}{u_n} = \frac{1}{u_n} + 1 = v_n + 1$

(v_n) est arithmétique de raison 1, avec

$v_0 = 1$. Donc $v_n = n + 1$.

$$D'où $u_n = \frac{1}{n+1}$$$

Exercice 4

1. $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{5^{n+4}}{5^{n+3}} = 5$.

Suite géométrique, $q = 5$.

2. $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2n+5}{2n+3}$.

Le quotient dépend de n . La suite n'est pas géométrique.

3. $u_1 = 6, u_2 = 15, u_3 = 36, \frac{15}{6} \neq \frac{36}{15}$.

Rapport non constant. Non géométrique.

4. $u_{n+1} = \frac{2u_n+1}{5}$.

Rapport non constant. Non géométrique.

Exercice 5

1. $u_n = 4 \times 5^n$

2. $u_4 = u_2 \times q^2 \Rightarrow 8 = u_2 \times 4 \Rightarrow u_2 = 2$

$$u_6 = u_4 \times q^2 = 8 \times 4 = 32$$

3. $u_5 = u_0 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^5$

$$\Rightarrow 10 = u_0 \times \left(-\frac{1}{32}\right) \Rightarrow u_0 = -320$$

$$u_{10} = u_5 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^5 = 10 \times \left(-\frac{1}{32}\right) = -\frac{5}{16}$$

4. $q^2 = \frac{u_7}{u_5} = \frac{256}{64} = 4 \Rightarrow q = 2$

$$u_{10} = u_5 \times 2^5 = 64 \times 32 = 2048$$

5. $q^2 = \frac{u_7}{u_5} = \frac{4374}{486} = 9 \Rightarrow q = 3$

$$u_0 = \frac{u_5}{3^5} = \frac{486}{243} = 2$$

$$u_{10} = 2 \times 3^{10} = 2 \times 59049 = 118098$$

CORRIGÉ - JOUR 7

Exercice 1

1. $u_{n+1} - u_n = (n+1)^2 + 2(n+1) - n^2 - 2n = 2n+3 > 0$.

Croissante.

2. $u_{n+1} - u_n = 4(n+1) - 7 - (4n-7) = 4 > 0$.

Croissante.

3. $u_{n+1} - u_n = \frac{2}{n+1} - \frac{2}{n} = \frac{-2}{n(n+1)} < 0$.

Décroissante.

4. $u_{n+1} - u_n = \frac{n+1}{n+4} - \frac{n}{n+3} = \frac{(n+1)(n+3) - n(n+4)}{(n+3)(n+4)} = \frac{3}{(n+3)(n+4)} > 0$. Croissante.

5. $n < n+1 \Leftrightarrow n+2 < n+3$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{n+2} > \frac{1}{n+3} \Leftrightarrow -\frac{3}{n+2} < -\frac{3}{n+3}$$

$$\Leftrightarrow u_n < u_{n+1}. \text{ Croissante.}$$

6. $u_{n+1} - u_n = \frac{4^{n+1}}{n+1} - \frac{4^n}{n} = 4^n \left(\frac{4}{n+1} - \frac{1}{n} \right) = 4^n \times \frac{3n-1}{n(n+1)}$

Pour $n \geq 1$: $4^n > 0$ et $3n-1 > 0$.

Donc $u_{n+1} - u_n > 0$. Croissante.

Exercice 2

1. $u_{n+1} - u_n = \frac{n+1^2+1}{2n+1^2+1} - \frac{n^2+1}{2n^2+1}$

Numérateur :

$$(n^2+2n+2)(2n^2+1) - (n^2+1)(2n^2+4n+3)$$

$$= 2n^4+4n^3+5n^2+2n+2 - 2n^4-4n^3-5n^2-4n-3$$

$$= -2n - 1 < 0. \text{ Décroissante.}$$

2. $u_n - 1 = \frac{n^2+1}{2n^2+1} - 1 = \frac{-n^2}{2n^2+1} \leq 0$

Donc $u_n \leq 1$ pour tout $n \geq 1$. ✓

Exercice 3

1. $u_0 = 1, u_1 = -1, u_2 = 1$.

Suite ni croissante ni décroissante ni constante.

2. $v_{n+1} - v_n = \frac{1-n}{3+n} - \frac{2-n}{2+n} = \frac{(1-n)(2+n) - (3+n)(2-n)}{(3+n)(2+n)} = \frac{2+n-2n-n^2 - (6-3n+2n-n^2)}{(3+n)(2+n)} = \frac{-4}{(3+n)(2+n)} < 0$. Décroissante.

3. $w_{n+1} - w_n = (n+1)^2 + 2(n+1) - 1 - (n^2 + 2n - 1) = n^2 + 2n + 1 + 2n + 2 - 1 - n^2 - 2n + 1 = 2n + 3 > 0$. Croissante.

Exercice 4

1. $u_1 = \frac{1}{1^2} = 1$; $u_2 = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} = \frac{5}{4}$

2. $u_{n+1} = \sum_{i=1}^{n+1} \frac{1}{i^2} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{i^2} + \frac{1}{(n+1)^2} = u_n + \frac{1}{(n+1)^2}$

Donc $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{(n+1)^2} > 0$.

Croissante.

CORRIGÉ - JOUR 8

Exercice 1

1. $S = \frac{100 \times 101}{2} = 5050$

2. $S = 2(1 + 2 + \dots + 100) = 2 \times 5050 = 10100$

3. Suite géométrique, premier terme 4, raison 4, 7 termes.

$$S = 4 \times \frac{4^7 - 1}{4 - 1} = 4 \times \frac{16383}{3} = 21844$$

4. Premier terme $1/4$, raison $1/2$.

$1/1048576 = (1/2)^{20}$, donc 20 termes.

$$S = \frac{1}{4} \times \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{20}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{524287}{1048576}$$

5. Premier terme 1, raison $1/10$, 8 termes.

$$S = \frac{1 - \left(\frac{1}{10}\right)^8}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{11111111}{10000000}$$

Exercice 2

1. Aire du triangle de rang n :

$$\text{Aire}(n) = \frac{1}{2} \times n \times \frac{\sqrt{3}n}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} n^2$$

$$u_n = \text{Aire}(n) - \text{Aire}(n-1)$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} (n^2 - (n-1)^2) = \frac{\sqrt{3}}{4} (2n-1)$$

On calcule la différence $u_{n+1} - u_n$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} (2(n+1) - 1) - \frac{\sqrt{3}}{4} (2n-1)$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(u_n) est donc une suite arithmétique de

raison $r = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

2. $v_n = 3n \Rightarrow v_{n+1} - v_n = 3$.

Oui (v_n) est une suite arithmétique de raison 3.

Exercice 3

1. 5 couches : $1 + 2 + \dots + 5 = \frac{5 \times 6}{2} = 15$ tuyaux.

12 couches : $\frac{12 \times 13}{2} = 78$ tuyaux.

2. On résout $\frac{n(n+1)}{2} = 153$

$$\Rightarrow n^2 + n - 306 = 0$$

$$\Rightarrow n = 17.$$

Il y a donc 17 couches.

3. $n = 19 : \frac{19 \times 20}{2} = 190 < 200.$

$$n = 20 : \frac{20 \times 21}{2} = 210 > 200.$$

19 couches suffisent.

Il reste $200 - 190 = 10$ tuyaux.

Exercice 4

On remarque que la ligne k contient $2k-1$ nombres. Le dernier nombre de la ligne k est :

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2k-1) = k^2$$

La ligne k va donc du nombre $(k-1)^2+1$ au nombre k^2 .

On cherche k tel que $(k-1)^2 < 2027 \leq k^2$.

$$44^2 = 1936 ; 45^2 = 2025 ; 46^2 = 2116$$

$$2025 < 2027 \leq 2116 \Rightarrow k = 46$$

Le nombre 2027 est dans la ligne 46.

Rang :

$$2027 - (46-1)^2 = 2027 - 2025 = 2$$

Le nombre 2027 est au 2e rang de la ligne 46.

CORRIGÉ - JOUR 9

Exercice 1

1. **Vrai.** Il suffit de prendre $x = 0$.

2. **Faux.** Si $x = 1$, alors $-x(-x-8) = 9 > 0$.

3. **Vrai.**

4. **Faux.** $-\sqrt{10}$ et $\sqrt{10}$ sont les deux réels qui ont pour carré 10.

5. **Faux.**

L'ensemble des solutions est $]-3; 3[$.

6. **Faux.** Contre-exemple : $3^2 + 4^2 = 25$ et $(3+4)^2 = 49$.

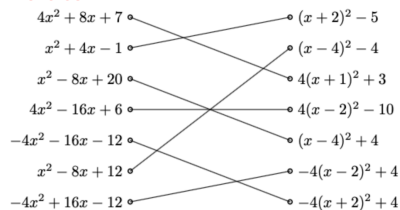
7. **Vrai.** En effet, $(\sqrt{2})^2 = 2$.

8. **Faux.** La courbe de $x \mapsto x^2 - 5x + 9$ est une parabole tournée vers le haut.

9. **Vrai.** Ses racines sont -5 et 3 .

10. **Vrai.** Son minimum est 7.

Exercice 2



Exercice 3

a) $x^2 + 2x - 3$

$$= [(x+1)^2 - 1] - 3 = (x+1)^2 - 4$$

b) $x^2 - 6x - 2$

$$= [(x-3)^2 - 9] - 2 = (x-3)^2 - 11$$

c) $x^2 + 12x + 5$

$$= [(x+6)^2 - 36] + 5 = (x+6)^2 - 31$$

d) $x^2 - 10x + 5$

$$= [(x-5)^2 - 25] + 5 = (x-5)^2 - 20$$

Exercice 4

1. La forme canonique du polynôme P est $3(x-2)^2 + 5$ car :

$$3(x-2)^2 + 5 = 3(x^2 - 4x + 4) + 5$$

$$= 3x^2 - 12x + 12 + 5 = 3x^2 - 12x + 17$$

2. Résolvons cette équation :

$$3x^2 - 12x + 17 = 8$$

$$3(x-2)^2 + 5 = 8$$

$$3(x-2)^2 = 3$$

$$(x-2)^2 = \frac{3}{3}$$

$$(x-2)^2 = 1$$

$$(x-2)^2 - 1^2 = 0$$

$$[(x-2)+1][(x-2)-1] = 0$$

$$(x-2+1)(x-2-1) = 0$$

$$(x-1)(x-3) = 0$$

Un produit est nul si, et seulement si, au moins un de ses facteurs est nul :

$$x-1 = 0 \text{ ou } x-3 = 0$$

$$x = 1 \text{ ou } x = 3$$

L'ensemble des solutions est : $\mathcal{S} = \{1; 3\}$

Exercice 5

$$\begin{aligned} a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a} \\ = a \left[x^2 + 2a \frac{b}{2a} x + \left(\frac{b}{2a} \right)^2 \right] - \frac{b^2 - 4ac}{4a} \\ = a \left(x^2 + \frac{b}{a} x + \frac{b^2}{4a^2} \right) - \frac{b^2 - 4ac}{4a} \\ = ax^2 + bx + \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a} \\ = ax^2 + bx + \frac{4ac}{4a} \\ = ax^2 + bx + \frac{4ac}{4a} = ax^2 + bx + c \end{aligned}$$

L'expression $a \cdot \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$ s'appelle la **forme canonique** du polynôme $ax^2 + bx + c$.

CORRIGÉ - JOUR 10

Exercice 1

	a	b	c	Δ
$2x^2+5x+1$	2	5	1	17
$-x^2+7x+3$	-1	7	3	61
x^2-5x+4	1	-5	4	9
$2x^2-4x-1$	2	-4	-1	24
$-x^2-x-1$	-1	-1	-1	-3
x^2+7	1	0	7	-28

Exercice 2

$$2x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$a = 2, b = -2, c = -3.$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 4 + 24 = 28 > 0$$

$$x_1 = \frac{2 - \sqrt{28}}{4} = \frac{1 - \sqrt{7}}{2} \quad x_2 = \frac{1 + \sqrt{7}}{2}$$

$$2x^2 - 5x = 0 \Leftrightarrow x(2x - 5) = 0$$

Les solutions sont 0 et $\frac{5}{2}$.

$$3x + 3x^2 = -1 \Leftrightarrow 3x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$\Delta = 9 - 12 = -3 < 0.$$

L'équation ne possède pas de solution réelle.

$$8x^2 - 4x + 2 = \frac{3}{2} \Leftrightarrow 8x^2 - 4x + \frac{1}{2} = 0$$

$$a = 8, b = -4, c = \frac{1}{2}, \Delta = 16 - 16 = 0$$

$$\text{Solution unique : } x_0 = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

$$-2(x-1)^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow -2(x-1)^2 = 3$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 = -\frac{3}{2}$$

Un carré est toujours positif. L'équation ne possède pas de solution réelle.

$$(x+2)(3-2x) = 0$$

Donc $x+2 = 0$ ou $3-2x = 0$.

$$\text{Soit } x = -2 \text{ ou } x = \frac{3}{2}.$$

Les solutions de l'équation sont -2 et $\frac{3}{2}$.

Exercice 3

Le rectangle représentant la pelouse a pour dimensions $9-2x$ et $5-x$. Ainsi, son aire est :

$$\mathcal{A} = (9-2x)(5-x)$$

$$= 45 - 9x - 10x + 2x^2 = 2x^2 - 19x + 45$$

Pour que cette surface ait une aire de 10 m^2 :

$$2x^2 - 19x + 45 = 10 \Leftrightarrow 2x^2 - 19x + 35 = 0$$

$$\Delta = (-19)^2 - 4 \times 2 \times 35$$

$$= 361 - 280 = 81 \sqrt{\Delta} = 9$$

$$x_1 = \frac{19-9}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

$$x_2 = \frac{19+9}{4} = \frac{28}{4} = 7$$

La largeur du jardin valant 5 m , la

solution $x_2 = 7$ est impossible. Il n'existe qu'une seule possibilité : l'allée doit avoir une largeur de $2,5 \text{ m}$.

Exercice 4

La réponse (a) est fautive :

$$\begin{aligned} -\frac{(-2)^3}{3} + (-2)^2 + 3 \times (-2) &= -\frac{-8}{3} + 4 - 6 \\ &= \frac{8+12-18}{3} = \frac{2}{3} \neq 0 \end{aligned}$$

Le nombre -2 n'est pas une solution de l'équation.

On a la factorisation suivante :

$$-\frac{x^3}{3} + x^2 + 3x = -\frac{1}{3}x(x^2 - 3x - 9)$$

Ainsi, l'équation se traduit par une équation-produit :

$$-\frac{1}{3}x(x^2 - 3x - 9) = 0$$

$$-\frac{1}{3}x = 0 \text{ ou } x^2 - 3x - 9 = 0$$

$$x = 0$$

Le nombre 0 n'est pas une racine du

second facteur. Son discriminant :

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \times 1 \times (-9) = 9 + 36 = 45 > 0$$

Le second facteur admet deux racines

distinctes. Ces deux racines étant distinctes de 0, au total l'équation admet trois solutions distinctes.

Ainsi, la réponse exacte est (b).

Exercice 5

1. $x^2 + x - 6 = 0$. On calcule le discriminant :

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1 + 24 = 25 > 0. \text{ Il y a}$$

donc deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-1 - \sqrt{25}}{2} = -3 \text{ et}$$

$$x_2 = \frac{-1 + \sqrt{25}}{2} = 2$$

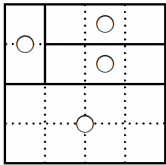
$$2. X^4 + X^2 - 6 = 0$$

On pose $x = X^2$. On obtient ainsi l'équation $x^2 + x - 6 = 0$.
D'après la question 1.
On a $x = -3$ ou $x = 2$.
Par conséquent $X^2 = -3$ ou $X^2 = 2$.
L'équation $X^2 = -3$ ne possède pas de solution.
L'équation $X^2 = 2$ possède deux solutions : $\sqrt{2}$ et $-\sqrt{2}$.
Les solutions de l'équation sont donc $\sqrt{2}$ et $-\sqrt{2}$.

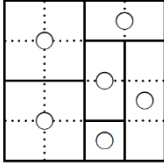
CORRIGÉ - JOUR 11

Jeu 1

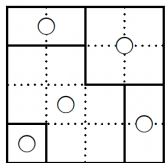
Grille 1



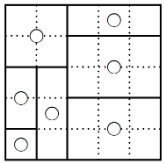
Grille 2



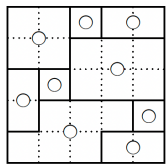
Grille 3



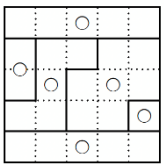
Grille 4



Grille 5



Grille 6



Jeu 2

Réponse E.

Il reste $1/3$, soit $4/12$ du bout de bois à parcourir pour Fifi. Coco a parcouru les $3/4$, soit $9/12$ du bout de bois. $5/12$ de bout de bois les séparent donc.

Jeu 3

Réponse D.

Pour chaque triangle équilatéral, les deux côtés en noir mesurent le double du côté en pointillés. La ligne noire mesure donc 2×20 , soit 40 cm.

Jeu 4

Réponse C.

Le cube complet de $4 \times 4 \times 4$ comprend 64 petits cubes. Le cube intérieur de $2 \times 2 \times 2$ en comprend 8. Il y a donc $64 - 8$ soit 56 petits cubes extérieurs.

CORRIGÉ - JOUR 12

Exercice 1

$P(x) = 2x^2 - 8x + 6$ — Racines : 1 et 3
Le coefficient principal est $a = 2 > 0$.
On obtient donc le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$P(x)$	+	0	-	0	+

$Q(x) = -3x^2 - 11x + 4$. Racines : $-\frac{1}{3}$ et -4
Le coefficient principal est $a = -3 < 0$.
On obtient donc le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	-4	$-\frac{1}{3}$	$+\infty$	
$Q(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

$R(x) = x^2 - 10x + 28$. Pas de racine
Le coefficient principal est $a = 1 > 0$.
On obtient donc le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	$+\infty$
$R(x)$	+	

$S(x) = -2x^2 - 8x - 11$. Pas de racine
Le coefficient principal est $a = -2 < 0$.
On obtient donc le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	$+\infty$
$S(x)$	-	

Exercice 2

$$A(x) = x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$$

Le polynôme possède deux racines : -3 et 3 .

Le coefficient principal est $a = 1 > 0$.

On obtient le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	-3	3	$+\infty$	
$A(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

$B(x) = -2x^2 - 8x = -2x(x + 4)$
Le polynôme possède deux racines : 0 et -4 .
Le coefficient principal est $a = -2 < 0$.
On obtient le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	-4	0	$+\infty$	
$B(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

$C(x) = -3x^2$
Pour tout réel x , on a $x^2 \geq 0$.
Donc $H(x) \leq 0$ et sa seule racine est 0.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$H(x)$	-	0	-

Exercice 3

$$f(x) = -3(x + 1)^2 - 4$$

Le coefficient principal est $a = -3 < 0$ et le sommet de la parabole a pour coordonnées $(-1; -4)$.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
f		-4	

$$g(x) = -3x^2 + 5x - 1$$

Le coefficient principal est $a = -3 < 0$.

L'abscisse du sommet est $x = -\frac{b}{2a} = \frac{5}{6}$.

$$g\left(\frac{5}{6}\right) = \frac{13}{12}$$

x	$-\infty$	$\frac{5}{6}$	$+\infty$
g		$\frac{13}{12}$	

$$h(x) = x^2 - x + 6$$

Le coefficient principal est $a = 1 > 0$.

L'abscisse du sommet est $x = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2}$.

$$h\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{23}{4}$$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
h		$\frac{23}{4}$	

Exercice 4

Figure 1

Le point $D(5; -2)$ est le sommet de la parabole.

Donc $P(x) = a(x - 5)^2 - 2$. La forme de la parabole nous indique que $a < 0$.

Le point $E(4; -4)$ appartient également à la parabole.

$$\text{Donc } P(4) = a(4 - 5)^2 - 2 = -4$$

$$\Leftrightarrow a - 2 = -4 \Leftrightarrow a = -2.$$

$$\text{Ainsi } P(x) = -2(x - 5)^2 - 2$$

(forme canonique).

La parabole ne coupe pas l'axe des abscisses : il n'existe pas de forme factorisée (car pas de racines)

Figure 2

La parabole passe par les points $A(-3; 0)$ et $(1; 0)$.

Par conséquent $Q(x) = a(x + 3)(x - 1)$.

De plus, le point $C(2; 3)$ appartient à la parabole.

$$\text{Donc } Q(2) = a(2 + 3)(2 - 1) = 3$$

$$\Leftrightarrow 5a = 3 \Leftrightarrow a = \frac{3}{5}$$

Ainsi $Q(x) = \frac{3}{5}(x + 3)(x - 1)$ (forme factorisée).

L'abscisse du sommet est $-\frac{-3+1}{2} = -1$.

$$Q(-1) = -\frac{12}{5}.$$

Par conséquent $Q(x) = \frac{3}{5}(x + 1)^2 - \frac{12}{5}$ (forme canonique).

Exercice 5

Le nombre m est un nombre dont on ne connaît pas la valeur qui permet de définir le polynôme P ayant pour déterminer x dont le discriminant a pour valeur :

$$\Delta = b^2 - 4ac = (2 - m)^2 - 4(m + 1)1$$

$$= 4 - 4m + m^2 - 4m - 4 = m^2 - 8m = m(m - 8)$$

Le tableau ci-dessous indique le signe du discriminant Δ du polynôme P en fonction du paramètre m .

On a :

m	$-\infty$	0	8	$+\infty$
m	-	0	+	+
$m-8$	-	-	0	+
Δ	+	0	-	+

Or, le polynôme P n'admet aucune racine lorsque son discriminant est strictement négatif.

On en déduit que tel est le cas lorsque : $m \in]0; 8[$

CORRIGÉ - JOUR 13

Exercice 1

Tableau 1

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
$1-x$	+	+	0	-
$2x+1$	-	0	+	+
$(1-x)(2x+1)$	-	0	+	-

Tableau 2

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$
$x-3$	-	-	0	+
$-2x+4$	+	0	-	-
$(x-3)(-2x+4)$	-	0	+	-

Exercice 2

1. $-x^2 + 2x + 3 < 0$

Soit P le polynôme défini pour tout x de $\mathbb{R}$ par $P(x) = -x^2 + 2x + 3$.

On cherche à résoudre $P(x) < 0$.

Pour cela, on cherche ses racines éventuelles.

$$\Delta = 2^2 - 4 \times (-1) \times 3 = 16$$

$\Delta > 0$ donc le polynôme admet deux racines :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}.$$

$$x_1 = \frac{-2 - \sqrt{16}}{-2} = -1$$

$$x_2 = \frac{-2 + \sqrt{16}}{-2} = 3$$

On sait qu'un polynôme du second degré est du signe de a à l'extérieur de ses racines.

Comme $a = -1 < 0$:

Finalement $S =]-\infty; -1[\cup]3; +\infty[$.

2. $2x^2 - 6x - 8 \geq 0$

Soit P le polynôme défini pour tout x de $\mathbb{R}$ par $P(x) = 2x^2 - 6x - 8$.

On cherche à résoudre $P(x) \geq 0$.

Pour cela, on cherche ses racines éventuelles.

$$\Delta = (-6)^2 - 4 \times 2 \times (-8) = 100$$

$\Delta > 0$ donc le polynôme admet deux racines :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}.$$

$$x_1 = \frac{6 - \sqrt{100}}{4} = -1$$

$$x_2 = \frac{6 + \sqrt{100}}{4} = 4$$

On sait qu'un polynôme du second degré est du signe de a à l'extérieur de ses racines.

Comme $a = 2 > 0$

Finalement $S =]-\infty; -1] \cup [4; +\infty[$.

3. $2x^2 + 4x + 6 > 0$

Soit P le polynôme défini pour tout x de $\mathbb{R}$ par $P(x) = 2x^2 + 4x + 6$.

On cherche à résoudre $P(x) > 0$.

Pour cela, on cherche ses racines éventuelles.

$$\Delta = 4^2 - 4 \times 2 \times 6 = -32$$

$\Delta < 0$ donc le polynôme P n'admet pas de racine.

Il est toujours du signe de $a = 2 > 0$, donc $P(x) > 0$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

On en déduit $S = \mathbb{R}$.

4. $2x^2 + 12x + 23 \geq 0$

Soit P le polynôme défini pour tout x de $\mathbb{R}$ par $P(x) = 2x^2 + 12x + 23$.

On cherche à résoudre $P(x) \geq 0$.

Pour cela, on cherche ses racines éventuelles.

$$\Delta = 12^2 - 4 \times 2 \times 23 = -40$$

$\Delta < 0$ donc le polynôme P n'admet pas de racine.

Il est toujours du signe de $a = 2 > 0$, donc $P(x) > 0$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

On en déduit $S = \mathbb{R}$.

Exercice 3

1. On a les deux valeurs suivantes :

$$-\frac{b}{2a} = -\frac{8}{2 \times 2} = -2$$

$$f(-2) = 2 \times (-2)^2 + 8 \times (-2) + 1 = 8 - 16 + 1 = -7$$

La fonction f a un coefficient du second degré positif. On a le tableau de variations suivant :

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
Variation de f	$+\infty$	-7	$+\infty$

La fonction f admet un minimum atteint en -2 et dont la valeur est -7.

2. On a les deux valeurs suivantes :

$$-\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2 \times (-1)} = -\frac{2}{-2} = 1$$

$$g(1) = -1^2 + 2 \times 1 + 1 = -1 + 2 + 1 = 2$$

La fonction g a un coefficient du second degré négatif. On a le tableau de variations suivant :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
Variation de g	$-\infty$	2	$-\infty$

La fonction g admet un maximum atteint en 1 et dont la valeur est 2.

Exercice 4

Notons x la longueur du segment $[AM]$.

Ainsi, le segment $[MB]$ a pour mesure $1 - x$.

Les deux disques $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ ont respectivement pour aire :

$$\mathcal{A}_1 = \pi \times \left(\frac{x}{2}\right)^2 ; \mathcal{A}_2 = \pi \times \left(\frac{1-x}{2}\right)^2$$

Notons f la fonction qui, à x la longueur du segment $[AM]$, associe la somme des aires des disques $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$. La fonction f a pour expression :

$$f(x) = \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2 = \pi \times \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \pi \times \left(\frac{1-x}{2}\right)^2$$

Ainsi, la fonction f a pour expression :

$$f(x) = \pi \times \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \pi \times \left(\frac{1-x}{2}\right)^2 = \pi \frac{x^2}{4} + \pi \frac{1-2x+x^2}{4} = \frac{1}{4}(\pi x^2 + \pi - 2\pi x + \pi x^2) = \frac{\pi}{2}x^2 - \frac{\pi}{2}x + \frac{\pi}{4}$$

Ainsi, la fonction f est un polynôme du second degré ayant un coefficient du second degré strictement positif. La fonction f admet un minimum atteint en :

$$-\frac{b}{2a} = -\frac{-\frac{\pi}{2}}{2 \times \frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} \times \frac{1}{\pi} = \frac{1}{2}$$

L'image de $\frac{1}{2}$ par la fonction f a pour valeur :

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \pi \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \pi \times \left(\frac{1-\frac{1}{2}}{2}\right)^2 = \pi \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \pi \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \pi \times \frac{1}{16} + \pi \times \frac{1}{16} = \pi \times \frac{2}{16} = \frac{1}{8}\pi$$

Pour $x = \frac{1}{2}$, la somme des aires est minimale et est de $\frac{1}{8}\pi$.

CORRIGÉ - JOUR 14

Exercice 1

Les indications données dans l'énoncé permettent d'obtenir les images suivantes par la fonction f :

$$f(-1) = 3$$

$$f(5) = -2f(-1) = -2 \times 3 = -6$$

$$f(-3) = f(5) + 5 = -6 + 5 = -1$$

$$f(2) = f(-1)f(5) = 3 \times (-6) = -18$$

Ainsi, on obtient le tableau de variations de la fonction f :

x	-3	-1	2	5	
Signe de f'	+	0	-	0	+
Variation de f	-1	3	-18	-6	

Exercice 2

x	$-\infty$	-4	-2	-1	2	$+\infty$
Signe de f'	+	0	-	0	+	-
Variation de f	1	5	0	-2	$-\frac{1}{2}$	-3
Signes de f	+	0	-	0	-	-

Exercice 3

On a $(u+v)' = u' + v'$.

$$f(x) = x^2 + 3$$

$u(x) = x^2$ et $v(x) = 3$.
Donc $u'(x) = 2x$ et $v'(x) = 0$.
Par conséquent $f'(x) = 2x$.

$g(x) = x + \sqrt{x}$
 $u(x) = x$ et $v(x) = \sqrt{x}$.
Donc $u'(x) = 1$ et $v'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$.
Par conséquent $g'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

$h(x) = x^3 + x^2$
 $u(x) = x^3$ et $v(x) = x^2$.
Donc $u'(x) = 3x^2$ et $v'(x) = 2x$.
Par conséquent $h'(x) = 3x^2 + 2x$.

$i(x) = x^3 + x + \frac{1}{x^2} = x^3 + x + x^{-2}$
 $u(x) = x^3$, $v(x) = x$ et $w(x) = x^{-2}$.
Donc $u'(x) = 3x^2$, $v'(x) = 1$ et
 $w'(x) = -2x^{-3}$ (utilisation de la dérivée
de x^n avec $n = -2$).
Par conséquent
 $i'(x) = 3x^2 + 1 - 2x^{-3} = 3x^2 + 1 - \frac{2}{x^3}$.

$j(x) = \frac{3x+1}{x} = \frac{3x}{x} + \frac{1}{x} = 3 + \frac{1}{x}$
 $u(x) = 3$ et $v(x) = \frac{1}{x}$.
Donc $u'(x) = 0$ et $v'(x) = -\frac{1}{x^2}$.
Par conséquent $j'(x) = -\frac{1}{x^2}$.

$k(x) = x^2 + x + 5 + \frac{1}{x}$
 $u(x) = x^2$, $v(x) = x$, $w(x) = 5$ et $t(x) = \frac{1}{x}$.
Donc $u'(x) = 2x$, $v'(x) = 1$,
 $w'(x) = 0$ et $t'(x) = -\frac{1}{x^2}$.
Par conséquent $k'(x) = 2x + 1 - \frac{1}{x^2}$.

Exercice 4

On utilise la formule $(uv)' = u'v + uv'$.

$f(x) = x\sqrt{x}$
 $u(x) = x$ et $v(x) = \sqrt{x}$
Donc $u'(x) = 1$ et $v'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
 $f'(x) = 1 \times \sqrt{x} + x \times \frac{1}{2\sqrt{x}} = \sqrt{x} + \frac{x}{2\sqrt{x}}$
 $= \frac{2x+x}{2\sqrt{x}} = \frac{3x}{2\sqrt{x}} = \frac{3}{2}\sqrt{x}$

$g(x) = \frac{1}{x}\sqrt{x}$
 $u(x) = \frac{1}{x}$ et $v(x) = \sqrt{x}$
Donc $u'(x) = -\frac{1}{x^2}$ et $v'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
 $g'(x) = -\frac{1}{x^2} \times \sqrt{x} + \frac{1}{x} \times \frac{1}{2\sqrt{x}}$
 $= -\frac{\sqrt{x}}{x^2} + \frac{1}{2x\sqrt{x}} = \frac{-2x+x}{2x^2\sqrt{x}}$
 $= -\frac{x}{2x^2\sqrt{x}} = -\frac{1}{2x\sqrt{x}}$

$h(x) = (\sqrt{x} + 3)^2 = (\sqrt{x} + 3) \times (\sqrt{x} + 3)$
 $u(x) = (\sqrt{x} + 3)$ et $v(x) = (\sqrt{x} + 3)$
Donc $u'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ et $v'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
 $h'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}(\sqrt{x} + 3) + \frac{1}{2\sqrt{x}}(\sqrt{x} + 3)$
 $= \frac{1}{\sqrt{x}}(\sqrt{x} + 3)$

$i(x) = x^2(5x + 2)$
 $u(x) = x^2$ et $v(x) = 5x + 2$
Donc $u'(x) = 2x$ et $v'(x) = 5$
 $i'(x) = 2x(5x + 2) + x^2 \times 5$
 $= 10x^2 + 4x + 5x^2 = 15x^2 + 4x$

Exercice 5

On utilise la formule $\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$.

$f(x) = \frac{1}{x^3 - 4}$
 $u(x) = x^3 - 4$ donc $u'(x) = 3x^2$
 $f'(x) = -\frac{3x^2}{(x^3 - 4)^2}$

$g(x) = \frac{1}{1-x}$
 $u(x) = 1-x$ donc $u'(x) = -1$
 $g'(x) = -\frac{-1}{(1-x)^2} = \frac{1}{(1-x)^2}$

On utilise la formule $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$.

$g(x) = \frac{2\sqrt{x}}{x^2 - 4}$
 $u(x) = 2\sqrt{x}$ et $v(x) = x^2 - 4$
Donc $u'(x) = 2 \times \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}}$ et $v'(x) = 2x$.
 $\frac{x^2 - 4}{\sqrt{x}} - 2x \times 2\sqrt{x} = \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x}} - \frac{4x \times x}{\sqrt{x}}$
 $g'(x) = \frac{\frac{x^2 - 4}{\sqrt{x}} - 4x}{(x^2 - 4)^2} = \frac{\frac{x^2 - 4 - 4x^2}{\sqrt{x}}}{(x^2 - 4)^2}$
 $= \frac{\frac{-3x^2 - 4}{\sqrt{x}}}{(x^2 - 4)^2} = \frac{-3x^2 - 4}{(x^2 - 4)^2\sqrt{x}}$

$h(x) = \frac{x^4 + 1}{x^3 - 1}$
 $u(x) = x^4 + 1$ et $v(x) = x^3 - 1$
Donc $u'(x) = 4x^3$ et $v'(x) = 3x^2$
 $h'(x) = \frac{4x^3(x^3 - 1) - 3x^2(x^4 + 1)}{(x^3 - 1)^2}$
 $= \frac{4x^6 - 4x^3 - 3x^6 - 3x^2}{(x^3 - 1)^2}$
 $= \frac{x^6 - 4x^3 - 3x^2}{(x^3 - 1)^2}$

CORRIGÉ – JOUR 15

Exercice 1

L'équation réduite de la tangente (T) au point d'abscisse a est :

$$y = f'(a)(x - a) + f(a).$$

La fonction f est un polynôme, donc elle est dérivable sur $\mathbb{R}$.

• Calcul de $f'(x)$:
 $f'(x) = 4x + 3$

• Calcul de $f'(4)$:
 $f'(4) = 4 \times 4 + 3 = 19$

• Calcul de $f(4)$:
 $f(4) = 2 \times 4^2 + 3 \times 4 - 5 = 39$

En remplaçant les valeurs dans cette équation, on obtient :

$$y = f'(4)(x - 4) + f(4)$$

$$y = 19(x - 4) + 39$$

En simplifiant l'écriture, on obtient
: (T) : $y = 19x - 37$.

Exercice 2

1. En $x = -1$, la courbe admet un maximum local : la tangente est horizontale, donc $f'(-1) = 0$.

En $x = 1$, la courbe admet un minimum local : la tangente est horizontale, donc $f'(1) = 0$.

2. La tangente en A passe par A(0 ; 1,73) et B(2 ; 0).
Le coefficient directeur de cette tangente est égal à $f'(0)$:

$$f'(0) = \frac{0 - 1,73}{2 - 0} = \frac{-1,73}{2} \approx -0,865$$

L'équation de la tangente à C_f en 0 est de la forme $y = f'(0)(x - 0) + f(0)$, soit
 $y = -0,865x + 1,73$

Exercice 3

1. Une équation de la droite T_A est de la forme $y = ax + b$.

A(-2 ; 1) et B(-3 ; 3) appartiennent à la droite T_A . Donc $a = \frac{3-1}{-3-(-2)} = -2$.

Une équation de T_A est par conséquent de la forme $y = -2x + b$.

2. Le point A(-2 ; 1) appartient à la droite. Ses coordonnées vérifient donc l'équation de T_A .

$$1 = -2 \times (-2) + b \Leftrightarrow b = -3$$

Une équation de T_A est alors $y = -2x - 3$.

Le coefficient directeur de la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse -2 est $f'(-2)$.

Par conséquent $f'(-2) = -2$.

Exercice 4

La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$.

Le coefficient directeur de la tangente Δ est $f'(1)$.

$$f'(x) = 2ax + 2.$$

$$\text{Donc } f'(1) = 2a + 2.$$

$$\text{On veut } f'(1) = -4 \Leftrightarrow 2a + 2 = -4$$

$$\Leftrightarrow a = -3.$$

$$\text{Ainsi } f(x) = -3x^2 + 2x + b.$$

Le point A(1 ; -1) appartient à C_f .

$$\text{Par conséquent : } f(1) = -1$$

$$\Leftrightarrow -3 + 2 + b = -1 \Leftrightarrow b = 0$$

$$\text{Donc } f(x) = -3x^2 + 2x.$$

CORRIGÉ – JOUR 16

Exercice 1

Graphiquement, la fonction g admet le tableau de variations suivant :

x	0	1	3	5
Variation de g		↗	↘	↗

Ainsi, la fonction dérivée g' de la fonction g admet le tableau de signes suivant :

x	0	1	3	5	
$g'(x)$	+	0	-	0	+

L'unique réponse correcte est la réponse **b**, car le signe de g' est positif sur l'intervalle [3 ; 5].

Exercice 2

1. f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -3x^2 + 12x - 5$.
 f est dérivable sur $\mathbb{R}$ en tant que polynôme.
 $f'(x) = -3 \times 2x + 12 = -6x + 12$

On résout :

$$-6x + 12 = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

$$-6x + 12 > 0 \Leftrightarrow -6x > -12 \Leftrightarrow x < 2$$

On obtient donc le tableau de variation :

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$		+	-
f		7	

La fonction f est donc strictement croissante sur $] -\infty ; 2]$ et strictement décroissante sur $[2 ; +\infty[$.

2.g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 - 9x^2 - 21x + 4$. g est dérivable sur $\mathbb{R}$ en tant que polynôme.

$$g'(x) = 3x^2 - 9 \times 2x - 21 = 3x^2 - 18x - 21.$$

Son discriminant est :

$$\Delta = (-18)^2 - 4 \times 3 \times (-21) = 576 > 0$$

Il y a deux racines réelles :

$$x_1 = \frac{18 - \sqrt{576}}{2 \times 3} = -1 \text{ et } x_2 = \frac{18 + \sqrt{576}}{2 \times 3} = 7$$

Puisque $a = 3 > 0$ on obtient le tableau de variation suivant :

x	$-\infty$	-1	7	$+\infty$
$g'(x)$		$+$	$-$	$+$
g		15	-241	

3.h définie sur $I =]-\infty ; 1[\cup]1 ; +\infty[$ par $h(x) = \frac{5x-3}{x-1}$.

La fonction h est dérivable sur I en tant que quotient de fonctions dérivables sur I dont le dénominateur ne s'annule pas sur I . h est de la forme $\frac{u}{v}$.

On utilise donc la formule $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

avec $u(x) = 5x - 3$ et $v(x) = x - 1$.

On a donc $u'(x) = 5$ et $v'(x) = 1$.

$$h'(x) = \frac{5(x-1) - (5x-3)}{(x-1)^2} = \frac{5x-5-5x+3}{(x-1)^2} = \frac{-2}{(x-1)^2}$$

Par conséquent, pour tout réel x appartenant à I , on a $h'(x) < 0$. On obtient donc le tableau de variation suivant :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$h'(x)$	—		—
h			

La fonction h est donc strictement décroissante sur $] -\infty ; 1[$ et sur $]1 ; +\infty[$.

Exercice 3

La boîte ainsi formée a pour dimensions : $L = 24 - 2x$; $\ell = 12 - 2x$; $h = x$

Ainsi, le volume $\mathcal{V}$ dépendant de la valeur de x s'exprime par :

$$\mathcal{V} = L \times \ell \times h$$

L'expression de $\mathcal{V}$ admet pour forme :

$$\begin{aligned} \mathcal{V} &= (24 - 2x)(12 - 2x)x \\ &= (24 - 2x)(12x - 2x^2) \\ &= 288x - 48x^2 - 24x^2 + 4x^3 \\ &= 4x^3 - 72x^2 + 288x \end{aligned}$$

La fonction $\mathcal{V}$ admet la dérivée $\mathcal{V}'$ dont l'expression est :

$$\mathcal{V}' = 4(3x^2) - 72(2x) + 288 = 12x^2 - 144x + 288$$

Étudions ce polynôme du second degré.

Son discriminant a pour valeur :

$$\begin{aligned} \Delta &= b^2 - 4ac \\ &= (-144)^2 - 4 \times 12 \times 288 \\ &= 20736 - 13824 = 6912 \end{aligned}$$

On a la simplification :

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{6912} = \sqrt{48^2 \times 3} = 48\sqrt{3}$$

Le discriminant étant strictement positif, ce polynôme admet les deux racines :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-144) - 48\sqrt{3}}{2 \times 12} = \frac{144 - 48\sqrt{3}}{24} = \frac{24 \cdot (6 - 2\sqrt{3})}{24} = 6 - 2\sqrt{3}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-144) + 48\sqrt{3}}{2 \times 12} = \frac{144 + 48\sqrt{3}}{24} = \frac{24 \cdot (6 + 2\sqrt{3})}{24} = 6 + 2\sqrt{3}$$

Le coefficient du terme du second degré étant strictement positif, on en déduit le tableau de signes :

x	$-\infty$	$6 - 2\sqrt{3}$	$6 + 2\sqrt{3}$	$+\infty$
$12x^2 - 144x + 288$		+	-	+

Ainsi, sur l'intervalle $]0 ; 6[$, la

fonction $\mathcal{V}$ admet le tableau de variations :

x	0	$6 - 2\sqrt{3}$	6
Variation de $\mathcal{V}$			

La boîte aura un volume maximal pour $x = 6 - 2\sqrt{3}$.

CORRIGÉ - JOUR 17

Exercice 1

- $e^3 \cdot e^4 = e^{3+4} = e^7$
- $e^4 \cdot e^{-4} = e^{4+(-4)} = e^0 = 1$
- $(e^4)^3 \cdot e^4 = e^{3 \times 4} \cdot e^4 = e^{12} \cdot e^4 = e^{16}$
- $\frac{e^5 \cdot e^{-3}}{e^{-2}} = \frac{e^{5+(-3)}}{e^{-2}} = \frac{e^2}{e^{-2}} = e^{2-(-2)} = e^4$
- $e^5 \cdot e^6 = e^{5+6} = e^{11}$
- $\frac{e^6 \cdot e^{-2}}{e^{-4}} = \frac{e^{6+(-2)}}{e^{-4}} = \frac{e^4}{e^{-4}} = e^{4-(-4)} = e^8$
- $e^{3x+1} \cdot e^{2-2x} = e^{(3x+1)+(2-2x)} = e^{x+3}$
- $\frac{e^{x-2}}{e^{3-x}} = e^{(x-2)-(3-x)} = e^{x-2-3+x} = e^{2x-5}$

Exercice 2

- $\frac{2+3 \cdot e^x + e^{2x}}{e^{2x}} = \frac{2}{e^{2x}} + \frac{3 \cdot e^x}{e^{2x}} + \frac{e^{2x}}{e^{2x}} = 2 \cdot e^{-2x} + 3 \cdot e^{-x} + 1$
- $\frac{1-e^x}{e^{2x}} = \frac{1}{e^{2x}} - \frac{e^x}{e^{2x}} = e^{-2x} - e^{-x} = e^{-2x} - e^{-x}$
- $\frac{e^{3x+2}}{e^{3x-1}} = \frac{e^{3x} \cdot e^2}{e^{3x} \cdot e^{-1}} = \frac{1+2 \cdot e^{-3x}}{1-e^{-3x}}$
- $\frac{e^{3x} - e^{2x}}{e^{3x} + e^{2x}} = \frac{e^{-2x} \cdot (e^{3x} - e^{2x})}{e^{-2x} \cdot (e^{3x} + e^{2x})} = \frac{e^x - e^0}{e^x + e^0} = \frac{e^x - 1}{e^x + 1} = \frac{(e^x - 1)(e^x + 1)}{(e^x + 1)(e^x + 1)} = \frac{e^{2x} - 1}{(e^x + 1)^2} = \frac{e^{2x} - 1}{(e^x + 1)^2}$

Exercice 3

- $e^{5x+1} = e^{2x}$

De la propriété ($e^a = e^b \Rightarrow a = b$) :

$$5x + 1 = 2x$$

$$5x - 2x = -1$$

$$3x = -1$$

$$x = -\frac{1}{3}$$

$$S = \left\{ -\frac{1}{3} \right\}$$

$$b) e^{3x+1} = e^0$$

$$3x + 1 = 0$$

$$3x = -1$$

$$x = -\frac{1}{3}$$

$$S = \left\{ -\frac{1}{3} \right\}$$

$$c) \frac{e^{1-3x}}{e} = 1$$

$$e^{1-3x} = e$$

$$e^{1-3x} = e^1$$

De la propriété ($e^a = e^b \Rightarrow a = b$) :

$$1 - 3x = 1$$

$$-3x = 1 - 1$$

$$-3x = 0$$

$$x = \frac{0}{-3}$$

$$x = 0$$

$$S = \{0\}$$

Exercice 4

a. $e^x - 5xe^x = 0 \Leftrightarrow e^x(1 - 5x) = 0$

La fonction exponentielle est strictement positive sur $\mathbb{R}$. Ainsi :

$$e^x(1 - 5x) = 0 \Leftrightarrow 1 - 5x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{5}$$

La solution de l'équation est $\frac{1}{5}$.

b. $4xe^x + 3e^{x+2} = 0$

$$\Leftrightarrow 4xe^x + 3e^x e^2 = 0 \Leftrightarrow e^x(4x + 3e^2) = 0$$

La fonction exponentielle est strictement positive sur $\mathbb{R}$. Ainsi :

$$e^x(4x + 3e^2) = 0 \Leftrightarrow 4x + 3e^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4x = -3e^2$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{3}{4}e^2$$

La solution de l'équation est $-\frac{3}{4}e^2$.

c. On a :

$$e^{2x} - e^x - e^{x+1} + e = 0$$

$$\Leftrightarrow (e^x)^2 - e^x - e^x e^1 + e = 0$$

$$\Leftrightarrow (e^x)^2 - e^x(1 + e) + e = 0$$

On pose $X = e^x$. L'équation devient

$$X^2 - (1 + e)X + e = 0.$$

$$\Delta = (-(1 + e))^2 - 4e = 1 + 2e + e^2 - 4e$$

$$= e^2 - 2e + 1 = (e - 1)^2 > 0$$

$$e - 1 \approx 1,72 > 0$$

L'équation $X^2 - (1 + e)X + e = 0$ possède donc deux racines réelles :

$$X_1 = \frac{(1 + e) - \sqrt{(e - 1)^2}}{2}$$

$$X_2 = \frac{(1 + e) + \sqrt{(e - 1)^2}}{2}$$

$$= \frac{1 + e - (e - 1)}{2} = \frac{1 + e + (e - 1)}{2}$$

$$= 1 = e$$

Or $X = e^x$. On doit donc résoudre les

équations $e^x = 1$ et $e^x = e$.

Mais $e^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$ et $e^x = e \Leftrightarrow x = 1$.

Ainsi les solutions de l'équation

$$e^{2x} - e^x - e^{x+1} + e = 0 \text{ sont } 0 \text{ et } 1.$$

Exercice 5

1. $e^x > e^4 \Leftrightarrow x > 4$

L'ensemble solution est $]4; +\infty[$.

2. $e^{-2x} > 1 \Leftrightarrow e^{-2x} > e^0$

$\Leftrightarrow -2x > 0 \Leftrightarrow x < 0$

L'ensemble solution est $] -\infty; 0[$.

3. $e^{2x} < e^6 \Leftrightarrow 2x < 6 \Leftrightarrow x < 3$

L'ensemble solution est $] -\infty; 3[$.

4. $e^{3x+4} \geq e^{13} \Leftrightarrow 3x+4 \geq 13$

$\Leftrightarrow 3x \geq 9 \Leftrightarrow x \geq 3$

L'ensemble solution est $[3; +\infty[$.

5. $e^{-2x+5} \leq e^9 \Leftrightarrow -2x+5 \leq 9$

$\Leftrightarrow -2x \leq 4 \Leftrightarrow x \geq -2$

L'ensemble solution est $[-2; +\infty[$.

6. $e^{3x+5} \geq e^{6x-1} \Leftrightarrow 3x+5 \geq 6x-1$

$\Leftrightarrow -3x \geq -6 \Leftrightarrow x \leq 2$

L'ensemble solution est $] -\infty; 2]$.

CORRIGÉ – JOUR 18

Exercice 1

1. f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x^2 + 4)e^x$.

La fonction exponentielle est

strictement positive sur $\mathbb{R}$. Par

conséquent, pour tout réel x , $e^x > 0$.

De plus, pour tout réel x on a $x^2 + 4 > 0$.

Ainsi $f(x)$ est strictement **positif** sur $\mathbb{R}$.

2. g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \frac{e^{-4x}}{-x^4 - 7}$.

La fonction exponentielle est

strictement positive sur $\mathbb{R}$. Par

conséquent, pour tout réel x , $e^{-4x} > 0$.

De plus, pour tout réel x on a $-x^4 - 7 < 0$.

Ainsi $g(x)$ est strictement **négatif** sur $\mathbb{R}$.

3. h définie sur $\mathbb{R}$ par

$h(x) = (1 + e^{2x})(e^{-3x} + 4)$.

La fonction exponentielle est

strictement positive sur $\mathbb{R}$. Par

conséquent, pour tout réel x , $e^{2x} > 0$

et $e^{-3x} > 0$. Donc

$1 + e^{2x} > 0$ et $e^{-3x} + 4 > 0$.

Ainsi $h(x)$ est strictement **positif** sur $\mathbb{R}$.

Exercice 2

$f(x) = e^x + x^2$ alors $f'(x) = e^x + 2x$

$f(x) = 3e^x + 4x + 5$ alors $f'(x) = 3e^x + 4$

$f(x) = 3x^2 - 4e^x$

$f'(x) = 3 \times 2x - 4e^x = 6x - 4e^x$

$f(x) = xe^x$

$f'(x) = 1 \times e^x + x \times e^x = e^x + xe^x$
 $= (1+x)e^x$

$f(x) = (1+x)e^x$

$f'(x) = 1 \times e^x + (1+x) \times e^x$

$= [1 + (1+x)]e^x = (2+x)e^x$

$f(x) = \frac{x^2 + 5}{e^x}$

$f'(x) = \frac{2x \times e^x - (x^2 + 5)e^x}{(e^x)^2}$

$= \frac{(2x - x^2 - 5)e^x}{e^{2x}} = \frac{-x^2 + 2x - 5}{e^x}$

$f(x) = e^{-6x-3}$

$f'(x) = -6e^{-6x-3}$

$f(x) = e^{-7x+1}$

$f'(x) = -7e^{-7x+1}$

Exercice 3

1. L'expression de la fonction f est donnée sous la forme du quotient des fonctions u et v définies par :

$u(x) = e^x; v(x) = e^x + 1$

qui admettent pour dérivées :

$u'(x) = e^x; v'(x) = e^x$

La formule de la dérivée d'un quotient permet d'obtenir l'expression de la fonction f' dérivée de la fonction f :

$$f'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{[v(x)]^2}$$

$$= \frac{e^x \cdot (e^x + 1) - e^x \cdot e^x}{(e^x + 1)^2}$$

$$= \frac{(e^x + 1)^2 - e^{2x}}{(e^x + 1)^2} = \frac{e^x}{(e^x + 1)^2}$$

2. La fonction exponentielle étant strictement positive, on en déduit le tableau de signes de la fonction f' sur l'intervalle $[0; 10]$:

x	0	10
$f'(x)$		+

On a les images suivantes :

$f(0) = \frac{e^0}{e^0 + 1} = \frac{1}{1 + 1} = \frac{1}{2}$

$f(10) = \frac{e^{10}}{e^{10} + 1}$

Voici le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0; 10]$:

x	0	10
Variation de f		$\frac{e^{10}}{e^{10} + 1}$

Exercice 4

L'expression de la fonction f est donnée sous la forme du produit des fonctions u et v définies par :

$u(x) = -x - 1; v(x) = e^x$

qui ont pour dérivée :

$u'(x) = -1; v'(x) = e^x$

La formule de dérivation d'un produit

permet d'obtenir l'expression de la

fonction f' dérivée de la fonction f :

$$f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$$

$$= -1e^x + (-x-1)e^x$$

$$= -e^x + (-x-1)e^x = [-1 + (-x-1)]e^x$$

$$= (-x-2)e^x$$

L'expression de la fonction f' est donnée

sous la forme du produit des

fonctions u et v définies par :

$u(x) = -x - 2; v(x) = e^x$

qui admettent pour dérivée :

$u'(x) = -1; v'(x) = e^x$

La formule de dérivation d'un produit

permet d'obtenir l'expression de la

fonction f'' dérivée de la fonction f' :

$f''(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$

$= -1 \cdot e^x + (-x-2) \cdot e^x$
 $= (-1-x-2) \cdot e^x = (-x-3) \cdot e^x$

Montrons que la fonction f vérifie la relation :

$$f''(x) - 3f'(x) + 2f(x)$$

$$= (-x-3)e^x - 3[(-x-2)e^x] + 2(-x-1)e^x$$

$$= [(-x-3) - 3(-x-2) + 2(-x-1)]e^x$$

$$= (-x-3+3x+6-2x-2)e^x = 1e^x = e^x$$

CORRIGÉ – JOUR 19

Exercice 1

Règle de conversion : $x^\circ = x \times \frac{\pi}{180}$ rad

et r rad $= r \times \frac{180}{\pi}$ degrés.

1.

a) $90^\circ = 90 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{2}$ rad

b) $60^\circ = 60 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{3}$ rad

c) $45^\circ = 45 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{4}$ rad

d) $30^\circ = 30 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{6}$ rad

e) $72^\circ = 72 \times \frac{\pi}{180} = \frac{2\pi}{5}$ rad

f) $1^\circ = 1 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{180}$ rad

2.

a) $\frac{\pi}{2}$ rad $= \frac{\pi}{2} \times \frac{180}{\pi} = 90^\circ$

b) $\frac{\pi}{3}$ rad $= \frac{\pi}{3} \times \frac{180}{\pi} = 60^\circ$

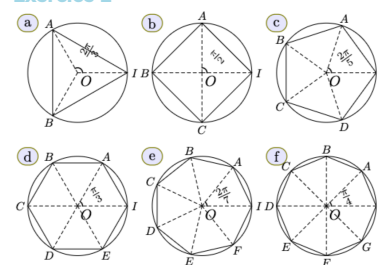
c) $\frac{\pi}{6}$ rad $= \frac{\pi}{6} \times \frac{180}{\pi} = 30^\circ$

d) $\frac{3\pi}{5}$ rad $= \frac{3\pi}{5} \times \frac{180}{\pi} = 108^\circ$

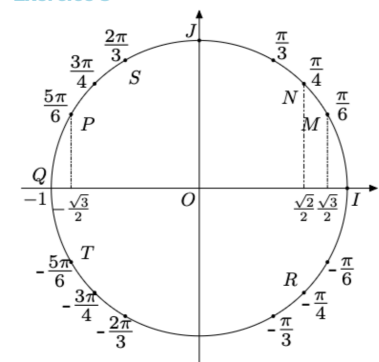
e) $\frac{\pi}{12}$ rad $= \frac{\pi}{12} \times \frac{180}{\pi} = 15^\circ$

f) $\frac{3\pi}{4}$ rad $= \frac{3\pi}{4} \times \frac{180}{\pi} = 135^\circ$

Exercice 2



Exercice 3



a) Le point M est repéré par l'angle $\frac{\pi}{6}$.
 L'abscisse du point M a pour valeur $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

On en déduit : $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

b) Le point N est repéré par l'angle $\frac{\pi}{4}$.
 L'abscisse du point N a pour valeur $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

On en déduit : $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

c) Le point P est repéré par l'angle $\frac{5\pi}{6}$.
L'abscisse du point P a pour valeur $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.
On en déduit : $\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

d) Le point Q est repéré par l'angle π .
L'abscisse du point Q a pour valeur -1 .
On en déduit : $\cos(\pi) = -1$

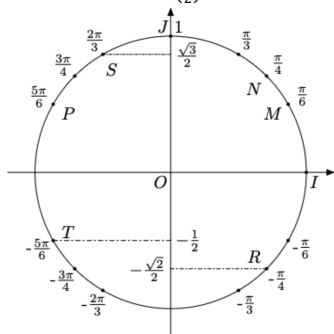
Pour déterminer les sinus des angles, nous utiliserons l'ordonnée des points correspondants sur le cercle trigonométrique.

e) Le point R est repéré par l'angle $-\frac{\pi}{4}$.
L'ordonnée du point R a pour valeur $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.
On en déduit : $\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

f) Le point S est repéré par l'angle $\frac{2\pi}{3}$.
L'ordonnée du point S a pour valeur $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
On en déduit : $\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

g) Le point T est repéré par l'angle $-\frac{5\pi}{6}$.
L'ordonnée du point T a pour valeur $-\frac{1}{2}$.
On en déduit : $\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$

h) Le point J est repéré par l'angle $\frac{\pi}{2}$.
L'ordonnée du point J a pour valeur 1 .
On en déduit : $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$



Exercice 4

a) $\cos(x - \pi) = \cos[-(\pi - x)]$
 $= \cos(\pi - x) = -\cos x$

b) $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left[\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right]$
 $= -\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = -\cos x$

c) $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left[\pi - \left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right]$
 $= \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$

d) $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left[\pi - \left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right]$
 $= -\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = -\sin x$

Exercice 5

1. a) D'après la formule donnée dans l'énoncé, on a :

$$\left(\cos\frac{\pi}{8}\right)^2 + \left(\sin\frac{\pi}{8}\right)^2 = 1$$

$$\left(\frac{\sqrt{2} + \sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\sin\frac{\pi}{8}\right)^2 = 1$$

$$\frac{2 + \sqrt{2}}{4} + \left(\sin\frac{\pi}{8}\right)^2 = 1$$

$$\left(\sin\frac{\pi}{8}\right)^2 = 1 - \frac{2 + \sqrt{2}}{4}$$

$$\left(\sin\frac{\pi}{8}\right)^2 = \frac{2 - \sqrt{2}}{4}$$

$$\sin\frac{\pi}{8} = \sqrt{\frac{2 - \sqrt{2}}{4}}$$

$$\sin\frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$$

b) $\cos\frac{5\pi}{8} = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{8}\right)$
 $= -\sin\frac{\pi}{8} = -\frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$

c) Sur son ensemble de définition, la fonction tangente vérifie la relation :

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

Utilisons cette égalité pour $x = \frac{\pi}{8}$:

$$\tan\frac{\pi}{8} = \frac{\sin\frac{\pi}{8}}{\cos\frac{\pi}{8}} = \frac{\frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}}{\frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}$$

$$= \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{\sqrt{2 + \sqrt{2}}} = \sqrt{\frac{(2 - \sqrt{2})(2 - \sqrt{2})}{(2 + \sqrt{2})(2 - \sqrt{2})}}$$

$$= \sqrt{\frac{4 - 4\sqrt{2} + 2}{4 - 2}} = \sqrt{\frac{6 - 4\sqrt{2}}{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{2(3 - 2\sqrt{2})}{2}} = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$$

CORRIGÉ - JOUR 20

Exercice 1

1. $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} = \cos\frac{\pi}{4}$
 $x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$ ou $x = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

2. $\sin x = 0 = \sin 0$
 $x = 0 + 2k\pi$ ou $x = \pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
soit $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$

3. $2\sin x + \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2} = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$
 $x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi$
ou $x = \pi + \frac{\pi}{3} + 2k\pi = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Exercice 2

1. $2\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 1 = 0 \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} = \sin\frac{\pi}{6}$

$$x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \text{ ou } x + \frac{\pi}{4} = \pi - \frac{\pi}{6} + 2k\pi$$

$$x = \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{4} + 2k\pi \text{ ou } x = \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{4} + 2k\pi$$

$$x = -\frac{\pi}{12} + 2k\pi \text{ ou } x = \frac{7\pi}{12} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

2. $1 - \sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = 0 \Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) =$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \cos\frac{\pi}{4}$$

$$\frac{\pi}{3} - x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \text{ ou } \frac{\pi}{3} - x = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi$$

$$x = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} + 2k\pi \text{ ou } x = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4} + 2k\pi$$

$$x = \frac{\pi}{12} + 2k\pi \text{ ou } x = \frac{7\pi}{12} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

3. $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} = \sin\frac{\pi}{6}$
 $2x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ ou $2x - \frac{\pi}{4} = \pi - \frac{\pi}{6} + 2k\pi$
 $= \pi - \frac{\pi}{6} + 2k\pi$

$$2x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4} + 2k\pi \text{ ou } 2x = \frac{5\pi}{6} + \frac{\pi}{4} + 2k\pi$$

$$2x = \frac{5\pi}{12} + 2k\pi \text{ ou } 2x = \frac{13\pi}{12} + 2k\pi$$

$$x = \frac{5\pi}{24} + k\pi \text{ ou } x = \frac{13\pi}{24} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} = \cos\frac{\pi}{3}$$

$$2x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \text{ ou } 2x - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi$$

$$2x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \text{ ou } 2x = 0 + 2k\pi$$

$$x = \frac{\pi}{3} + k\pi \text{ ou } x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Exercice 3

1. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $-1 \leq \cos x \leq 1$, donc $1 \leq 2 + \cos x \leq 3$.

Ainsi $2 + \cos x > 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$, ce qui signifie que le dénominateur ne s'annule jamais.

La fonction f est donc bien définie sur $\mathbb{R}$.

2. Parité :

$$f(-x) = \frac{2}{2 + \cos(-x)} = \frac{2}{2 + \cos x} = f(x)$$

La fonction f est paire.

Périodicité :

$$f(x + 2\pi) = \frac{2}{2 + \cos(x + 2\pi)} = \frac{2}{2 + \cos x} = f(x)$$

La fonction f est 2π -périodique.

f étant paire et 2π -périodique, le plus petit intervalle d'étude est $[0; \pi]$.

3. $f'(x) = \frac{0 \cdot (2 + \cos x) - 2 \cdot (-\sin x)}{(2 + \cos x)^2} = \frac{2\sin x}{(2 + \cos x)^2}$

Sur $[0; \pi]$: $\sin x \geq 0$ et $(2 + \cos x)^2 > 0$, donc $f'(x) \geq 0$.

f est croissante sur $[0; \pi]$.

On a $f(0) = \frac{2}{2+1} = \frac{2}{3}$ et $f(\pi) = \frac{2}{2-1} = 2$.

4. Par parité, f est décroissante sur $[-\pi; 0]$ et croissante sur $[0; \pi]$.

x	$-\pi$	0	π
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	2	$\frac{2}{3}$	2

L'allure sur $[-\pi; 3\pi]$ est obtenue par répétition de ce motif par 2π -périodicité : la fonction atteint son minimum $\frac{2}{3}$ en $0, 2\pi$ et son maximum 2 en $\pm\pi, 3\pi$.

CORRIGÉ - JOUR 21

Jeu 1

Grille 1

3 1 4	• 1 0 1	4 1 6	• 0 0 2
2 2 4	• 0 0 2	5 1 3	• 0 0 1
5 3 2	• 1 0 0	4 3 2	• 0 0 1
4 1 2	• 3 0 0	6 2 1	• 3 0 0

Grille 2

5 5 5 2	• 1 0 2
5 3 5 2	• 0 0 3
6 4 5 2	• 1 0 2
6 5 2 5	• 4 0 0

Grille 4

1	3	6	4	• 2 ◦ 2
3	1	4	3	• 0 ◦ 3
3	4	1	3	• 0 ◦ 3
1	1	3	4	• 0 ◦ 3
4	3	6	1	• 4 ◦ 0

Grille 5

4	1	2	6	• 2 ◦ 0
3	4	6	5	• 2 ◦ 0
3	2	3	6	• 2 ◦ 0
5	1	6	4	• 2 ◦ 0
3	1	6	6	• 4 ◦ 0

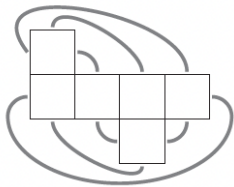
Grille 6

3	2	3	5	• 2 ◦ 0
1	1	6	3	• 2 ◦ 0
4	6	6	5	• 2 ◦ 0
1	2	4	4	• 2 ◦ 0
1	2	6	5	• 4 ◦ 0

Jeu 2 – Marche de la fourmi

Réponse E.

Une fois le cube formé, les arêtes du patron se recollent comme indiqué ci-contre. Et, parmi les patrons proposés, seul le E donne un cube où la ligne dessinée est un circuit fermé permettant une promenade où l'on revient à son point de départ. Les autres patrons donnent une ou deux lignes qui ne se referment pas.



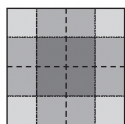
Jeu 3 – Énigme de pliages

Réponse C.

Après les deux pliages, on découpe en quatre chacun des 4 carrés superposés.

Cela fait apparaître 16 petits carrés : 4 d'entre eux sont des petits carrés complètement découpés (au coin bas droit de la figure après pliages) ; 8 d'entre eux forment 4 rectangles, chacun constitué de 2 petits carrés liés par un pli ; et 4 d'entre eux (au coin haut gauche de la figure après pliages) restent reliés par deux plis et forment un carré en se dépliant.

Sur les 9 morceaux, il y a donc 4 + 1, soit 5 carrés.



après pliages :



Jeu 4 – Quadrant

Réponse C.

Si $x \leq 0$, alors $f(x) > 0$. Le quadrant III ne contient donc aucun point de la représentation graphique de f (et on trouve des points dans les quadrants II, I et IV en prenant respectivement $x = -1$, $x = 1$ et $x = 3$).

CORRIGÉ – JOUR 22

Exercice 1

Cas 1

Les points D et I se projettent orthogonalement en C et B sur (BC) . Ainsi, $\overrightarrow{DI} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{BC}$. Les vecteurs $\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires de sens contraire, donc :

$$\overrightarrow{DI} \cdot \overrightarrow{BC} = -CB \times BC = -25$$

Cas 2

Les points I et D se projettent orthogonalement en B et C sur (BC) . Ainsi, $\overrightarrow{ID} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BC}$. Les vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires de même sens, donc :

$$\overrightarrow{ID} \cdot \overrightarrow{BC} = BC \times BC = 49$$

Cas 3

Les points D et I se projettent orthogonalement en C et B sur (BC) . Ainsi, $\overrightarrow{DI} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{BC}$. Les vecteurs $\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires de sens contraire, donc :

$$\overrightarrow{DI} \cdot \overrightarrow{BC} = -CB \times BC = -36$$

Exercice 2

1. On a :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC}).$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 3 \times 4 \times \cos(45^\circ) = 12 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}$$

2. On a :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC}).$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 10 \times 12 \times \cos(60^\circ) = 120 \times \frac{1}{2} = 60$$

Exercice 3

1.

Le projeté orthogonal du point B sur la droite (AD) est le point D . On en déduit :

$$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} = AD \times AD = 5,6 \times 5,6 = 31,36$$

Le projeté orthogonal du point B sur la droite (AC) est le point C .

On a les transformations :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = AC \times AC = 6 \times 6 = 36$$

2. En utilisant la relation de Chasles :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AD})$$

$$= \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$$

$$= \overrightarrow{AB} \cdot (-\overrightarrow{AC}) + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$$

$$= -(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}) + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$$

$$= -36 + 31,36 = -4,64$$

Exercice 4

1. On a les coordonnées suivantes :

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} x_D - x_A \\ y_D - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Ainsi, on a la valeur du produit scalaire suivant :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = x_{AB} \times x_{AD} + y_{AB} \times y_{AD}$$

$$= 1 \times 4 + (-4) \times 1 = 0$$

2. Calculons les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{DC}$:

$$\overrightarrow{DC} = \begin{pmatrix} x_C - x_D \\ y_C - y_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$$

On remarque ainsi que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ ont même coordonnées : ces deux vecteurs sont égaux ; on en déduit que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

Or, d'après la question 1, les

vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont orthogonaux : l'angle $\widehat{BAD}$ est droit.

Ainsi, $ABCD$ est un parallélogramme et il possède un angle droit : $ABCD$ est un rectangle.

CORRIGÉ – JOUR 23

Exercice 1

Déterminons les cinq premiers termes de ces deux suites.

Les premiers termes de la suite (u_n) sont :

$$u_0 = -6$$

$$u_1 = -6 + 3 = -3$$

$$u_2 = -3 + 3 = 0$$

$$u_3 = \frac{1}{2} + \frac{5}{2} = 3$$

Les premiers termes de la suite (v_n) sont :

$$v_0 = 27$$

$$v_1 = 27 \times \frac{1}{3} = 9$$

$$v_2 = 9 \times \frac{1}{3} = 3$$

$$v_3 = 9 \times \frac{1}{3} = 1$$

On a : $M_1(-3; 9)$; $M_3(3; 1)$

On en déduit les coordonnées des

vecteurs : $\overrightarrow{OM_1} \begin{pmatrix} -3 \\ 9 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{OM_3} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

Vérifions que les deux vecteurs

$\overrightarrow{OM_1}$ et $\overrightarrow{OM_3}$ sont orthogonaux :

$$\overrightarrow{OM_1} \cdot \overrightarrow{OM_3} = -3 \times 3 + 1 \times 9 = -9 + 9 = 0$$

Exercice 2

La fonction f admet pour dérivée la

fonction f' qui admet pour expression :

$$f'(x) = 2 \times x - 5 = 2x - 5$$

Ainsi, le nombre dérivé de la

fonction f en 3 a pour valeur :

$$f'(3) = 2 \times 3 - 5 = 1$$

Le nombre dérivé de la fonction f en 3

valant 1, on en déduit que le coefficient

directeur vaut 1 et que la tangente admet pour vecteur directeur $\vec{u}(1; 1)$.

La fonction g admet pour dérivée la

fonction f' qui admet pour expression :

$$f'(x) = -1 \times 2x + 5 = -2x + 5$$

Ainsi, $f'(3) = -2 \times 3 + 5 = -1$

Le nombre dérivé de la fonction f en 3 valant 1, on en déduit que le coefficient directeur vaut 1 et que la tangente admet pour vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Effectuons le produit scalaire des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$:

$$u \cdot v = 1 \times 1 + 1 \times (-1) = 1 - 1 = 0$$

On en déduit que ces deux tangentes sont orthogonales.

Exercice 3

Le point M_x ayant pour abscisse x et appartenant à la courbe C_f a pour coordonnées :

$$M_x(x; f(x)) = (x; e^{2x+2})$$

Le point N_x ayant pour abscisse x et appartenant à la courbe C_g a pour coordonnées :

$$N_x(x; g(x)) = (x; -4e^{-2x+4})$$

Ainsi, on a les coordonnées :

$$\overrightarrow{OM_x} \begin{pmatrix} x \\ e^{2x+2} \end{pmatrix}; \overrightarrow{ON_x} \begin{pmatrix} x \\ -4e^{-2x+4} \end{pmatrix}$$

Les deux vecteurs $\overrightarrow{OM_x}$ et $\overrightarrow{ON_x}$ étant orthogonaux, on en déduit l'égalité :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OM_x} \cdot \overrightarrow{ON_x} &= 0 \\ x \times x + e^{2x+2} \times (-4e^{-2x+4}) &= 0 \\ x^2 - 4 \cdot e^{(2x+2)+(-2x+4)} &= 0 \\ x^2 - 4 \cdot e^6 &= 0 \\ x^2 &= 4 \cdot e^6 \\ x^2 &= 4 \cdot e^{2 \times 3} \Rightarrow x^2 = 2^2 \cdot (e^3)^2 \\ \Rightarrow x^2 &= (2e^3)^2 \end{aligned}$$

On en déduit les deux solutions de cette équation : $S = \{-2e^3; 2e^3\}$

Exercice 4

1. Le vecteur $\vec{u}$ a pour norme :

$$\begin{aligned} \|\vec{u}\| &= \sqrt{\left(-\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{25}{4} + \frac{16}{9}} = \sqrt{\frac{225}{36} + \frac{64}{36}} \\ &= \sqrt{\frac{225+64}{36}} = \sqrt{\frac{289}{36}} = \frac{\sqrt{289}}{\sqrt{36}} = \frac{17}{6} \end{aligned}$$

2. Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} &= \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{8}{3} - \left(-\frac{2}{3}\right) \\ -2 - \frac{1}{2} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{8}{3} + \frac{2}{3} \\ -\frac{4}{2} - \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{10}{3} \\ -\frac{5}{2} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour norme :

$$\begin{aligned} \|\overrightarrow{AB}\| &= \sqrt{\left(\frac{10}{3}\right)^2 + \left(-\frac{5}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{100}{9} + \frac{25}{4}} \\ &= \sqrt{\frac{400}{36} + \frac{225}{36}} = \sqrt{\frac{625}{36}} = \frac{\sqrt{625}}{\sqrt{36}} = \frac{25}{6} \end{aligned}$$

CORRIGÉ - JOUR 24

Exercice 1

1. Une équation cartésienne de la droite Δ est $2x + 3y + 5 = 0$.

Par conséquent un vecteur directeur de cette droite est $\vec{v}(-3; 2)$.

2. La droite (d) est parallèle à la droite Δ . Une équation cartésienne de (d) est donc de la forme $2x + 3y + c = 0(1)$.

Le point $A(-2; 3)$ appartient à la droite (d) . Les coordonnées du point A sont donc solution de l'équation (1).

Ainsi $2 \times (-2) + 3 \times 3 + c = 0 \Leftrightarrow c = -5$. Une équation de la droite (d) est donc $2x + 3y - 5 = 0$.

3. Un vecteur directeur de la droite D est $\vec{u}(1; -4)$.

Une équation de D est donc $-4x - y + c = 0$. Le point $A(-2; 3)$ appartient à la droite D . Par conséquent $-4 \times (-2) - 3 + c = 0 \Leftrightarrow c = -5$. Une équation de la droite D est donc $-4x - y - 5 = 0$ ou encore $4x + y + 5 = 0$.

Exercice 2

On sait que si une droite (d) admet un vecteur normal de coordonnées $\vec{n} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$, alors une équation cartésienne de la droite (d) est de la forme $ax + by + c = 0$.

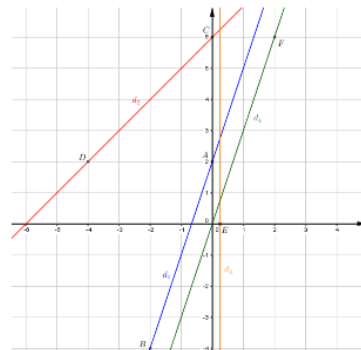
Avec les données de l'énoncé, $\vec{n} \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix}$, on en déduit que $a = -3$ et $b = -4$. L'équation cartésienne est donc de la forme : $-3x - 4y + c = 0$. On cherche maintenant la valeur correspondante de c .

On utilise pour cela que $A(5; -2) \in (d)$. En remplaçant x et y par les coordonnées de A , on obtient : $-3 \times 5 - 4 \times (-2) + c = 0$, soit $c = 7$. Une équation cartésienne de la droite (d) est donc : $-3x - 4y + 7 = 0$.

Exercice 3

$d_1: 3x - y + 2 = 0$. Si $x = 0$ alors $-y + 2 = 0$ soit $y = 2$. Le point $A(0; 2)$ appartient à la droite d_1 . Si $x = -2$ alors $-6 - y + 2 = 0$ soit $y = -4$. Le point $B(-2; -4)$ appartient à la droite d_1 . $d_2: -x + y - 6 = 0$. Si $x = 0$ alors $y - 6 = 0$ soit $y = 6$. Le point $C(0; 6)$ appartient à la droite d_2 . Si $x = -4$ alors $4 + y - 6 = 0$ soit $y = 2$. Le point $D(-4; 2)$ appartient à la droite d_2 . $d_3: 4x - 1 = 0$. On a donc $4x = 1$ soit $x = \frac{1}{4}$. Il s'agit donc de la droite parallèle à l'axe des ordonnées passant par le point $E \left(\frac{1}{4}; 0\right)$.

$d_4: -3x + y = 0$. On a donc $y = 3x$. Il s'agit donc d'une droite passant par l'origine du repère et le point $F(2; 6)$.



Exercice 4

1. On a $\overrightarrow{AB}(5; -1)$. On considère un point $M(x; y)$. M est un point de la droite (AB) si, et seulement si, les vecteurs $\overrightarrow{AM}(x - 1, y - 3)$ et $\overrightarrow{AB}(5; -1)$ sont colinéaires. $\Leftrightarrow -(x - 1) - 5(y - 3) = 0$
 $\Leftrightarrow -x + 1 - 5y + 15 = 0$
 $\Leftrightarrow -x - 5y + 16 = 0$
Une équation cartésienne de la droite (AB) est $-x - 5y + 16 = 0$.

2. On a $\overrightarrow{AB}(5; 4)$. On considère un point $M(x; y)$. M est un point de la droite (AB) si, et seulement si, les vecteurs $\overrightarrow{AM}(x + 2, y - 4)$ et $\overrightarrow{AB}(5; 4)$ sont colinéaires. $\Leftrightarrow 4(x + 2) - 5(y - 4) = 0$
 $\Leftrightarrow 4x + 8 - 5y + 20 = 0$
 $\Leftrightarrow 4x - 5y + 28 = 0$
Une équation cartésienne de la droite (AB) est $4x - 5y + 28 = 0$.

3. Les points A et B ont la même ordonnée. Une équation de la droite (AB) est donc $y = 5$. Une équation cartésienne de la droite (AB) est $y - 5 = 0$.

Exercice 5

1. (a) Les deux droites (d_1) et (d_2) admettent pour vecteurs normaux respectivement $\vec{u}$ et $\vec{v}$ dont les coordonnées sont : $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}; \vec{v} \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \end{pmatrix}$

(b) Le déterminant du vecteur $\vec{u}$ par le vecteur $\vec{v}$ a pour valeur : $\det(\vec{u}; \vec{v}) = xy' - x'y = 1 \times 8 - 4 \times 2 = 8 - 8 = 0$
 $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires : les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles.

2. (a) (Δ_1) et (Δ_2) admettent pour vecteurs normaux respectivement $\vec{u}'$ et $\vec{v}'$ dont les coordonnées sont : $\vec{u}' \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}; \vec{v}' \begin{pmatrix} -6 \\ 8 \end{pmatrix}$

(b) Le produit scalaire des vecteurs $\vec{u}'$ et $\vec{v}'$ a pour valeur :

$$\vec{u}' \cdot \vec{v}' = xx' + yy' = 4 \times (-6) + 3 \times 8 = -24 + 24 = 0$$

On en déduit que les vecteurs $\vec{u}'$ et $\vec{v}'$ sont orthogonaux : les droites (Δ_1) et (Δ_2) sont perpendiculaires.

CORRIGÉ – JOUR 25

Exercice 1

(a) Les points A et B sont diamétralement opposés. Si $M(x; y)$ est un point du cercle, alors MAB est un triangle rectangle en M ; on en déduit : $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$

$$\begin{aligned} \text{Or, on a : } \overrightarrow{MA} \begin{pmatrix} -2-x \\ -y \end{pmatrix} ; \overrightarrow{MB} \begin{pmatrix} 4-x \\ -y \end{pmatrix} \\ \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0 \\ (-2-x)(4-x) + (-y)(-y) = 0 \\ -8 - 2x + x^2 + y^2 = 0 \\ x^2 + y^2 - 2x + 0y - 8 = 0 \end{aligned}$$

Le cercle $\mathcal{C}'$ a pour équation cartésienne : $x^2 + y^2 - 2x + 0y - 8 = 0$

$$\begin{aligned} \text{(b) Avec : } \overrightarrow{MA} \begin{pmatrix} 2-x \\ -3-y \end{pmatrix} ; \overrightarrow{MB} \begin{pmatrix} -1-x \\ 2-y \end{pmatrix} \\ \text{De même, dans ce cas, on obtient :} \\ \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0 \\ (2-x)(-1-x) + (-3-y)(2-y) = 0 \\ -2 - x + x^2 - 6 + y + y^2 = 0 \\ x^2 + y^2 - x + y - 8 = 0 \end{aligned}$$

Exercice 2

En utilisant la formule du cours, le cercle $\mathcal{C}$ admet pour équation cartésienne :
 $x^2 + y^2 + (-2x_A)x + (-2y_A)y + (x_A^2 + y_A^2 - r^2) = 0$
 $x^2 + y^2 + (-2 \times 2)x + (-2 \times 1)y + (2^2 + 1^2 - 4^2) = 0$
 $x^2 + y^2 - 4x - 2y + (4 + 1 - 16) = 0$
 $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 11 = 0$

Soit $M(x; y)$ un point du cercle $\mathcal{C}$. Le point M est à une distance de 4 du centre A : $AM = 4$
 $AM^2 = 4^2$
 $[\sqrt{(x-x_A)^2 + (y-y_A)^2}]^2 = 16$
 $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 16$
 $x^2 - 4x + 4 + y^2 - 2y + 1 - 16 = 0$
 $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 11 = 0$

Exercice 3

$$\begin{aligned} 1. x_A^2 + y_A^2 - 4x_A - 3y_A - 31 \\ = (-3)^2 + 5^2 - 4 \times (-3) - 3 \times 5 - 31 \\ = 9 + 25 + 12 - 15 - 31 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_B^2 + y_B^2 - 4x_B - 3y_B - 31 \\ = \left(\frac{11}{2}\right)^2 + \left(\frac{13}{2}\right)^2 - 4 \times \frac{11}{2} - 3 \times \frac{13}{2} - 31 \\ = \frac{121}{4} + \frac{169}{4} - 22 - \frac{39}{2} - 31 \\ = \frac{121 + 169}{4} - \frac{39}{2} - 53 = \frac{290}{4} - \frac{39}{2} - \frac{106}{2} \\ = \frac{145}{2} - \frac{145}{2} = 0 \end{aligned}$$

Les coordonnées des points A et B vérifient l'équation (E).

2. Les équations cartésiennes de la forme $x^2 + y^2 + a \cdot x + b \cdot y + c = 0$ où $a, b, c \in \mathbb{R}$ définissent comme partie du plan : soit l'ensemble vide ; soit un ensemble réduit à un point ; soit un cercle. L'ensemble du plan défini par l'équation (E) contenant au moins 2 points, on en déduit qu'elle définit un cercle.

Exercice 4

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} - c = \frac{(-10)^2}{4} + \frac{2^2}{4} - 22 \\ = \frac{100}{4} + \frac{4}{4} - 22 = 25 + 1 - 22 = 4 \end{aligned}$$

On en déduit que cette équation cartésienne définit un cercle.

$$\begin{aligned} \text{Déterminons son centre et son rayon :} \\ x^2 + y^2 - 10 \cdot x + 2 \cdot y + 22 = 0 \\ (x^2 - 10 \cdot x) + (y^2 + 2 \cdot y) + 22 = 0 \\ [(x-5)^2 - 25] + [(y+1)^2 - 1] + 22 = 0 \\ (x-5)^2 + (y+1)^2 + 22 - 25 - 1 = 0 \\ (x-5)^2 + (y+1)^2 = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{En notant } A(5; -1), \text{ on a :} \\ (x-x_A)^2 + (y-y_A)^2 = 2^2 \Rightarrow AM^2 = 2^2 \\ \Rightarrow AM = 2 \end{aligned}$$

Cette équation cartésienne définit le cercle de centre $A(5; -1)$ et de rayon 2.

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad \frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} - c = \frac{(-2)^2}{4} + \frac{(-4)^2}{4} - 5 \\ = \frac{4}{4} + \frac{16}{4} - 5 = 1 + 4 - 5 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{On en déduit que cette équation cartésienne définit un unique point.} \\ x^2 + y^2 - 2 \cdot x - 4 \cdot y + 5 = 0 \\ (x^2 - 2 \cdot x) + (y^2 - 4 \cdot y) + 5 = 0 \\ [(x-1)^2 - 1] + [(y-2)^2 - 4] + 5 = 0 \\ (x-1)^2 + (y-2)^2 + 5 - 4 - 1 = 0 \\ (x-1)^2 + (y-2)^2 = 0 \end{aligned}$$

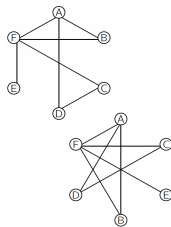
En notant $B(1; 2)$, on a $AM = 0$. Ainsi, les points M définis par cette équation cartésienne sont confondus avec le point B . Cette équation cartésienne ne définit qu'un point, le point $B(1; 2)$.

$$\begin{aligned} \text{(c)} \quad \frac{2^2}{4} + \frac{2^2}{4} - 5 = \frac{4}{4} + \frac{4}{4} - 5 = 1 + 1 - 5 = -3 \\ \text{On en déduit que cette équation cartésienne définit l'ensemble vide.} \end{aligned}$$

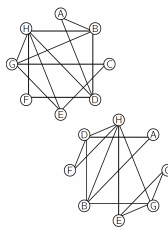
CORRIGÉ – JOUR 26

Jeu 1

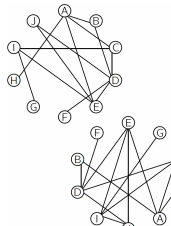
Grille 1



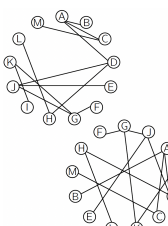
Grille 2



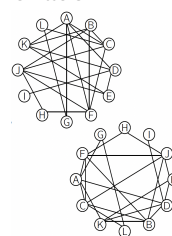
Grille 3



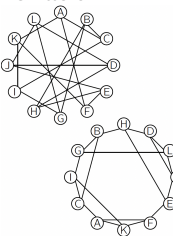
Grille 4



Grille 5



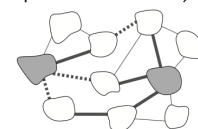
Grille 6



Jeu 2

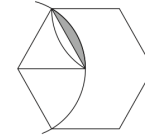
Réponse C.

On peut supprimer 3 ponts (exemple en pointillés sur le dessin) mais pas moins car on peut trouver trois chemins utilisant des ponts tous différents (traits épais sur le dessin).



Jeu 3

Réponse E. Calculons l'aire d'un demi-pétale. C'est l'aire d'un sixième de disque de rayon 1 moins l'aire d'un triangle équilatéral de côté 1 : $\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}$. La fleur est composée de 12 demi-pétales, son aire est donc $2\pi - 3\sqrt{3}$.



CORRIGÉ – JOUR 27

Exercice 1

$$\begin{aligned} 1. p_A(B) &= \frac{p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{0,1}{0,4} = \frac{1}{4} \\ p_B(A) &= \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{0,1}{0,3} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. p_A(B) &= \frac{p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{0,2}{0,7} = \frac{2}{7} \\ p_B(A) &= \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{0,2}{0,5} = \frac{2}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. p_A(B) &= \frac{p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{0,3}{0,9} = \frac{1}{3} \\ p_B(A) &= \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{0,3}{0,4} = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

Exercice 2

Pour tout événement A (avec $P(A) \neq 0$) et B d'un univers Ω , on a :

$$P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B)$$

On obtient :

$$P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = 0,7 \times 0,2 = 0,14$$

Exercice 3

$$p(A \cap B) = p(B) \times p_B(A) = 0,8 \times 0,3 = 0,24$$

Par conséquent :

$$p_A(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{0,24}{0,4} = 0,6$$

Exercice 4

Cas 1

A et $\bar{A}$ forment une partition de l'univers. D'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(\bar{B}) &= P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap \bar{B}) \\ &= P(A) \times P_A(\bar{B}) + P(\bar{A}) \times P_{\bar{A}}(\bar{B}) \\ &= 0,6 \times 0,05 + 0,4 \times 0,55 = \mathbf{0,25} \end{aligned}$$

Cas 2

On utilise la formule : $P_B(\bar{A}) = \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(B)}$.

On commence par calculer $P(B)$.

A et $\bar{A}$ forment une partition de l'univers.

D'après la formule des probabilités totales :

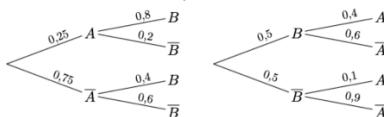
$$\begin{aligned} P(B) &= P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) \\ &= P(A) \times P_A(B) + P(\bar{A}) \times P_{\bar{A}}(B) \\ &= 0,2 \times 0,65 + 0,8 \times 0,7 = 0,69 \end{aligned}$$

On obtient donc :

$$\begin{aligned} P_B(\bar{A}) &= \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(B)} = \frac{P(\bar{A}) \times P_{\bar{A}}(B)}{P(B)} \\ &= \frac{0,8 \times 0,7}{0,69} = \frac{0,56}{0,69} \approx \mathbf{0,812} \end{aligned}$$

Cas 3

Voici les deux arbres de probabilités associés à cette expérience aléatoire :



Cas 4

1. (a) $P_A(B) = 0,7$

(b) $P_{\bar{A}}(B) = 0,2$

2. (a) $P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = 0,4 \times 0,7 = 0,28$

(b) $P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}) \times P_{\bar{A}}(B) = 0,6 \times 0,2 = 0,12$

CORRIGÉ – JOUR 28

Exercice 1

1. a. $P_A(B) = \frac{n_{A \cap B}}{n_A} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

b. $P(B) = \frac{n_B}{n_\Omega} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$

2. (a) $P_C(D) = \frac{n_{C \cap D}}{n_C} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

(b) $P(D) = \frac{n_D}{n_\Omega} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$

3. On remarque les deux relations :

$$P_A(B) = P(B); P_C(D) \neq P(D)$$

On en déduit que seul le couple $(A; B)$ est un couple d'événements indépendants.

Exercice 2

Les événements A et B sont indépendants.

Donc $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$.

$p(A) = 0,4$ et $p(B) = 0,6$.

Donc :

$$p(A \cap B) = p(A) \times p(B) = 0,4 \times 0,6 = 0,24$$

$p(A) = 0,5$ et $p(B) = 0,7$.

Donc :

$$p(A \cap B) = p(A) \times p(B) = 0,5 \times 0,7 = 0,35$$

$p(A) = 0,8$ et $p(B) = 0,2$.

Donc :

$$p(A \cap B) = p(A) \times p(B) = 0,8 \times 0,2 = 0,16$$

Exercice 3

A et B sont indépendants donc :

$$p(A \cap B) = p(A) \times p(B) = \frac{1}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{15}$$

$$\begin{aligned} p(A \cup B) &= p(A) + p(B) - p(A \cap B) \\ &= \frac{1}{5} + \frac{2}{3} - \frac{2}{15} = \frac{11}{15} \end{aligned}$$

A et B étant indépendants, on a donc

$$: p_A(B) = p(B) = \frac{2}{3}$$

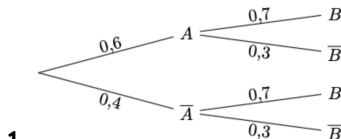
A et B sont incompatibles donc $p(A \cap B) = 0$.

Ainsi :

$$\begin{aligned} p(A \cup B) &= p(A) + p(B) - p(A \cap B) \\ &= \frac{1}{5} + \frac{2}{3} - 0 = \frac{13}{15} \end{aligned}$$

$$\text{Et : } p_A(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} = 0$$

Exercice 4



1.

2.

$$P(A \cap \bar{B}) = P(A) \times P_A(\bar{B}) = 0,6 \times 0,3 = 0,18$$

$$\text{On a : } P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,3 = 0,7$$

D'après la formule de l'union :

$$\begin{aligned} P(A \cup \bar{B}) &= P(A) + P(\bar{B}) - P(A \cap \bar{B}) \\ &= 0,6 + 0,7 - 0,18 = 0,72 \end{aligned}$$

CORRIGÉ – JOUR 29

Exercice 1

1. $P(X = 1) = \frac{2}{6}$

2. $P(X > 1) = \frac{3}{6}$

Exercice 2

(a) $P(\bar{A}) = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$

(b) $P(A \cap C) = \frac{1}{18}$

(c) $P[(C \cap B) \cup A] = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$

(d) $P(A \cap \bar{C}) = 1 - P(A \cap C) = 1 - \frac{1}{18} = \frac{17}{18}$

(e) $P(\bar{A} \cap \bar{D}) = \frac{3}{18}$

(f) $P[(A \cap E) \cup (C \cap D)] = \frac{4}{18} = \frac{2}{9}$

(g) $P(C \cap \bar{E}) = 0$

(h) $P(C \cup D) = \frac{16}{18} = \frac{8}{9}$

(i) $P(\bar{A} \cup \bar{C}) = \frac{17}{18}$

Exercice 3

L'espérance a pour valeur :

$$\begin{aligned} E(X) &= 0 \times 0,4 + 1 \times 0,38 + 2 \times 0,15 + 5 \times 0,05 \\ &\quad + 10 \times 0,02 \\ &= 0 + 0,38 + 0,30 + 0,25 + 0,20 = 1,13 \end{aligned}$$

Exercice 4

On notera x le nombre de points associés à chacune des voyelles.

Dans le sac, il y a 15 jetons au total dont 6 voyelles et 9 consonnes.

La probabilité de tirer une voyelle est $\frac{6}{15}$.

La probabilité de tirer une consonne est $\frac{9}{15}$.

On résume la loi de la variable

aléatoire X dans le tableau ci-dessous :

k	x	$2 \cdot x$
$P(X=k)$	$\frac{6}{15}$	$\frac{9}{15}$

$$x \times P(X = x) + (2x)P(X = 2x) = \frac{8}{5}$$

$$x \times \frac{6}{15} + 2x \times \frac{9}{15} = \frac{8}{5}$$

$$\frac{6x}{15} + \frac{18x}{15} = \frac{8}{5}$$

$$\frac{24x}{15} = \frac{8}{5}$$

$$24x \times 5 = 15 \times 8$$

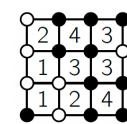
$$x = 1$$

On en déduit que, dans cette expérience aléatoire, une voyelle rapporte 1 point et une consonne rapporte 2 points.

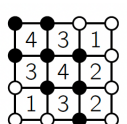
CORRIGÉ – JOUR 30

1 - Squaro

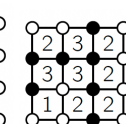
Grille 1



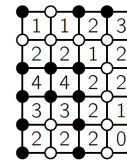
Grille 2



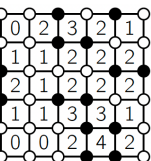
Grille 3



Grille 4



Grille 5



2 - Énigme du cube

Réponse **C**. Le nombre de cubes au départ est $5 \times 5 \times 5 = 125$.

Il reste le socle (de 5×5 cubes) et 9 colonnes de hauteur 4.

Le nombre de cubes enlevés est donc $125 - 25 - 36 = 64$.

3 - Produit mystère

Réponse **E**.

$$\text{On a } \frac{24}{100}p = \frac{42}{100}q.$$

$$\text{D'où } 24p = 42q \text{ et } 4p = 7q.$$

4 - Diner mystère

Réponse **C**.

Dan a rencontré tous les autres, donc André n'a rencontré que Dan. Chris a donc rencontré Dan, Boris et Eugène et les deux que Boris a déjà rencontrés sont Dan et Chris. On conclut qu'Eugène a déjà rencontré 2 des amis (Dan et Chris) mais pas les autres (André et Boris).



30 séances d'exercices et et de jeux pour assurer une rentrée zen et réussie

le rappel de cours

exercices variés, quiz,
énigmes, jeux avec corrigés

FONCTIONS DÉRIVÉES

DÉFINITION

Soit f une fonction définie sur un intervalle I . On dit que f est **dérivable** sur I si f est **dérivable** en tout x de I . On appelle alors **fonction dérivée** de f la fonction qui à tout nombre $x \in I$ associe le nombre $f'(x)$, et on la note f' .

DÉRIVÉES USUELLES ET OPÉRATIONS

dérivées usuelles			opérations		
f	f'	$I_{f'}$	f	f'	
f constante	0	$\mathbb{R}$	$(u \pm v)'$	$u' \pm v'$	
x	1	$\mathbb{R}$	$(ku)'$	$k u'$	
x^2	$2x$	$\mathbb{R}$	$(uv)'$	$u'v + uv'$	
x^n	$n x^{n-1}$	$\mathbb{R}$	$\frac{u}{v}$	$\frac{u'v - uv'}{v^2}$	
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\mathbb{R}^*$			
$\frac{1}{x^2}$	$-\frac{2}{x^3}$	$\mathbb{R}^*$			
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\mathbb{R}^+$			
$\sqrt[3]{x}$	$\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$	$\mathbb{R}^*$			
e^x	e^x	$\mathbb{R}$			
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$\mathbb{R}^+$			
$\cos x$	$-\sin x$	$\mathbb{R}$			
$\sin x$	$\cos x$	$\mathbb{R}$			

SCANNEZ LE QR CODE

JOUR 22
PRODUIT SCALAIRE

Exercice 1 : Soit un rectangle ABCD tel que AB = 3 et AD = 4. Calculer les produits scalaires suivants.

Exercice 2 : Soit un triangle ABC tel que AB = 3, AC = 4 et BC = 5. Calculer le produit scalaire AB · AC.

Exercice 3 : Soit un triangle ABC tel que AB = 3, AC = 4 et BC = 5. Calculer le produit scalaire AB · AC.

Exercice 4 : Soit un triangle ABC tel que AB = 3, AC = 4 et BC = 5. Calculer le produit scalaire AB · AC.

JOUR 11
JEUX DE LOGIQUE

Exercice 1 : Soit un jeu de logique. Trouver la solution.

Exercice 2 : Soit un jeu de logique. Trouver la solution.

Exercice 3 : Soit un jeu de logique. Trouver la solution.

Exercice 4 : Soit un jeu de logique. Trouver la solution.

 fiches à ré-utiliser toute l'année !

scanne le QR code et
visionne la vidéo méthode

